

VEKTOROK

1. **B** Legyen $\underline{a}(-3; 2; 4)$, $\underline{b}(-2; 1; -2)$, $\underline{c}(3; -4; 5)$, $\underline{d}(8; -5; 7)$.

(a) $2\underline{a} - 4\underline{c} + 6\underline{d}$ [(30; -10; 30)]

(b) $\underline{c} + 3\underline{b} - 7\underline{a}$ [(18; -15; -29)]

(c) $\|2\underline{d} - 3\underline{c} + \underline{b}\|$ $\| (5; 3; -3) \| = 6, 56$

(d) $\|4\underline{a} + 8\underline{b} - 7\underline{c}\|$ $\| (-49; 44; 35) \| = 74, 58$

2. **B** Legyen $\underline{a}(1, 7; 2, 3; -4, 4)$, $\underline{b}(3, 1; -1, 7; 5)$, $\underline{c}(-2, 2; 4; -3, 5)$, $\underline{d}(8, 1; -2, 8; -1, 7)$.

(a) $-3\underline{b} + 5\underline{c} - \underline{a}$ [(-22; 22, 8; -28, 1)]

(b) $6\underline{c} + 3\underline{d} - 2\underline{b}$ [(4, 9; 19; -36, 1)]

(c) $\|\underline{d} + 2\underline{a} - 5\underline{b}\|$ $\| (-4; 10, 3; -35, 5) \| = 37, 18$

(d) $\|2\underline{b} - \underline{c} - 3\underline{a}\|$ $\| (3, 3; -14, 3; 26, 7) \| = 30, 47$

3. **B** Legyen $\underline{a}(2; 5; -8)$, $\underline{b}(-2; 4; 2)$, $\underline{c}(3; -4; 5)$, $\underline{d}(4; 2; -1)$.

(a) Határozza meg a \underline{b} vektor irányába mutató egységvektort! $\left[\left(-\frac{1}{\sqrt{6}}; \frac{2}{\sqrt{6}}; \frac{1}{\sqrt{6}} \right) \right]$

(b) Határozza meg a $2\underline{a} - \underline{d}$ vektor irányába mutató egységvektort! $\left[\left(0; \frac{8}{17}; -\frac{15}{17} \right) \right]$

(c) Határozza meg a \underline{c} vektorral ellentétes irányú egységvektort! $\left[\left(-\frac{3}{5\sqrt{2}}; \frac{4}{5\sqrt{2}}; -\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \right]$

(d) Határozza meg a $3\underline{d} + 2\underline{b}$ vektorral ellentétes irányú egységvektort! $\left[\left(-\frac{8}{3\sqrt{29}}; -\frac{14}{3\sqrt{29}}; -\frac{1}{3\sqrt{29}} \right) \right]$

4. **B** Legyen $\underline{a}(5; 6; -8)$, $\underline{b}(-2; 3; -1)$, $\underline{c}(-3; 4; -2)$, $\underline{d}(1; 2; -2)$.

(a) $\langle \underline{a}, \underline{d} \rangle$ [33]

(b) $\langle \underline{b}, 4\underline{c} \rangle$ [80]

(c) $\langle 3\underline{a}, \underline{d} + \underline{b} \rangle$ [147]

(d) $\langle 2\underline{d} - \underline{c} + \underline{a}, 2\underline{a} + 4\underline{b} \rangle$ [364]

5. **B** Legyen $\underline{a}(1; 2; 3)$, $\underline{b}(-2; -2; -2)$, $\underline{c}(4; 2; -3)$, $\underline{d}(5; 4; -7)$.

(a) Mekkora szöget zárnak be az \underline{a} és \underline{d} vektorok? [103, 03°]

(b) Mekkora szöget zárnak be a $\underline{b} + \underline{a}$ és \underline{c} vektorok? [156, 79°]

(c) Mekkora szöget zárnak be az $2\underline{a} - \underline{c}$ és $-\underline{b}$ vektorok? [56, 58°]

(d) Mekkora szöget zárnak be a $2\underline{a} - 3\underline{d}$ és $-\underline{c} + 3\underline{b}$ vektorok? [84, 64°]

6. **B** Legyen $\underline{a}(2; -4; 3)$, $\underline{b}(2; 1; -2)$, $\underline{c}(3; -3; 2)$, $\underline{d}(-1; -4; x)$, $\underline{e}(2; x; -3)$.

