

1. Tekintsük az alábbi logikai függvényeket:

$$k_1 = p \rightarrow (q \vee r), \quad k_2 = (\bar{q} \rightarrow r) \vee p, \quad k_3 = \begin{cases} 1, & \text{ha } p = q = r \text{ vagy } (p = 1 \text{ és } q \neq \bar{r}) \\ 0 & \text{különbén.} \end{cases}$$

(a) Azonosan egyenlő-e  $k_1$  és  $k_2$ ?

(b) Írd fel  $k_3$  teljes konjunktív normál alakját!

(c) Milyen kifejezéssel egyenlő  $k_1 \wedge k_2$ , ha  $r = 1$ ? (11 pont)

2. Egy háromtagú bizottságban az elnöknek vétójoga van. Az elnöki vétótól eltekintve az egyszerű többség dönt. Add meg az ehhez a döntési eéjáráshoz illeszkedő logikai függvényt! (4 pont)

3. Adott az  $A, B, C, D$  halmaz.

(a) Igaz-e biztosan, hogy  $(A \setminus B) \times (C \setminus D) = (A \times C) \setminus (B \times D)$ ?

(b) Hozd egyszerűbb alakra azonos átalakításokkal az alábbi  $H$  halmazt:

$$H = (A \cup (\bar{B} \cap C)) \cup ((A \cup \bar{B}) \setminus (A \cup C))!$$

(10 pont)

4. Tekintsük az alábbi komplex számokat:  $z = 4(\cos 240^\circ + j \sin 240^\circ)$ ,  $w = -3 - 4j$ .

Számítsd ki az alábbi műveletek eredményét! (Ahol az eredmény nem valós komplex szám, ott az eredményt algebrai alakban add meg!) (10 pont)

$$\sqrt[4]{j \bar{z}}, \quad \arg \frac{z^4 (\bar{w} - j)}{6\bar{z}}.$$

5. Add meg azon  $z$  komplex számok algebrai alakját, amelyek konjugáltjának reciproka egyenlő köbük 16-odával! (5 pont)

6. Egy Descartes-féle koordinátarendszerben adott az  $A(2, 4, 3)$ , a  $B(4, 3, -1)$ ,  $C(2, 1, 2)$  és a  $D(3, 0, 3)$  pont.

(a) Igazold, hogy  $B, C, D$  háromszöget határoz meg és számítsd ki ennek a háromszögnek a területét!

(b) Mekkora a  $BCD$  háromszög  $C$ -nél lévő szöge?

(c) Bontsd fel az  $\vec{AC}$  vektort egy  $\vec{AB}$  irányú és egy  $\vec{AB}$ -re merőleges vektor összegére! (10 pont)