

1.  $\int \frac{2e^{2x} - 26e^x}{e^{2x} - 2e^x - 8} dx =$  (14)

2. Határozza meg azon test térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az  $f(x) = \sqrt[3]{13x+1}$  függvény grafikonjának  $[0, 2]$  intervallumhoz tartozó ívét megforgatjuk az  $x$ -tengely körül! (10)

3. Egy paralelogramma két szomszédos csúcsa  $A(-1, 2, 4)$  és  $B(5, 6, -3)$ . Középpontja  $K(4, 1, 3)$ .

(a) Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit!

(b) Írja fel az  $AB$  oldal egyenesének egyenletrendszerét!

(c) Határozza meg a  $K$  pont és az  $AB$  oldal egyenesének távolságát!

(13)

4. Egy tetraéder négy csúcsa:  $A(3, 0, -5)$ ,  $B(-4, 2, -3)$ ,  $C(4, -6, -1)$ ,  $D(5, 7, -2)$ .

(a) Írja fel a tetraéder  $ABC$  lapsíkjának egyenletét!

(b) Határozza meg a tetraéder térfogatát!

(c) Határozza meg az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsnál levő szögét!

(13)

5. Oldja meg a

$$\begin{array}{rcl} 3x_1 & -8x_2 & +2x_3 = -4 \\ x_1 & -3x_2 & -4x_3 = 3 \\ x_1 & -2x_2 & +10x_3 = -10 \\ 5x_1 & -13x_2 & +8x_3 = -11 \end{array} \quad \text{lineáris egyenletrendszert!} \quad (14)$$

6. Határozza meg az  $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 2 & -4 \end{pmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! (10)

7. Határozza meg hol és milyen szélsőértéke van az  $f(x, y) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 - y^2 + 10y - 7$  kétváltozós függvénynek! (14)

8. Határozza meg az  $f(x, y) = 45x - 35xy^2$  kétváltozós függvény kettős integrálját a  $H = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid -y \leq x \leq y^2, 0 \leq y \leq 1 \}$  tartományon! (12)