- (a) Milyen x érték esetén lesz a \underline{d} vektor merőleges az \underline{a} vektorra? $[x = -\frac{14}{3}]$
 (b) Milyen x érték esetén lesz az \underline{e} vektor merőleges az $-2\underline{b} + \underline{c}$ vektorra? $[x = -4]$
 (c) Milyen x értékek esetén fognak a \underline{d} és \underline{b} vektorok hegyesszöget bezárni? $[x < -3]$
 (d) Milyen x értékek esetén fognak az \underline{e} és $3\underline{a} - \underline{b}$ vektorok hegyesszöget bezárni? $[x < -\frac{25}{13}]$
 (e) Milyen x értékek esetén fognak az \underline{e} és \underline{c} vektorok tompaszöget bezárni? $[x > 0]$
 (f) Milyen x értékek esetén fognak a \underline{d} és $2\underline{b} + 3\underline{c}$ vektorok tompaszöget bezárni? $[x < -\frac{15}{2}]$

7. **B** Legyen $\underline{a}(-3; 0; 4)$, $\underline{b}(5; -4; 7)$, $\underline{c}(-2; -4; 4)$, $\underline{d}(6; -2; -1)$.

- (a) Bontsa fel az \underline{a} vektort a \underline{c} vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
 $[\underline{a}_p \left(-\frac{11}{9}; -\frac{22}{9}; \frac{22}{9}\right), \underline{a}_m \left(-\frac{16}{9}; \frac{22}{9}; \frac{14}{9}\right)]$
 (b) Bontsa fel a \underline{b} vektort a \underline{d} vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
 $[\underline{b}_p \left(\frac{186}{41}; -\frac{62}{41}; -\frac{31}{41}\right), \underline{b}_m \left(\frac{19}{41}; -\frac{102}{41}; \frac{318}{41}\right)]$
 (c) Bontsa fel a \underline{c} vektort az \underline{a} vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
 $[\underline{c}_p \left(-\frac{66}{25}; 0; \frac{88}{25}\right), \underline{c}_m \left(\frac{16}{25}; -4; \frac{12}{25}\right)]$
 (d) Bontsa fel a \underline{d} vektort a \underline{c} vektorral párhuzamos és merőleges összetevőkre!
 $[\underline{d}_p \left(\frac{4}{9}; \frac{8}{9}; -\frac{8}{9}\right), \underline{d}_m \left(\frac{50}{9}; -\frac{26}{9}; -\frac{1}{9}\right)]$

8. **B** Az $ABCD$ paralelogramma két csúcsa $A(3; -1; 4)$ és $B(-2; 2; 1)$. Az átlók metszéspontja $K(2; 1; 3)$. Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit! $[C(1; 3; 2), D(6; 0; 5)]$

9. **B** Az $ABCD$ paralelogramma két csúcsa $B(2; -1; 5)$ és $C(8; 3; -4)$. Az átlók metszéspontja $K(5; 2; 2)$. Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit! $[A(2; 1; 8), D(8; 5; -1)]$

10. **B** Az $ABCD$ paralelogramma három csúcsa $A(4; 5; 4)$, $B(6; 4; 5)$ és $C(7; -2; 7)$. Határozza meg az átlók metszéspontját és a negyedik csúcs koordinátáit! $[K(5, 5; 1, 5; 5, 5), D(5; -1; 6)]$

11. **B** Az $ABCD$ paralelogramma három csúcsa $B(-3; 3; -4)$, $C(-6; -3; 1)$ és $D(5; -5; -8)$. Határozza meg az átlók metszéspontját és a negyedik csúcs koordinátáit! $[K(1; -1; -6), A(8; 1; -13)]$

12. **B** Az ABC háromszög egyik csúcsa $A(5; -2; 3)$. Az AB oldal felezőpontja $F(1; 4; 1)$. Az AC oldal felezőpontja $G(7; 1; 4)$. Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit! $[B(-3; 10; -1), C(9; 4; 5)]$

13. **B** A KLM háromszög egyik csúcsa $M(5; -2; 3)$. A KL oldal felezőpontja $X(2; 3; -2)$. Az LM oldal felezőpontja $Y(6; 4; 5)$. Határozza meg a másik két csúcs koordinátáit! $[L(7; 10; 7), K(-3; -4; -11)]$

14. **B** Határozza meg az $A(-7; 2; 8)$ pont $B(6; 4; 5)$ pontra vonatkozó tükörképének koordinátáit és az AB szakasz felezőpontjának koordinátáit! $[A'(19; 6; 2), F(-0, 5; 3; 6, 5)]$

