I. feladatsor

(1) Töltse ki az alábbi táblázatot:

Komplex szám	Valós rész	Képzetes rész	Konjugált	Abszolútérték
$4+2i$				
$-3+4i$				
$-5i-1$				
$-6i$				
	3	-5		
			$3-2i$	
			$7i$	

(2) Adottak az alábbi komplex számok: $z_1 = 2+3i$, $z_2 = 1-i$, $z_3 = 2i$. Határozza meg az alábbiakat:

(a) $z_1 + z_2$ (b) $\overline{z_1 + z_2}$ (c) $\overline{z_1} + \overline{z_2}$ (d) $z_1 - z_2$
(e) $|z_1 + z_2|$ (f) $|z_1| + |z_2|$ (g) $z_1 \cdot z_2$ (h) $\overline{z_1} \cdot z_2$
(i) $z_3 \cdot z_2$ (j) $\overline{z_1 \cdot z_2}$ (k) $\overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$ (l) $|z_1 \cdot z_2|$
(m) $|z_1| \cdot |z_2|$ (n) $\dfrac{z_1}{z_2}$ (o) $\dfrac{z_2}{z_1}$ (p) $\dfrac{z_1}{z_3}$
(q) $\dfrac{1}{z_3}$ (r) $\overline{\left(\dfrac{z_1}{z_2}\right)}$ (s) $\dfrac{\overline{z_1}}{\overline{z_2}}$ (t) $\dfrac{z_1 \cdot z_3}{z_2}$
(u) $\left|\dfrac{z_1^2 + z_3}{z_2}\right|$

(3) Legyen $z_1 = 3(\cos 60^\circ + i\,\sin 60^\circ)$ valamint $z_2 = 12(\cos 120^\circ + i\,\sin 120^\circ)$. Határozza meg az alábbiakat:

(a) $|z_1|$ (b) $|z_2|$ (c) $z_1 \cdot z_2$ (d) $\dfrac{z_1}{z_2}$
(e) z_1^3 (f) $\sqrt[3]{z_1}$ (g) $\sqrt[4]{z_2}$ (h) $\sqrt[2]{z_1 \cdot z_2}$

(4) Töltse ki az alábbi táblázatot:

Algebrai alak	Trigonometrikus alak
$1+i$	
$1-\sqrt{3}i$	
	$\sqrt{2}(\cos 135^\circ + i\,\sin 135^\circ)$
2	
i	

(5) Oldja meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán:

(a) $(2+3i)z + 4 = 5 + 2i$
(b) $z^2 - 2z + 10 = 0$
(c) $z^2 - 2iz = 3 + 2\sqrt{3}i$
(d) $z^2 = 9$
(e) $z^2 = -16$
(f) $z^3 - i + 1 = 0$
(g) $(1+i)z^6 = -2 + 4i$
(h) $z^6 + 2iz^3 + 3 = 0$
(i) $z^8 - z^4(1+2i) - 1 + i = 0$
(j) $z^6 - (2+4i)z^3 + 4i - 4 = 0$

(6) Végezze el a kijelölt műveleteket:

(a) $\sqrt{2}(\cos 225^\circ + i\,\sin 225^\circ) + (4-3i)i$
(b) $\sqrt[3]{4 - 4\sqrt{3}i}$
(c) $\dfrac{3+3i}{2(\cos 330^\circ + i\,\sin 330^\circ)}$
(d) $\dfrac{i^3 - i^7}{4-i} \cdot \overline{(2-i)} + 2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$
(e) $\dfrac{i^{2009} - i^{2010}}{3-2i}$

(7) Oldja meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán:

(a) $i \cdot \overline{z} - 3 + 2i^3 = 4$

(b) $(2i - 3)z - 5 + i^5 = 2$

(c) $3z + 4\overline{z} = 2 + i$

(d) $z - 2i\overline{z} - i^3 = 3 + 2i$

(e) $z^2 + i\overline{z} = 0$

(f) $\overline{z}^2 - z = 0$

(g) $\begin{cases} (2+i)z_1 + (i+1)z_2 & = i \\ (2-i)z_1 - (3-i)z_2 & = 2 + 5i \end{cases}$

(h) $\begin{cases} z_1 - iz_2 & = -3i \\ (1+2i)z_1 + (1+3i)z_2 & = 8 + 6i \end{cases}$

(8) Határozza meg az alábbi komplex számok trigonometrikus alakját:

(a) $z = \sqrt{2}(\cos 45° - i\ \sin 45°)$

(b) $z = 2(\sin 135° + i\ \cos 135°)$

(c) $z = 4(\cos 300° + i\ \sin 150°)$

(d) $z = 4(\cos 330° + i\ \sin 150°)$

(e) $z = i \cos 30° -\ \cos 120°$

II. feladatsor

(1) Töltse ki az alábbi táblátatot:

