Gyakorló feladatok sorozatokból
2005. december 7.

1. Számold ki az $y = x^2 - 6x + 10$, $x \in [3, 5]$ görbe alatti területet alkalmas sorozatok határértékének kiszámolásával!

2. Legyen $a_n = \dfrac{7 - 2n^2}{1 - n + n^2}$. Igazold a definíció alapján, hogy $a_n \to -2$, majd $\varepsilon = 0{,}01$-hez adjál megfelelő N küszöbindexet! Szemléltesd N jelentését egy példával!

3. Legyen $a_n = \dfrac{10n - 1}{2 - 5n}$. Számítsd ki a_n határértékét és $\varepsilon = 0{,}01$-hez adjál megfelelő N küszöbindexet a határérték definíciójának megfelelően! Szemléltesd N jelentését egy példával!

4. $$a_n = \frac{\sqrt[4]{16n^2 + 10} - \sqrt[3]{8n^2 + 27}}{\sqrt{4n - 1} + 1} \to ? \qquad b_n = \left(\frac{3n - 5}{3n + 2}\right)^{\frac{5n^2+2}{n^2-1}} \to ?$$

5. Igazold, hogy az $a_n = n^2 - 100n + 1$ sorozat határértéke $+\infty$! Adjál $K = 1000$-hez megfelelő N küszöbindexet a határérték definíciójának megfelelően! Szemléltesd N jelentését egy példával!

6. $$a_n = \frac{\sqrt[3]{6n^2 - n^3} + \sqrt[4]{10n^3 + 7}}{3n + \sqrt{n}} \to ? \qquad b_n = \left(\frac{5n - 3}{3 + 5n}\right)^{5n-3} \to ?$$

7. Számítsd ki az $a_n = \dfrac{8n + 4}{3 - 4n}$ sorozat határértékét és adjál $\varepsilon = 0{,}01$-hez megfelelő N küszöbindexet a határérték definíciójának megfelelően! Szemléltesd N jelentését egy példával!

8. $$a_n = \frac{\sqrt{16n^2 + 1} + \sqrt[3]{1 - 8n^4}}{5n + \sqrt{9 + n}} \to ? \qquad b_n = \left(\frac{6n + 2}{7 + 6n}\right)^{n^2+4} \to ?$$

9. Igazold, hogy az $a_n = n^2 - 10n - 200$ sorozat határértéke $+\infty$! Adjál $K = 100$-hoz megfelelő N küszöbindexet a határérték definíciójának megfelelően! Szemléltesd N jelentését egy példával!

10. $$a_n = \frac{\sqrt[3]{106n^2 + 10} + \sqrt[4]{1 + 3n^4}}{3 + \sqrt{n^2 - 1}} \to ? \qquad b_n = \left(\frac{4n - 3}{4n - 5}\right)^{n^2-6n} \to ?$$

11. Számítsd ki az $a_n = \dfrac{9n + 4}{4 - 3n}$ sorozat határértékét és adjál $\varepsilon = 0{,}001$-hez megfelelő N küszöbindexet a határérték definíciójának megfelelően! Szemléltesd N jelentését egy példával!

12. $$a_n = \frac{\sqrt{1 + 6n^3} - \sqrt[4]{n^7 + n}}{15 + \sqrt[3]{9 + n^2}} \to ? \qquad b_n = \left(\frac{2n + 3}{4 + 2n}\right)^{2n^2+1} \to ?$$

13. Számítsd ki az alábbi sorozatok határértékét!
$$a_n = \frac{\sqrt{3n^3 - n^2} + \sqrt[3]{7n^4 + 2n^2 + 1}}{\sqrt[4]{n^5 + 6} + 7}, \quad b_n = \left(\frac{7 + 6n}{7n + 4}\right)^{8n}, \quad c_n = \sum_{k=2}^{n} \frac{3^{2k-5}}{2^{3k-4}}$$

14. Az $a_n = \dfrac{5 - 9n}{1 - 3n}$ képletű sorozat hová tart? Adjál meg a konvergenciának és $\varepsilon = 0.01$-hez alkalmas N küszöbindexet és szemléltesd a jelentését egy példával!

15. Legyen $a_n = 6n^4 - 3n^3 - n^2 + 2n - 10$. Igazold, hogy $a_n \to \infty$ és $K = 1000$-hez adjál megfelelő N küszöbindexet! Szemléltesd N jelentését egy példával!

16. Tekintsük az alábbi sorozatokat:
$$a_n = \frac{\sqrt{3n^3 + n} - \sqrt[4]{10n^6 - 7}}{\sqrt[3]{20n^2 - 7n} + \sqrt{n}} \to ?, \qquad b_n = \left(\frac{6 + 7n}{7n + 8}\right)^{9n-10} \to ?, \qquad \sum_{k=3}^{\infty} \frac{4^{k+3}}{3^{2k+1}} = ?.$$