1999. szeptember 20.

1. Készítsd el az alábbi logikai kifejezések igazságtáblázatát, majd írd fel teljes konjunktív és teljes diszjunktív normál alakjukat! (Ha érdemes, akkor először egyszerűsítsd a kifejezéseket!)

$$k_1 = (\overline{p} \vee q) \wedge (p \rightarrow \overline{r}) \qquad k_2 = \overline{p \wedge \overline{q \wedge \overline{r}}} \qquad k_3 = p \rightarrow (q \rightarrow \overline{p \wedge \overline{q}}) \qquad k_4 = k_1 \leftrightarrow k_3$$

   Mutass olyan példát p, q, r lehetséges értékeire, amelyekre $k_1 = k_3$ és olyat is, amikor $k_1 \neq k_3$!

2. Fejezd ki csak a „nem-és”-művelet (NAND-művelet) felhasználásával az implikáció és az ekvivalencia, azaz a $\rightarrow$ és $\leftrightarrow$ műveleteket!

3. Egy C nyelven megírt program az alábbi részletet tartalmazza:

```
while ( ((i>0) and (j>3)) or (not(i>1)) )
    {
        . . .
    }
```

   Hozd egyszerűbb alakra a ciklusfeltételt!

4. Igazold, hogy $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p) = p \leftrightarrow q$!

5. Igaz-e, hogy $p \rightarrow (q \rightarrow r) = (p \rightarrow q) \rightarrow r$? (Ha igaz, bizonyítsd be, ha nem, akkor adjál ellenpéldát!)

6. Határozd meg azokat a p, r, s értékeket, amikor a

$$k = (q \rightarrow ((\overline{p} \vee r) \wedge \overline{s})) \wedge (\overline{s} \rightarrow (\overline{r} \wedge q))$$

   kifejezés 1-et vesz fel a $q = 1$ választás mellett!

7. Egy készülékbe három vezeték megy be és egy jön ki. A p, q, r és k logikai változók igazak, ha a három bemenő illetve a kimenő vezetéken folyik áram. Fejezd ki k-t p, q, r-rel, ha a kimenő vezetéken pontosan akkor folyik áram, amikor

   (a) páros számú;

   (b) pontosan egy;

   (c) legalább egy

   bemenő vezetéken folyik áram! Egyszerűsítsd a k kifejezéseket, amennyire lehet és mutasd meg egy lehetséges áramköri megvalósításukat!

8. Tekintsük az alábbi k kifejezést:

$$k = (p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (r \wedge s) \vee (s \wedge p).$$

   (a) Teljesül-e, hogy k pontosan akkor igaz, ha változói (p, q, r, s) közül legalább kettő igaz?

   (b) Hozd egyszerűbb alakra kiemelésekkel k-t, majd ez alapján fogalmazd meg szavakkal „k működését”!

9. Milyen A, B, C halmazokra és Ω alaphalmazra igaz, hogy

$$(A \cup \overline{B}) \setminus (B \cup C) = A \cup (\overline{B} \setminus C)\,?$$

   Adjál meg konkrétan (elemeikkel) olyan nemüres halmazokat, amelyekre a fenti egyenlőség teljesül és egy másik példát, amikor nem!

10. Egyszerűsítsd az alábbi halmazokat!

$$A \cap (B \setminus A), \qquad (A \cap B) \cup (A \cap B \cap \overline{C} \cap D) \cup (\overline{A} \cap B), \qquad \overline{A} \cup \overline{B} \cup (A \cap B \cap \overline{C}), \qquad \overline{A} \cup (A \cap \overline{B}) \cup (A \cap B \cap \overline{C}).$$

11. Vizsgáld meg annak feltételét, hogy az A, B, C, D halmazokra $(A \times B) \cup (C \times D) = (A \cup C) \times (B \cup D)$ tejesüljön! Mutass ezután konkrét példát az egyenlőségre és a nemegyenlőségre is!

12. Igaz-e, hogy ha A és B végtelen halmazok, akkor $A \setminus B$ véges?

Horváth Zoltán