

1. Számítsd ki az alábbi határozott integrálokat!

$$(a) \int_0^{5\pi} |\sin(2x)| dx, \quad \int_0^{18} |\sin(2x)| dx, \quad \int_{-1}^1 \frac{|x|}{x+2} dx, \quad \int_0^{\sqrt{3}/2} \arcsin x dx, \quad \int_0^{\sqrt{3}/2} \arccos x dx,$$

$$\int_0^1 \arctg x dx, \quad \int_{-1/2}^{1/2} \arcsin x dx, \quad \int_{-1/2}^{1/4} \arcsin x dx, \quad \int_4^8 \arctg x dx,$$

$$(b) \int_1^4 \sqrt{x} \ln x dx, \quad \int_2^3 \frac{7x-3}{x^2+4x+8} dx, \quad \int_2^3 \frac{7x-3}{x^2+4x+4} dx, \quad \int_0^2 \frac{x+2}{\sqrt{x^2+1}} dx, \quad \int_0^2 \frac{x}{(3x+2)^{10}} dx,$$

2. Számítsd ki az alábbi improprius integrálokat! Rajzolj a feladathoz ábrát is! (Utóbbihoz esetleg szükség lehet függvényvizsgálatra is.)

$$\int_{-\infty}^1 e^{2x} dx, \quad \int_3^{\infty} e^{2x} dx, \quad \int_2^{\infty} \frac{1}{x^2+9} dx, \quad \int_2^{\infty} \frac{x}{x^2+9} dx, \quad \int_3^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx, \quad \int_{-0.5}^1 \frac{1}{\sqrt{2x+1}} dx,$$

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(2+x)}} dx, \quad \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x(1-x)}} dx, \quad \int_0^1 \ln x dx, \quad \int_0^1 x \ln x dx, \quad \int_e^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx, \quad \int_5^{\infty} x e^{-x} dx,$$

$$\int_0^{\infty} e^{-2x} \cos x dx, \quad \int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2} dx,$$

3. Az  $xy = x^3 + 3$

4. Határozd meg az  $a$  számot úgy, hogy az alábbi integrálok végesek legyenek!

$$(a) \int_a^{\infty} \frac{1}{x^2} dx, \quad (b) \int_1^{\infty} \frac{1}{x^a} dx, \quad (c) \int_a^1 \frac{1}{x^2} dx, \quad (d) \int_1^{\infty} \frac{1}{(x+a)^2} dx,$$

5. Számítsd ki az alábbi görbék ívhosszúságát, valamint azon testek térfogatát és palástjának területét, amelyeket ezen görbék  $x$  tengely körüli  $360^\circ$ -os megforgatásával kapunk!

$$(a) y = x^{2/3}, 1 \leq x \leq 8, \quad (b) y = x^3 + \frac{1}{12x}, 1 \leq x \leq 2, \quad (c) y^3 = x^2, -2 \leq x \leq 2, \quad (d) y = 2 \ln x - x^2, 1 \leq x \leq e$$

6. Egy 10 sugarú gömböt két párhuzamos síkkal elmetszünk. Igazold, hogy a két sík közötti gömbfelület értéke nem függ a síkok elhelyezkedésétől, csak a távolságuktól!

7. Milyen  $a$  kitevő esetén lesz az  $y = x^a, 0 < x \leq 1$  görbe  $x$ -tengely körüli teljes megforgatásával keletkező testnek a térfogata, illetve a palást területe véges?

8. Legyen  $f(x) = \int_1^x \frac{\cos t}{t^2+1} dt$ . Számítsd ki  $f$  első és második deriváltjának értékét az  $x = 2$  pontban!