

Matematika beadandó feladatok építőmérnök hallgatóknak
2002. március 7.

Beadási határidő: 2002. március 19. 12 óra.

1. Számítsd ki az alábbi határértékeket!

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin(x)}{x(1 - \cos(x))}, \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} x^{2/\ln(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg}(x) \right)$$

2. Az $x \mapsto \arcsin \sqrt{x}$ függvénynek hol a leglaposabb az érintője?

3. Igazold, hogy minden $x > -2$ -re teljesül $\ln(2+x) \leq \ln 2 + \frac{x}{2}$!

4. (a) Közelítsd a \sin függvényt az $x_0 = 0$ körüli 3-adfokú Taylor-polinomjával, majd ennek felhasználásával adjál közelítést $\sin 1$ -re, hibabecsléssel együtt!

(b) Végezd el ugyanezt $x_0 = \frac{\pi}{2}$ -vel! Melyik esetben kapunk jobb közelítést? Magyarázd meg röviden!

5. Közelítsd az $f(x) = \frac{4x}{x^2 + 1}$ képletű függvényt az $x_0 = 1$ pont körül 2-od fokú polinommal!

6. Add meg $\sqrt[3]{61}$ értékét 4 tizedesjegy pontossággal! (Eredményedet igazold a hiba becslésével!)

7. Vizsgáld meg az alábbi képletű függvényeket konvexitás szempontjából és a megadott intervallumokon adjál lineáris alsó, illetve felső becslést hozzájuk!

$$f(x) = x^2 \ln^3 x, \quad x \in [10, 14], \quad g(x) = x e^{-x^2}, \quad x \in [5, 7]$$

8. Egy téglalap alakú plakát hasznos felülete 2 négyzetméter, margói alul és felül 10, oldalt 15 centiméter nagyságúak. Milyen plakátméretek esetén lesz az összterület a lehető legkisebb?

9. Igazold, hogy az $f(x) = \ln(2x-3) + x$ képletű függvény felveszi a 2 értéket a $[2, 4]$ intervallumon! Adjál egy ilyen helyet legfeljebb 0.1-es hibával, a felezéses módszer használatával! Hány iterációt kell végezni?

10. Végezd el az $f(x) = x^2 * e^{1/x}$, illetve a $g(x) = \frac{2x-1}{(3x-2)^4}$ képletű függvények teljes vizsgálatát!