$f(x)$	$g(x)$	$f(g(x))$	$g(f(x))$	$f(f(x))$
$\sin(x)$	x^3			
$\sin(x)+x+1$	$\sqrt{x}$			
$\dfrac{1}{x+2}$	3^x+1			
		$\cos(x^4)$		
			$2^{\sin(x)}$	
		$\lg(x^3+2x-1)$		
			$\sqrt{\arcsin(x)}$	
$\ln(x)$	e^x			
$\ln(x)$	x^2			
$\ln(x)$	$\ln(x)$			

(2) Határozza meg a valós számok legbővebb részhalmazát, ahol az alábbi függvények értelmesek:

(a) $f(x) = \dfrac{\sqrt{(x+1)(x-5)}}{x+4}$

(b) $f(x) = \dfrac{\arcsin(\frac{x}{2})}{\lg(2x+4)}$

(c) $f(x) = 2^{\frac{x+1}{x-3}}$

(d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+4x+4}}$

(e) $f(x) = \lg\left(\dfrac{x-2}{x+11}\right)$

(f) $f(x) = \arcsin\left(\dfrac{x}{x+2}\right)$

(g) $f(x) = \dfrac{\sqrt{3x-1}}{\ln(2x+36)}$

(h) $f(x) = \dfrac{\arccos(x+2)}{\ln(x+4)}$

(3) Ábrázolja az alábbi függvényeket:

(a) $f(x) = -2(2x-4)^2 - 5$

(b) $f(x) = 3\arcsin(2x-1) + \pi$

(c) $f(x) = -\ln(\frac{x}{2}+3) - 4$

(d) $f(x) = 3e^{1-x} + 2$

(e) $f(x) = -\sqrt{3x+4} - 2$

(4) Határozza meg az alábbi függvények inverz függvényét, ha létezik. Ha nem létezik akkor határozza meg a valós számok legbővebb részhalmazát, ahol az inverz létezik és határozza is meg azt!

(a) $f(x) = 4x - 6$

(b) $f(x) = \sqrt{2x+6}$

(c) $f(x) = \dfrac{3}{x+5} - 6$

(d) $f(x) = 2^{x-7} + 3$

(e) $f(x) = \log_5(2x-10) + 6$

(f) $f(x) = (x-4)^2 + 3$

(g) $f(x) = \dfrac{2}{x-4} + 3$

(h) $f(x) = 2\arcsin\left(\dfrac{3x-1}{2}\right) + \pi$

(i) $f(x) = \dfrac{1}{2}\operatorname{arctg}\left(\dfrac{x-1}{4}\right) - \dfrac{\pi}{4}$

(j) $f(x) = \cos\left(\dfrac{x-\pi}{4}\right) - 3$

(5) Páros, páraltlan vagy egyik sem az alábbi függvény:

(a) $f(x) = e^{-x}x^2$

(b) $f(x) = e^{-x^2}\sin x$

(c) $f(x) = x^2 + \cos x + 2$

III. feladatsor

(1) Adja meg az $a_n = \dfrac{5n-1}{2n+1}$ sorozat következő elemeit: $a_1, a_2, a_{n+1}, a_{n-3}$.

(2) Vizsgálja meg az alábbi sorozatokat monotonitás és korlátosság szempontjából:

(a) $a_n = \dfrac{1}{n+4}$ (b) $a_n = \dfrac{n+2}{n+3}$ (c) $a_n = \left(-\dfrac{1}{2}\right)^n$ (d) $a_n = \dfrac{4n+2}{3n-7}$

(3) Adottak az alábbi konvergens sorozatok. Adja meg a határértéket, és azt a küszöbindexet, amelynél nagyobb indexű tagjai a sorozatnak $\varepsilon = \frac{1}{100}$-nál kisebb hibával közelítik a határértéket!

(a) $a_n = \dfrac{4n+1}{n}$ (b) $a_n = \dfrac{1-3n}{n+4}$ (c) $a_n = \dfrac{2-3n}{1-4n}$ (d) $a_n = \dfrac{4n+2}{3n-7}$

(4) Határozza meg az alábbi nevezetes sorozatok határértéket:

(a) $a_n = 3$ (b) $a_n = \dfrac{1}{n}$ (c) $a_n = 2^n$

(d) $a_n = n^2$ (e) $a_n = 2^{\frac{1}{n}}$ (f) $a_n = \left(-\dfrac{3}{4}\right)^n$

(g) $a_n = \left(1-\dfrac{3}{n}\right)^n$ (h) $a_n = n^{\frac{1}{2}}$ (i) $a_n = n^{-\frac{1}{2}}$

(j) $a_n = \sqrt[n]{n}$ (k) $a_n = \dfrac{2^n}{n!}$ (l) $a_n = \left(1+\frac{1}{n}\right)^3$

(5) A nevezetes sorozathatárértékek ismeretével és a műveletekre vonatkozó tételek segítségével határozza meg mely sorozatok konvergensek és mi a határértékük!