15. **B** Határozza meg az $X(5; -2; 6)$ pont $Y(-2; 6; 3)$ pontra vonatkozó tükörképének koordinátáit és az XY szakasz felezőpontjának koordinátáit! $[X'(-9; 14; 0), F(1, 5; 2; 4, 5)]$
16. Egy szabályos hatszög középpontja $K(2; -3; 5)$, két szomszédos csúcsa $A(1; -3; 6), B(1; -2; 5)$. Határozza meg másik négy csúcs koordinátáit! $[D(3; -3; 4), E(3; -4; 5), C(2; -2; 4), F(2; -4; 6)]$
17. **B** Az ABC szabályos háromszög oldala 2 egység hosszú. Mennyi $\langle \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC} \rangle$? $[2]$
18. **B** Az EFG szabályos háromszög oldala 5 egység hosszú. Mennyi $\langle \overrightarrow{EF}, \overrightarrow{EG} \rangle$? $[12, 5]$
19. Adott az ABC háromszög három csúcsa $A(1; 0; -1), B(1; -1; 3)$ és $C(-7; 2; 1)$. Határozza meg a háromszög területét és a B csúcsnál lévő szöget! $[k = 21, 38; 72, 3^\circ]$
20. Adott az EFG háromszög három csúcsa $E(2; 3; 4), F(-2; 3; 1)$ és $G(3; -4; 2)$. Határozza meg a háromszög területét és a E csúcsnál lévő szöget! $[k = 21, 01; 86, 88^\circ]$
21. Döntse el, hogy az $\underline{a}(-2; 3; 6)$, $\underline{b}(6; -2; 3)$ és $\underline{c}(3; 6; -2)$ vektorok kockát feszítenek-e ki! Válaszát indokolja! $[igen]$
22. Döntse el, hogy az $\underline{a}(-8; 2; 4)$, $\underline{b}(2; -4; 8)$ és $\underline{c}(-4; 8; -2)$ vektorok kockát feszítenek-e ki! Válaszát indokolja! $[nem]$
23. **B** Határozza meg az AB szakasz A ponthoz közelebbi harmadolópontját! $A(2; -1; 4), B(2; 2; 10)$ $[(2; 0; 6)]$
24. **B** Határozza meg az BC szakasz C ponthoz közelebbi harmadolópontját! $B(7; 2; -5), C(-4; 3; -2)$ $\left[\left(-\frac{1}{3}; \frac{8}{3}; -3 \right) \right]$
25. **B** Határozza meg annak a X pontnak a koordinátáit, amely az AB szakaszt $AX : XB = 3 : 2$ arányban osztja! $A(-3; 1; -6), B(4; 2; 6)$ $\left[\left(\frac{6}{5}; \frac{8}{5}; \frac{6}{5} \right) \right]$
26. **B** Legyen $\underline{a}(-2; 7; -8), \underline{b}(2; -3; 5), \underline{c}(-3; 5; -4), \underline{d}(1; 7; -9)$.
- (a) $\underline{a} \times \underline{d}$ $[(-7; -26; -21)]$
- (b) $(\underline{b} - 3\underline{c}) \times \underline{a}$ $[(25; 54; 41)]$
- (c) $(2\underline{d} + \underline{a}) \times (\underline{c} - 3\underline{b})$ $[(-35; 234; 189)]$
- (d) \underline{abc} $[-31]$
- (e) \underline{bda} $[41]$
- (f) \underline{dcc} $[0]$
27. **B** Igazolja, hogy az $\underline{a}(-1; -4; 3), \underline{b}(-2; 3; 6)$ vektorok paralelogrammát feszítenek ki és számítsa ki a paralelogramma területét! $[T = 34, 79]$
28. **B** Igazolja, hogy az $\underline{c}(-2; 6; 3), \underline{d}(4; -3; -1)$ vektorok paralelogrammát feszítenek ki és számítsa ki a paralelogramma területét! $[T = 20, 8]$

