

Név:

Neptunkód:

Aláírás:

 $\Sigma$  :

1. Egy paralelogramma két szomszédos csúcsa  $A(1, -4, 5)$  és  $B(-3, 2, 1)$ . Az átlók metszéspontja  $M(-2, 3, -1)$ .

(a) Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit!

(b) Határozza meg az  $M$  pont és az  $AB$  oldal egyenesének távolságát!

(9)

2. Egy tetraéder négy csúcsai:  $A(1, -1, 1)$ ,  $B(-3, -2, 4)$ ,  $C(5, -4, 1)$ ,  $D(2, -2, 0)$ .

(a) Írja fel az  $ABC$  oldallap síkjának egyenletét!

(b) Határozza meg a tetraéder térfogatát!

(c) Határozza meg az  $AB$  és  $AC$  oldalélek szögét!

(13)

3. Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok halmazán!

$$(1 - 3i)z^3 - 6 - 2i = 10\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ) \quad (12)$$

4. Vizsgálja meg az  $a_n = \frac{9n + 8}{2 - 3n}$  sorozatot monotonitás és határérték szempontjából! Adjon meg  $\varepsilon = 10^{-3}$ -hoz küszöbindexet!

(12)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2n^2 + 4n + 5} - \sqrt{2n^2 + 7n - 6}) = \quad (8)$$

6. Határozza meg, mely pontokban metszi az  $f(x) = (x - 2)^3 + 1$  függvény grafikonja az  $x$  és az  $y$  tengelyt, s írja fel ezekben a pontokban az érintő egyenletét!

(12)

7. Vizsgálja meg monotonitás és szélsőérték szempontjából az  $f(x) = \frac{e^{4x}}{x^4}$  függvényt! Adja meg a szélsőérték(ek) nagyságát is!

(14)

$$8. (a) \int \frac{5}{x^2 + 81} dx =$$

$$(b) \int (9x^2 - 8x) \ln x dx =$$

(c) Határozza meg azon test térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az  $f(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$  függvény grafikonjának  $[1, 8]$  intervallumhoz tartozó ívét megforgatjuk az  $x$ -tengely körül!

(20)