(a) $a_n = 2n^2 - 3n + 1$ (b) $a_n = 7n^3 - 5n^2$

(c) $a_n = 4n^4 - 12n^3 + 1$ (d) $a_n = -6n^5 + 20n^4 + 100$

(6) Határozza meg a következő sorozatok határértékét:

(a) $a_n = \dfrac{-5n+1}{7n-2}$ (b) $a_n = \dfrac{3n^2+n+1}{5n^2-7n}$

(c) $a_n = \dfrac{1+5n^3-7n^4}{9n^4-4n^2+3n}$ (d) $a_n = \dfrac{2n+1}{n^2-n+2}$

(e) $a_n = \dfrac{-5n^2+2n+1}{1-n-7n^4}$ (f) $a_n = \dfrac{1-2n^2}{n^3-7n+1}$

(g) $a_n = \dfrac{1-n-7n^4}{-5n^2+2n+1}$ (h) $a_n = \dfrac{n^3-7n+1}{1-2n^2}$

(i) $a_n = \dfrac{1+4n}{2n+\sqrt{2n+1}}$ (j) $a_n = \dfrac{-2n+7n^2}{3n^2+n+\sqrt{n^3+3}}$

(k) $a_n = \dfrac{5-n}{4n-2+\sqrt{9n^2+n+3}}$ (l) $a_n = \dfrac{4-3n^2}{2n^2+\sqrt{n^4+n^3+1}}$

(7) Határozza meg a következő sorozatok határértékét:

(a) $a_n = \dfrac{(2n+1)^2}{\sqrt[3]{5n^6+4n}}$ (b) $a_n = \dfrac{n^2+1}{2n+1} - \dfrac{3n^2+1}{6n-1}$

(c) $a_n = \dfrac{2n^2+1}{4n-7} - \dfrac{4n^2+1}{8n+1}$ (d) $a_n = \sqrt{3n+7} - \sqrt{3n+10}$

(e) $a_n = \sqrt{4n+7} - \sqrt{3n+10}$ (f) $a_n = \sqrt{n^2+7n-1} - \sqrt{n^2+n}$

(g) $a_n = \dfrac{\sqrt{4n^2+2n+1}}{\sqrt{5n^2+n+10}}$ (h) $a_n = \dfrac{n^2+\sqrt{n^3+1}}{3n^2-n+4}$

(8) Határozza meg a következő sorozatok határértékét:

(a) $a_n = \dfrac{2^{n+1}-3^{n-1}}{1+3^n}$ (b) $a_n = \dfrac{2^{3n+1}-3^{n+1}}{2^n+8^{n+1}}$

(c) $a_n = \dfrac{5^{2n-1}-2^n}{3+3^{2n}}$ (d) $a_n = \dfrac{4^{2n+1}-2^{n+3}}{5+17^{n+2}}$

(e) $a_n = \dfrac{3^{2n+1}-4^{3n-1}}{1+2^n}$ (f) $a_n = \dfrac{4^{3n+1}-2^{3n+1}}{5^{3n-3}+8^{n+1}}$

(g) $a_n = \dfrac{2^{4n-1}-5^{n-3}}{4^{2n+2}+5^{2n}}$ (h) $a_n = \dfrac{4^{2n-4}-3^{2n+3}}{5+2^{n+2}}$

(9) Határozza meg a következő sorozatok határértékét:

(a) $a_n = \left(1 + \dfrac{2}{n}\right)^{n+3}$ (b) $a_n = \left(1 + \dfrac{4}{2n}\right)^{n}$

(c) $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{2}\right)^{n}$ (d) $a_n = \left(1 - \dfrac{1}{n}\right)^{2}$

(e) $a_n = \left(1 + \dfrac{1}{n}\right)^{3n}$ (f) $a_n = \left(1 - \dfrac{2}{n}\right)^{2n-3}$

(g) $a_n = \left(\dfrac{n+5}{n+2}\right)^{n+1}$ (h) $a_n = \left(\dfrac{2n+6}{2n+8}\right)^{n-3}$

(i) $a_n = \left(\dfrac{n+14}{n-3}\right)^{2n-1}$ (j) $a_n = \left(\dfrac{7n+4}{7n+5}\right)^{3n-2}$

(k) $a_n = \left(\dfrac{n+5}{2n+2}\right)^{n+1}$ (l) $a_n = \left(\dfrac{2n+6}{4n+8}\right)^{n-3}$

(m) $a_n = \left(\dfrac{2n+2}{n+5}\right)^{n+2}$ (n) $a_n = \left(\dfrac{4n+8}{2n+6}\right)^{n-7}$