29. **B** Igazolja, hogy az $A(5; -3; -4)$, $B(5; 7; -9)$, $C(3; -7; 2)$ pontok háromszöget alkotnak és számítsa ki a háromszög területét! [$T = 22, 91$]
30. **B** Igazolja, hogy az $E(-2; 3; 3)$, $F(-7; 6; -4)$, $G(6; -5; -4)$ pontok háromszöget alkotnak és számítsa ki a háromszög területét! [$T = 60, 14$]
31. Vegyük az $A(-3; 3; -4)$, $B(-2; 3; -4)$, $C(1; -7; 8)$ pontokat. Legyen G az AC oldal felezőpontja. Számítsa ki az ABG háromszög területét és kerületét! [$T = 3, 91; k = 16, 93$]
32. Vegyük az $A(-2; 5; 1)$, $B(-2; -1; -4)$, $C(1; -4; 5)$ pontokat. Legyen X pont az AB szakasz A ponthoz közelebbi harmadolópontja. Számítsa ki az AXC háromszög területét és kerületét! [$T = 12, 15; k = 22, 39$]
33. Igazolja, hogy az $A(2; -3; 4)$, $B(5; 3; -4)$, $C(6; -7; 2)$ pontok háromszöget alkotnak. Számítsa ki a háromszög területét, a B csúcshoz tartozó magasságot és a C csúcsnál lévő szöveget! [$T = 31, 26; m_b = 10, 42; 62, 89^\circ$]
34. Igazolja, hogy az $K(2; -3; -4)$, $L(1; 3; -4)$, $M(6; -5; -2)$ pontok háromszöget alkotnak. Számítsa ki a háromszög területét, a K csúcshoz tartozó magasságot és a L csúcsnál lévő szöveget! [$T = 12, 57; m_k = 2, 61; 25, 38^\circ$]
35. **B** Egysíkúak-e az $\underline{a}(-1; 3; -2)$, $\underline{b}(3; 4; -3)$, $\underline{c}(-2; 1; 3)$ vektorok? [*nem*]
36. **B** Egysíkúak-e az $\underline{a}(1; 2; -3)$, $\underline{b}(-3; 2; 4)$, $\underline{c}(-3; 10; -1)$ vektorok? [*igen*]
37. **B** Igazolja, hogy az $\underline{a}(-2; -3; 4)$, $\underline{b}(-5; -3; 2)$, $\underline{c}(4; -6; -2)$ vektorok paralelepipedont feszítenek ki és számítsa ki a paralelepipedon térfogatát! [$V = 138$]
38. **B** Igazolja, hogy az $\underline{a}(2; -6; 8)$, $\underline{b}(-2; -1; -4)$, $\underline{c}(2; -5; 3)$ vektorok paralelepipedont feszítenek ki és számítsa ki a paralelepipedon térfogatát! [$V = 62$]
39. **B** Vegyük az $A(-3; 5; 4)$, $B(2; -3; -4)$, $C(1; -7; 5)$, $D(6; -4; 3)$ pontokat. Igazolja, hogy ezek a pontok tetraédert határoznak meg és számítsa ki a tetraéder térfogatát! [$V = 95, 83$]
40. **B** Vegyük az $A(6; 5; 4)$, $B(-5; 4; 3)$, $C(1; 4; -2)$, $D(6; -4; 2)$ pontokat. Igazolja, hogy ezek a pontok tetraédert határoznak meg és számítsa ki a tetraéder térfogatát! [$V = 89, 5$]
41. Vegyük az $A(-3; -4; 4)$, $B(5; -6; 3)$, $C(1; -7; -2)$, $D(7; 8; -1)$ pontokat. Igazolja, hogy ezek a pontok tetraédert határoznak meg, számítsa ki a tetraéder térfogatát és a D csúcshoz tartozó magasság hosszát! [$V = 116, 33; m = 14, 64$]
42. Egy tetraéder csúcsai $A(-2; 6; 5)$, $B(3; -3; 2)$, $C(3; -6; 2)$, $D(-1; 2; -3)$. Számítsa ki a tetraéder térfogatát és a D csúcshoz tartozó magasság hosszát! [$V = 18, 5; m = 6, 35$]
43. Az $ABCD$ tetraéder térfogata 5 egység. Adottak az $A(2; 1; -1)$, $B(3; 0; 1)$, $C(2; 1; 3)$ csúcsok. Határozza meg a D csúcs koordinátáit, ha tudjuk, hogy az y tengelyen található! [$(0; \frac{21}{2}; 0), (0; -\frac{9}{2}; 0)$]
44. Egy kockát kifeszítő három vektor közül kettő $\underline{a}(6; 2; -3)$, $\underline{b}(-3; 6; -2)$. Határozza meg a harmadik vektort! [$\underline{c}(2; 3; 6), -\underline{c}(-2; -3; -6)$]

