Zárthelyi feladatlap matematikából építő- és településmérnök hallgatóknak – számítógépes feladatok
2005. december 13.

1. Legyen f az $f(x) = \dfrac{\sin(\pi x)^2}{\ln(x)}$ hozzárendeléssel és a $D_f = [1,3]$ értelmezési tartománnyal megadva.

   (a) Számítsd ki f $x_0 = 2$ körüli harmadfokú Taylor-polinomját, T_3-at! Ábrázold egy rajzon f-et és T_3-at (D_f-en)! (1+2 pont)

   (b) Mekkora a $T_3(x) \approx f(x)$, $x \in D_f$ közelítés abszolút hibája? Hányadfokú Taylor-polinom esetén lesz a hiba kisebb 0,0001-nél (az egész D_f-en)? (1+3 pont)

   (c) Adjál meg egy olyan parabolát, amely a legkisebb négyzetek módszere szerint közelíti f-et D_f-en! (4 pont)

2. Legyen $g(x,y) = \left(x^3 + y\right) e^{-y^4 - x^2}$.

   (a) g alkalmas grafikonjainak kirajzolásával, illetve a szükséges feltétel ($\operatorname{grad} g = \underline{0}$) vizsgálatával állapítsd meg, hány lokális szélsőértékhelye van g-nek! (2 pont)

   (b) Adjál meg egy-egy lokális maximumhelyet, minimumhelyet és nyeregpontot, ha van! (Ehhez vizsgáld az elégséges feltételt is!) Mutass olyan rajzokat mindegyik esethez, amelyről látszik a stacionárius pont jellege! Legalább az egyik esetben rajzold ki a stac. pont körül a gradiensmezőt is! (6 pont)

3. A megfelelő mátrixok bevezetésével oldd meg Maple-lel az alábbi lineáris egyenletrendszert! Hány megoldás van? Van-e olyan megoldás, amikor $x_1 = 7$?

$$2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5, \qquad 3x_1 - x_2 = 4, \qquad x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -1$$

(4 pont)