(o) $a_n = \left(\dfrac{n^2+3}{n^2+5}\right)^{n-2}$ (p) $a_n = \left(\dfrac{2n^2+2}{2n^2+5}\right)^{n^2+2}$

(q) $a_n = \left(\dfrac{2n^2-n+3}{2n^2+5}\right)^{n^2-202}$ (r) $a_n = \left(\dfrac{3n^2+2n-3}{3n^2+7}\right)^{7n-5}$

(s) $a_n = \left(\dfrac{n^2+2}{n^2-4}\right)^{n^3+2}$ (t) $a_n = \left(\dfrac{2n+2}{n^2+5}\right)^{n+2}$

IV. feladatsor

(1) Határozza meg az alábbi függvényhatárértékeket a függvény grafikonjának ismeretében:

(a) $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^3$

(b) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x}$, $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x}$

(c) $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{x^2}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{x^2}$, $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1}{x^2}$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt{x}$, $\lim\limits_{x\to 0^+} \sqrt{x}$

(e) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2^x$, $\lim\limits_{x\to-\infty} 2^x$

(f) $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^x$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \lg x$, $\lim\limits_{x\to 0^+} \lg x$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \lg x$

(h) $\lim\limits_{x\to 0} \log_{\frac{1}{2}} x$, $\lim\limits_{x\to 0^+} \log_{\frac{1}{2}} x$, $\lim\limits_{x\to+\infty} \log_{\frac{1}{2}} x$

(i) $\lim\limits_{x\to+\infty} \sin x$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \sin x$

(j) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} \mathrm{tg} x$

(k) $\lim\limits_{x\to-1^+} \arcsin x$, $\lim\limits_{x\to 1} \arcsin x$, $\lim\limits_{x\to 1^-} \arcsin x$

(l) $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{arctg} x$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{arctg} x$

(m) $\lim\limits_{x\to-1^+} \arccos x$, $\lim\limits_{x\to 1} \arccos x$

(n) $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{arcctg} x$, $\lim\limits_{x\to-\infty} \mathrm{arcctg} x$

(o)
$$f(x) = \begin{cases} x^2+4 & \text{ha } x \geq 1 \\ 4^x & \text{ha } x < 1 \end{cases}$$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$

(p)
$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{ha } x < 2 \\ \sqrt{x} & \text{ha } x \geq 2 \end{cases}$$
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 9} f(x)$

(q)
$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{3}\right)^x \frac{1}{3} & \text{ha } x \geq -1 \\ -\frac{1}{x} & \text{ha } x < -1 \end{cases}$$
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to -1} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 10} f(x)$

(2) Határozza meg az alábbi függvények x_0-beli határértékét:

(a) $f(x) = -x^5 + 3x^4 + x^3 + 1$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(b) $f(x) = x^3 - 10x^2 + x + 20$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(c) $f(x) = \dfrac{-3x^2 - 5x + 1}{4x^2 + 7x + 3}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(d) $f(x) = \dfrac{7x^3 + 5x^2 + 1}{-2x^3 - x^2 + 10}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(e) $f(x) = \dfrac{-x^3 + x + 2}{x^4 + x^2 + 10}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(f) $f(x) = \dfrac{-2x^3 + 4x^2 - 2}{-x^2 + 3x + 7}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(g) $f(x) = \dfrac{x^2 + x - 6}{x^2 + 2x - 3}$, $x_0 = -\infty, +\infty, -3, 0, 1$

(h) $f(x) = \dfrac{x^2 - x - 2}{-x^3 + 6x^2 - 8x}$, $x_0 = -\infty, +\infty, 0, 1, 2, 4$

(i) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 9}$, $x_0 = 0, 1, 2, 3$

(j) $f(x) = \dfrac{x^2 - 4x + 4}{x^2 - x - 2}$, $x_0 = -1, 2$

(k) $f(x) = \dfrac{x^3 + 6x^2 + 9x}{x^2 + 5x + 6}$, $x_0 = -3, 0$

(l) $f(x) = \dfrac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x^2 - 2x - 8}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(m) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$, $x_0 = 0, +\infty$

(n) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + x + 1} - 1}{x}$, $x_0 = -\infty, +\infty$

(3) Határozza meg az alábbi határértékeket:

(a) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$

(b) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x}{\sqrt{3-2x} - \sqrt{3+2x}}$

(c) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(2x)}{3x}$

(d) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{7x}$

(e) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin 5x}{\sin 7x}$

(f) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\mathrm{tg} 5x}{4x}$

(g) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{5x} - 1}{7x}$

(h) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x} - 1}{\sin(3x)}$

(i) $\lim\limits_{x\to \infty} e^{\frac{1}{x}}$

(j) $\lim\limits_{x\to 0} \mathrm{arctg} \left(\dfrac{e^{2x} - 1}{2x} \right)$

(k) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(1 - \dfrac{1}{2x+3}\right)^{5x-1}$