45. Adott: $A(2; -5; 3), B(9; -4; 8), C(4; -1; -1)e : x = 1 + 4t, y = 2 - 3t, z = 6 + t, t \in R,$
 $f : \frac{3x+6}{9} = \frac{-y+2}{2} = z + 2.$
- (a) **B** Írja fel az A és B pontok által meghatározott egyenes paraméteres és paraméter nélküli egyenletrendszerét!
 [A pontra felírva: $x = 2 + 7t, y = -5 + t, z = 3 + 5t, t \in R; \frac{x-2}{7} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-3}{5}$]
- (b) **B** Döntse el, hogy az A és B pontok illeszkednek-e az e egyenesre! [A – nem, B – igen]
- (c) **B** Írja fel az A pontra illeszkedő f egyenessel párhuzamos egyenes paraméteres és paraméter nélküli egyenletrendszerét!
 [$x = 2 + 3t, y = -5 - 2t, z = 3 + t, t \in R; \frac{x-2}{3} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z-3}{1}$]
- (d) Írja fel a C pontra illeszkedő e és f egyenesre merőleges egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
 [$x = 4 - t, y = -1 - t, z = -1 + t, t \in R$]
- (e) Írja fel az ABC háromszög síkjára merőlegess B ponton áthaladó egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
 [$x = 9 - 24t, y = -4 + 38t, z = 8 + 26t, t \in R$]
- (f) **B** Írja fel az A pontra illeszkedő e egyenesre merőleges sík egyenletét! [$4x - 3y + z - 26 = 0$]
- (g) **B** Írja fel az A, B és C pontok által meghatározott sík egyenletét! [$-24x + 38y + 26z + 160 = 0$]
- (h) **B** Határozza meg az e és f egyenesek helyzetét a térben! Ha van metszéspont, adja meg a koordinátáit! [kitérőek]
46. Írja fel az $A(3; -1; 2), B(4; 1; -7), C(8; -1; 5)$ csúcspontú háromszög A csúcsából induló súlyvonalának paraméter nélküli egyenletrendszerét!
 [A pontra felírva : $\frac{x-3}{3} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-3}$]
47. **B** Írja fel az $A(4; 5; -4)$ pontra illeszkedő x tengellyel párhuzamos egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
 [$x = 4 + t, y = 5, z = -4, t \in R$ (x tengely irányvektora (1;0;0))]
48. **B** Írja fel az $A(2; 5; -4)$ pontra illeszkedő xy síkra merőleges egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
 [$x = 2, y = 5, z = -4 + t, t \in R$ (xy sík egyenlete $z=0$, normálvektora (0;0;1))]
49. **B** Írja fel az CD szakasz felezőpontján átmenő z tengellyel párhuzamos egyenes paraméteres egyenletrendszerét, ha $C(2; -8; 4), D(-6; -4; 2)$!
 [$x = -2, y = -6, z = 3 + t, t \in R$ (z tengely irányvektora (0;0;1))]
50. Adott: $A(3; -4; -2), B(4; 5; -7), C(-2; 2; 1), e : x = -2 + 3t, y = 1 - 2t, z = 2 + t, t \in R,$
 $S : x - 3z = -4y + 4.$
- (a) Határozza meg annak a síknak az egyenletét, amely átmegy az origón, párhuzamos az e egyenessel és merőleges az S síkra! [$2x + 10y + 14z = 0$]

