

A feladatsor

1. Egy paralelogramma három csúcsa: $A(3, -3, 2)$, $B(9, 0, 4)$ és $D(0, -1, 8)$.

(B és D egymással szemközti csúcsok.)

(a) Határozza meg a középpont és negyedik csúcs koordinátáit!

(b) Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma négyzet!

(8)

2. Adott az $S : x + 2y - 3z = 5$ sík.

(a) Határozza meg az x -tengelyre illeszkedő, S síkra merőleges sík egyenletét!

(b) Számolja ki az origó és az S sík távolságát!

(c) Határozza meg az x -tengely és az S sík szögét!

(14)

3. Oldja meg az alábbi egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(1 - 2\sqrt{3}i)z^3 - 8 = 24(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$$

(12)

4. Vizsgálja meg az $a_n = \frac{2n + 7}{5n - 4}$ sorozatot monotonitás szempontjából. Határozza meg a sorozat határértékét, és adjon meg $\varepsilon = 10^{-3}$ -hoz küszöbindexet!

(12)

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n^2 + 4n + 2} - \sqrt{3n^2 - n - 1}) =$$

(8)

6. Határozza meg az $f(x) = x^3 - 3x^2 - 11x + 8$ függvény $y = 1 - 2x$ egyenessel párhuzamos érintőinek egyenletét!

(12)

7. Vizsgálja meg monotonitás és szélsőérték szempontjából az $f(x) = \frac{e^{-2x}}{x^2}$ függvényt!

(14)

$$8. (a) \int \frac{3}{16x^2 + 1} dx =$$

$$(b) \int (3x + 7) \cos 2x dx =$$

(c) Határozza meg azon test térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az $f(x) = \frac{2}{\sqrt[3]{2x-1}}$ függvény grafikonjának $[1, 14]$ intervallumhoz tartozó ívét megforgatjuk az x -tengely körül!

(20)