(l) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x+4}{x+6}\right)^{2x+1}$

(m) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{3x+1}{3x+2}\right)^{x+4}$

(n) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{5x-2}{5x+7}\right)^{3x-2}$

(o) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{x+1}{2x+3}\right)^{x+1}$

(p) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x+5}{7x-3}\right)^{3x}$

(q) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{3x+2}{2x-1}\right)^{2x+3}$

(r) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{5x+2}{x+3}\right)^{4x-1}$

(s) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x^2+2}{2x^2-1}\right)^{2x+3}$

(t) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{4x-3}{2x-1}\right)^{x^2+3}$

(u) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{3x^2+2}{3x^2-1}\right)^{2x^2+3}$

(v) $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{3x^2+2x+20}{3x^2+20}\right)^{2x+3}$

(w) $\lim\limits_{x\to 0+} e^{\frac{1}{x}}$

(x) $\lim\limits_{x\to 0-} e^{\frac{1}{x}}$

(y) $\lim\limits_{x\to 1+} \mathrm{arctg} \left(\dfrac{1}{x-1}\right)$

(z) $\lim\limits_{x\to \infty} \arcsin \left(1 - \dfrac{1}{x}\right)$

V. feladatsor

(1) Adja meg az x_0 helyhez tartozó differenciahányados függvényt, a differenciálhányados értékét a definíció alapján:
   (a) $f(x) = 5$, $x_0 = 2$, $x_0 = -3$
   (b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $x_0 = 2$, $x_0 = -3$
   (c) $f(x) = \sqrt{x} + x$, $x_0 = -3$, $x_0 = 2$, $x_0 = 4$

(2) Adja meg az alábbi függvények szelő egyeneseinek egyenletét, valamint az érintő egyenesek egyenletét:
   (a) $f(x) = 4x^2 + 1$, $P_1(0,1)$, $P_2(-1,5)$
   (b) $f(x) = \frac{1}{x}$, $P_1(2,\frac{1}{2})$, $P_2(-3,-\frac{1}{3})$

(3) Határozza meg az alábbi függvények deriváltfüggvényeit:
   (a) $f(x) = \sqrt[3]{x^5} + \dfrac{1}{\sqrt{x}} + \dfrac{1}{x} - 1$
   (b) $f(x) = \left(\dfrac{2}{3}\right)^x - 4\sin x$
   (c) $f(x) = 2x^3 + \sqrt{\pi} + \log_3 x$
   (d) $f(x) = 3x^4 - \cos x + \dfrac{5}{x}$
   (e) $f(x) = \sin x \cdot \mathrm{tg} x$
   (f) $f(x) = e^x \cdot \ln x$
   (g) $f(x) = \lg x \cdot \arcsin x$
   (h) $f(x) = \sqrt{x} \lg x$
   (i) $f(x) = 4x^5 \cdot \mathrm{arctg} x$
   (j) $f(x) = \ln x \sin x$
   (k) $f(x) = \mathrm{tg} x$
   (l) $f(x) = \mathrm{ctg} x$
   (m) $f(x) = \dfrac{e^x}{\sin x}$
   (n) $f(x) = \dfrac{\mathrm{tg} x}{\ln x}$
   (o) $f(x) = \dfrac{2^x - x^4}{x + 2}$
   (p) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{x} + 15}{3\sin x}$
   (q) $f(x) = \dfrac{cgtx}{e^x + 4}$
   (r) $f(x) = \sin(x^3)$
   (s) $f(x) = (\sin x)^3$
   (t) $f(x) = \ln(x^2 + 4)$
   (u) $f(x) = e^{x^2 - \frac{1}{x} + 3}$
   (v) $f(x) = e^{\mathrm{tg} x \cdot \ln(x^2 + \cos x)}$
   (w) $f(x) = x^x$
   (x) $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$
   (y) $f(x) = \sin\left(\dfrac{\sqrt{x+3}}{2^x + x^2}\right)$
   (z) $f(x) = (x^3 + 3)^{\mathrm{arctg} x}$
   (aa) $r(\varphi) = 4^\varphi \cdot \ln\varphi + 2$
   (ab) $V(t) = t^6 \cdot \cos(3t)$
   (ac) $h(t) = t \cdot p^5 - p^7 + t$, p valós paraméter
   (ad) $h(p) = t \cdot p^5 - p^7 + t$, t valós paraméter
   (ae) $f(x) = \mathrm{ctg} x \cdot (\sqrt{x} + 3^x)^{x+4}$

(4) Határozza meg az alábbi határértékeket:

