

1. $\int \frac{4\sqrt[3]{x} + 17}{x \cdot \sqrt[3]{x} + x - 6\sqrt[3]{x^2}} dx =$ (14)

2. Határozza meg azon test térfogatát, melyet úgy kapunk, hogy az $f(x) = \sqrt{x \cdot \ln x}$ függvény grafikonjának $[1, e]$ intervallumhoz tartozó ívét megforgatjuk az x -tengely körül! (10)

3. Egy paralelogramma három csúcsa $A(1, 2, 3)$, $B(7, 4, 0)$ és $D(-2, 8, 1)$. (Az egymással szemkötti csúcsok A és C , illetve B és D .)

(a) Határozza meg a negyedik csúcs és az átlók metszéspontjának koordinátáit!

(b) Írja fel a paralelogramma síkjának egyenletét!

(c) Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma négyzet!

(13)

4. Adott a $P(5, -3, 8)$ pont és az $S : 2x - 5y + z = 7$ sík.

(a) Határozza meg a P pontra illeszkedő, S síkra merőleges egyenes paraméteres egyenletrendszerét!

(b) Számolja ki a P pont és az S sík távolságát!

(c) Határozza meg az S sík és az z tengely szögét!

(13)

5. Oldja meg a
$$\begin{array}{rcccc} 3x_1 & +4x_2 & & +5x_4 & = & 4 \\ x_1 & +x_2 & +3x_3 & & = & -1 \\ -4x_1 & -5x_2 & -2x_3 & +x_4 & = & 3 \end{array}$$
 lineáris egyenletrendszert! (14)

6. Határozza meg az $A = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -4 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix sajátértékeit és sajátvektorait! (10)

7. Határozza meg hol és milyen szélsőértéke van az $f(x, y) = x^3 - 18xy - y^3$ kétváltozós függvénynek! (14)

8. Határozza meg az $f(x, y) = 84x^2 - 105y\sqrt{x}$ kétváltozós függvény kettős integrálját a $H = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y^2 \leq x \leq y, 0 \leq y \leq 1 \}$ tartományon! (12)