

1.  $\int \frac{4\sqrt[3]{x} - 13}{x \cdot \sqrt[3]{x} + x - 6\sqrt[3]{x^2}} dx =$  (14)

2. Határozza meg azon test térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az  $f(x) = \frac{x}{x^3 + 1}$  függvény grafikonjának  $[0, 2]$  intervallumhoz tartozó ívét megforgatjuk az  $x$ -tengely körül! (10)

3. Egy paralelogramma három csúcsa  $A(-2, 1, 2)$ ,  $B(4, 3, -1)$  és  $C(1, 9, -3)$ . (Az egymással szemközi csúcsok  $A$  és  $C$ , illetve  $B$  és  $D$ .)

(a) Határozza meg a negyedik csúcs és az átlók metszéspontjának koordinátáit!

(b) Írja fel a paralelogramma síkjának egyenletét!

(c) Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma négyzet!

(13)

4. Adott a  $P(3, 7, -12)$  pont és az  $S : 3x - y + 2z = 13$  sík.

(a) Határozza meg a  $P$  pontra illeszkedő,  $S$  síkra merőleges egyenes paraméteres egyenletrendszerét!

(b) Számolja ki a  $P$  pont és az  $S$  sík távolságát!

(c) Határozza meg az  $S$  sík és az  $x$  tengely szögét!

(13)

5. Határozza meg az  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 3 \\ 1 & 1 & 5 \\ 4 & 6 & -3 \end{pmatrix}$  mátrix inverzét! (14)

6. Határozza meg az  $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$  mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! (10)

7. Ábrázolja a legbővebb halmast, melyen az  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{10x - 4y - 15}}$  kétváltozós függvény értelmezhető, és határozza meg a függvény grafikonjához a  $P_0(2, 1)$  helyen az érintősík egyenletét! (14)

8. Határozza meg az  $f(x, y) = 35x\sqrt{y} - 15y$  kétváltozós függvény kettős integrálját a  $H = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x\}$  tartományon! (12)