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arcsin(5x)}{3x}$ $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x^2+2}{3x^2+x+11}$ $\lim\limits_{x\to 0^+}(x^2\cdot\ln(x))$ $\lim\limits_{x\to 0^+}x^x$

$\lim\limits_{x\to -\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ $\lim\limits_{x\to 1^+}\left(\dfrac{1}{x-1}-\dfrac{1}{\ln x}\right)$ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x-\sin x}{x\sin x}$ $\lim\limits_{x\to 0^+}\left(\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{\sin x}\right)$

$\lim\limits_{x\to 1}e^{\frac{x-1}{x-x^2}}$ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\ln\frac{x}{2}}{x-2}$ $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\arctan x}{x}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2^x}{x^2}$ $\lim\limits_{x\to 0}2x\cdot\mathrm{ctg}3x$ $\lim\limits_{x\to 0+}(\sin x)^x$ $\lim\limits_{x\to 0^+}(\mathrm{ctg}x)^{\sqrt[3]{x}}$

$\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x}{\ln x}$ $\lim\limits_{x\to 0+}(e^x+x)^{\frac{1}{x}}$ $\lim\limits_{x\to\infty}(x-\ln(x^2+1))$ $\lim\limits_{x\to 0+}\ln x\cdot\mathrm{tg}x$

(5) Írja fel az alábbi $f(x)$ függvények m meredekségű érintőinek egyenletét:
  (a) $f(x)=2x^3-9x^2+18x+20$, $m=6$
  (b) $f(x)=-\dfrac{1}{x+2}+x$, $m=10$
  (c) $f(x)=\dfrac{1}{2}\mathrm{arctg}(2x+3)$, $m=\dfrac{1}{26}$

(6) Hol növekvő, hol csökkenő, hol van lokális szélsőértéke és milyen a szélsőérték jellege az $f(x)$ függvénynek, ha a derivált függvénye az alábbi:
  (a) $f'(x)=(x+4)(x-3)^2$
  (b) $f'(x)=\dfrac{(x+5)^2(x-1)}{x-3}$
  (c) $f'(x)=\ln x\cdot\dfrac{(x-2)^2(x-5)}{(x+3)(x-4)}$

(7) Hol konvex, hol konkáv, hol van inflexiós pontja az $f(x)$ függvénynek, ha a második derivált függvénye az alábbi:
  (a) $f''(x)=(x+4)(x-3)^2$
  (b) $f''(x)=\dfrac{(x+4)^3(x-2)^2}{x+1}$
  (c) $f''(x)=\dfrac{\sqrt{x}(x-4)}{(x-1)^2(x-2)}\cdot 2^x$

(8) Végezzen teljes függvényvizsgálatot az alábbi függvényeken:
  (a) $f(x)=3x-x^3$
  (b) $g(x)=\dfrac{1}{1+x^2}$
  (c) $h(x)=4x^2+\dfrac{1}{x}$
  (d) $i(x)=\dfrac{x^2}{x^2+4}$
  (e) $j(x)=x^2e^{-x}$
  (f) $k(x)=x\lg x$
  (g) $l(x)=\ln(x^2+4)$
  (h) $m(x)=\ln(x^2-1)$

(9) Határozza meg az alábbi függvények x_0 küröli n-ed fokú Taylor polimonját!
  (a) $f(x)=x^4+x^3-2x^2+x+3$, $x_0=0$, $x_0=1$, $n=4$
  (b) $f(x)=e^{1-2x}$, $x_0=0$, $x_0=\dfrac{1}{2}$, $x_0=1$, $n=3$, $n=4$
  (c) $f(x)=\ln(x+2)$, $x_0=0$, $x_0=-1$, $n=3$

(10) Oldja meg a következő szöveges feladatokat!
  (a) Egy felül nyitott, négyzet alapú doboz készítéséhez $2m^2$ területű lemezt használhatunk fel. Hogyan válasszuk meg a doboz méreteit, hogy a térfogata a legnagyobb legyen, és mekkora ez a legnagyobb térfogat?
  (b) Egy folyó két partján van két város, a képen látható elrendezés szerint. Szeretnénk kábelt fektetni a két város között. A kábelfektetés költsége 1000 peták méterenként a szárazföldön, 2000 peták méterenént a víz alatt. Milyen útvonal(ak) esetén minimális a költség?

(c) Egy felül nyitott henger alakú, 1/2 l térfogatú mérőedényt szeretnénk készíteni. Hogyan válasszuk az edény alapsugarát és magasságát, hogy minél kevesebb lemezt használjunk fel, és mennyi a felhasznált lemezmennyiség?

(d) Legfeljebb mekkora téglalap alakú területet lehet körbekeríteni 400 méter kerítéssel?

(e) Legalább mennyi kerítés kell egy 25 m^2 alapterületű tégalap alakú telek körbekerítéséhez?

(f) Két pozitív szám összege 50. Legalább mekkora a szorzatuk?

VI. feladatsor

(1) Az alapfüggvények integrálja segítségével határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = x^4 \dfrac{1}{\sqrt{x}} - \dfrac{1}{x} + 2$ (b)$f(x) = \dfrac{3x^4 - 2}{x^5}$

(c) $f(x) = e^x - 4\sin x + \dfrac{1}{\cos^2 x}$ (d) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{4 - 4x^2}}$

(e) $f(x) = \dfrac{2}{3 + 3x^2} + 4$ (f) $f(x) = 5^x - 3x^5 + \dfrac{2}{x} + 3$

(g) $f(x) = 4\cos x - \dfrac{3}{\sin^2 x}$ (h) $f(x) = \dfrac{7}{x} + \dfrac{4}{x^2} - 3\sqrt{3}$

(2) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = (1 - 7x)^2$ (b)$f(x) = \dfrac{3}{2x + 3}$

(c) $f(x) = e^{2-4x}$ (d) $f(x) = \sin(5 - 3x)$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{\sin^2(4x + 1)}$ (f) $f(x) = \dfrac{2}{1 + (4x + 3)^2}$

(g) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 - (5x + 2)^2}}$ (h) $f(x) = \dfrac{-1}{\sqrt[3]{5x + 3}}$

(3) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = 4\sin x \cdot \cos^5 x$ (b) $f(x) = \dfrac{2x^2}{\sqrt[3]{3 + 2x^3}}$

(c) $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt[4]{x^2 + 2}}$ (d) $f(x) = \dfrac{\mathrm{tg}^3 x}{2\cos^2 x}$

(e) $f(x) = \sqrt[5]{x^3 - 2} \cdot x^2$ (f) $f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{\mathrm{arctg}^2 x}}{1 + x^2}$

(g) $f(x) = \dfrac{3\ln^4 x}{x}$ (h) $f(x) = \dfrac{4}{(\arccos^2(x)) \cdot \sqrt{1 - x^2}}$

(i) $f(x) = \dfrac{\cos x}{\sin^3 x}$ (j) $f(x) = \dfrac{2x + 1}{(x^2 + x)^4}$

(4) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = \dfrac{2}{4x + 1}$ (b) $f(x) = \dfrac{7}{4 - 3x}$

(c) $f(x) = \dfrac{-5x}{1 + x^2}$ (d) $f(x) = \dfrac{4\cos x}{1 + 3\sin x}$

(e) $f(x) = \dfrac{4e^{-x}}{5 + 3e^{-x}}$ (f) $f(x) = \dfrac{2}{(1 + x^2)\mathrm{arctg}(x)}$

(5) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = e^{1+\sin x}\cos x$ (b) $f(x) = \dfrac{e^{\frac{1}{x}}}{4x^2}$

(c) $f(x) = \frac{\cos(5\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$ (d) $f(x) = \dfrac{4}{x^3} \cdot \sin\left(\dfrac{1}{x^2}\right)$

(6) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját parciális integrálással:

(a) $f(x) = (2x - 5)\cos x$ (b) $f(x) = (x^2 - 1)\sin x$

(c) $f(x) = (4x + 3)e^{2x}$ (d) $f(x) = 4xe^{1-2x}$

(e) $f(x) = \sin(2x)e^{1-x}$ (f)$f(x) = \arcsin x$

(g) $f(x) = (x^2 - 2x + 1)\ln x$ (h) $f(x) = \ln x$

(i) $f(x) = \mathrm{arctg} x$ (j) $f(x) = 2x\mathrm{arctg} x$

(k) $f(x) = \cos(2x + 2)e^{3x-4}$ (l) $f(x) = \ln^2(x) \cdot (x^2 + x + 2)$

(7) Határozza meg az alábbi függvények határozatlan integrálját:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+4}$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{9x^2+1}$

(c) $f(x) = \dfrac{1}{16x^2+25}$

(d) $f(x) = \dfrac{2}{5x^2+3}$

(e) $f(x) = \dfrac{1}{x^2+2x+5}$

(f) $f(x) = \dfrac{3}{x^2-6x+13}$

(g) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{2x-x^2}}$

(h) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{6x-9x^2}}$

(i) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{-4x^2-12x-8}}$

(j) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{12x-9x^2-3}}$

VII. feladatsor

(1) Határozza meg az alábbi határozott integrálok értékét:

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{-1} \frac{1}{x}\,dx$ (b) $\displaystyle\int_{2}^{7} \sqrt{x+2}\,dx$ (c) $\displaystyle\int_{2\sqrt{2}}^{3} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\,dx$

(d) $\displaystyle\int_{1}^{e} \ln x\,dx$ (e) $\displaystyle\int_{-4}^{-2} \frac{1}{x^2+8x+20}\,dx$ (f) $\displaystyle\int_{0}^{\pi} \sin x\,dx$

(2) Határozza meg a területeket, ha:

(a) $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$, és $x \in [-6; -3]$

(b) $f(x) = xe^{2x}$, és $x \in [0; 1]$

(c) $f(x) = \sqrt{x+3}$, és $x \in [-3, 1]$

(3) Határozza meg a két görbe által közrezárt területet!

(a) $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$

(b) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = \frac{x}{3}$

(c) $f(x) = \sqrt{x}$, $g(x) = x^2$

(4) Határozza meg az $f(x)$ és az x tengely által közbezárt területet!

(a) $f(x) = x^2 - 5x$

(b) $f(x) = -x^2 - 5x$

(c) $f(x) = (x-2)\ln x$

(5) Határozza meg alábbi függvények ívhosszát!

(a) $f(x) = 3x$ $x \in [2; 4]$

(b) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ $x \in [0; 1]$

(c) $f(x) = 2x\sqrt{x} + 1$, $x \in [0; 11]$

(6) Határozza meg alábbi függvények x tengely körüli megforgatásával keletkezett forgástest térfogatát!

(a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ $x \in [0; 1]$

(b) $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x+3}}$ $x \in [-2; 0]$

(c) $f(x) = \dfrac{2}{4-x}$, $x \in [0; 2]$

(d) $f(x) = e^x + 1$, $x \in [0; 1]$

(e) $f(x) = x\sqrt{\ln x}$, $x \in [1; e]$

(f) $f(x) = \sqrt{\dfrac{1}{4x^2+4x+10}}$, $x \in [-\frac{1}{2}; 1]$

(7) Határozza meg alábbi függvények x tengely körüli megforgatásával keletkezett forgástest palástjának felszínét!

(a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ $x \in [0; 1]$

(b) $f(x) = x^3$ $x \in [0; 2]$

(8) Határozza meg alábbi függvények x tengely körüli megforgatásával keletkezett forgástest teljes felszínét!

(a) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ $x \in [0; 1]$

(b) $f(x) = x^3$ $x \in [0; 2]$

VIII. feladatsor

(1) Igazolja, hogy az $y' = 2 - 2x + y$ differenciálegyenletnek megoldása az $y = 2x + 3e^x$!

(2) Igazolja, hogy az $y'' - 3y' + 2y + 3 - 2x = 0$ differenciálegyenletnek az $y = 3e^x + e^{2x} + x$ függvény megoldása

(3) Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket

(a) $y' = \cos x + 2, \quad y(0) = 5$

(b) $\dfrac{y'}{x^2 + \sqrt{x} + 1} = 1, \quad y(0) = 0$

(4) Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket

(a) $y' + \dfrac{1 - 2x}{x^2} y = 1$

(b) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$

(c) $y' - \dfrac{2x}{x^2 + 1} y = x$

(d) $y'x - 2yx^2 = x^2$

(5) Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket

(a) $(x^2 + 1)y' = xy, \quad y(0) = 3$

(b) $y' = \dfrac{y}{\sqrt{x}}$

(c) $xy' - y = 1$

(d) $y' = e^{2x+y}$

(e) $(2x + 1)y' = 3y, \quad y(4) = 54$

(f) $y' = (y + x)^2$

(g) $x(1 + y^2) = y(1 + x^2)y'$

(h) $(y^2 + 1)x = (x^2 - 2)yy'$

(6) Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket

(a) $y'' + 4y' + 3y = 0$

(b) $y'' - 6y' + 9y = 0$

(c) $y'' + 4y' + 5y = 0$

(d) $y'' + 4y' = 0$

(e) $y'' + 5y = 0$

(f) $y'' - 4y = 0$

(g) $y'' - 6y' + 34y = 174\cos(2x) + 74e^{-4x}$

(h) $y'' + 5y' + 6y = x^2$

(i) $y'' + 4y' + 3y = 2x + 3$

(j) $y'' - 3y' - 10y = -30\sin(2x) - 46\cos(2x)$

(k) $y'' - 2y' - 8y = -8x^2 + 12x + 70$

(l) $y'' + 2y' + y = 6\cos(3x) - 8\sin(3x)$

(m) $y'' - 10y' + 25y = 12e^{3x} - 36e^{-x}$

(n) $y'' + 2y' + 10y = 10x + 12$

(o) $y'' + y' + 6y = 12e^{2x} + 6x^2 + 2x + 2$

(7) Oldja meg az alábbi differenciálegyenleteket

(a) $y'' - 2y' = 6e^{2x}$

(b) $y'' + 4y' = (24x + 10)e^{-4x}$

(c) $y'' - 4y' + 4y = 10e^{2x}$

(d) $y'' + 9y = 27x - 12\sin 3x$