- (b) Határozza meg az A pont és az e egyenes síkjának egyenletét! $[13x + 17y - 5z + 19 = 0]$
- (c) **B** Határozza meg az e egyenes és az xz sík metszéspontját!
 $[(-0, 5; 0; 2, 5) \quad (xz \text{ sík egyenlete: } y=0)]$
- (d) **B** Határozza meg annak a síknak az egyenletét, amely illeszkedik a B pontra és merőleges az e egyenesre!
 $[3x - 2y + z + 5 = 0]$
- (e) **B** Határozza meg annak a síknak az egyenletét, amely átmegy az C ponton és párhuzamos az x és y tengellyel!
 $[z - 1 = 0]$
- (f) **B** Határozza meg annak az egyenesnek a paraméteres egyenletét, amely átmegy a B ponton és merőleges az y és z tengelyekre!
 $[x = 4 + t, y = 5, z = -7, t \in R]$
- (g) **B** Határozza meg annak a A pontra illeszkedő síknak az egyenletét, amely merőleges az y tengelyre!
 $[y + 4 = 0 \quad (y \text{ tengely irányvektora } (0;1;0))]$
51. Adja meg annak az S síknak az egyenletét, amely átmegy a $P(2; 3; 5)$ ponton és illeszkedik az y tengelyre!
 $[S: -5x+2z=0 \quad (y \text{ tengely irányvektora } (0;1;0))]$
52. **B** Írja fel az $B(2; -2; 1)$ pontra illeszkedő zy síkra merőleges egyenes paraméteres egyenletrendszerét!
 $[x = 2 + t, y = -2, z = 1, t \in R \quad (yz \text{ sík egyenlete } x=0, \text{ normálvektora } (1;0;0))]$
53. Adja meg annak az S síknak az egyenletét, amely átmegy a $C(0; 4; -7)$ ponton és merőleges az $S_1 : 2x - y - z = 1$ és $S_2 : 4x - y + z = 12$ síkokra!
 $[S : x + 3y - z = 19]$
54. Az ABC háromszög csúcsai $A(4; -1; 6), B(2; -4; 3), C(2; -1; -3)$.
- (a) **B** Határozza meg az ABC háromszög síkjának egyenletét!
 $[27x - 12y - 6z - 84 = 0]$
- (b) **B** Határozza meg annak a síknak az egyenletét, amely illeszkedik a C pontra és merőleges az AB oldalra!
 $[-2x - 3y - 3z - 8 = 0]$
- (c) **B** Írja fel a A pontra illeszkedő BC oldallal párhuzamos egyenes paraméter nélküli egyenletét!
 $[\frac{y+1}{3} = \frac{z-6}{-6}, x = 4]$
55. Adott: $D(-4; -2; 3), E(2; -5; 1), F(3; 2; -5), m : x = 3 - 2t, y = 4, z = -1 + 3t, t \in R,$
 $n : \frac{x+5}{3} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+1}{5}, S_1 : x + 5y = z + 3, S_2 : 4x - 3y + z + 5 = 0.$
- (a) **B** Döntse el, hogy az E pont illeszkedik-e az S_1 síkra!
 $[nem]$
- (b) **B** Írja fel a E pontra illeszkedő m egyenessel párhuzamos egyenes paraméteres és paraméter nélküli egyenletrendszerét!
 $[x = 2 - 2t, y = -5, z = 1 + 3t, t \in R; \frac{x-2}{-2} = \frac{z-1}{3}, y = -5]$
- (c) **B** Írja fel az D pontra illeszkedő S_1 síkkal párhuzamos sík egyenletét!
 $[x + 5y - z + 17 = 0]$
- (d) **B** Írja fel az F pontra illeszkedő yz síkkal párhuzamos sík egyenletét!
 $[x - 3 = 0, (az \text{ } yz \text{ sík egyenlete: } x=0, \text{ normálvektora } (1;0;0))]$

- (e) **B** Írja fel az DEF háromszög síkjának az egyenletét! $[32x + 34y + 45z + 61 = 0]$
- (f) Írja fel az F pont és az n egyenes síkjának az egyenletét! $[-x - 26y + 11z + 110 = 0]$
- (g) **B** Határozza meg az n egyenes és az S_1 sík helyzetét a térben! Ha van dőféspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenes dőfi a síkot, dőféspont } (-\frac{79}{8}; \frac{3}{4}; -\frac{73}{8})]$
- (h) **B** Határozza meg az m egyenes és az S_2 sík helyzetét a térben! Ha van dőféspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenes dőfi a síkot, dőféspont } (\frac{7}{5}; 4; \frac{7}{5})]$
- (i) Határozza meg az S_1 és S_2 síkok metszésvonalát!
 $[x = -\frac{2}{5} + 2t, y = -5t, z = -\frac{17}{5} - 23t, t \in R, \text{ ahol } (-\frac{2}{5}; 0; -\frac{17}{5}) \text{ a metszésvonal tetszőleges pontja}]$
56. **B** Határozza meg az alábbi egyenesek $e : x = 3 + 2t, y = 1 + t, z = 2 - t, t \in R$ és $f : x = -1 + t, y = 2 + 2t, z = 1 - 2t, t \in R$ helyzetét a térben! Ha van metszéspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenesek metszik egymást, metszéspont } (-3; -2; 5)]$
57. **B** Határozza meg az alábbi egyenesek $a : x = 6 + 2t, y = -3 + t, z = 9 + 5t, t \in R$ és $f : \frac{x-3}{5} = \frac{2y+8}{4} = \frac{-y+3}{-6}$ helyzetét a térben! Ha van metszéspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenesek kitérők}]$
58. **B** Határozza meg az $m : x = 8 + 3t, y = -3 - 2t, z = 10 + 5t, t \in R$ egyenes és az $S : 4x - 3y + z = 5$ sík helyzetét a térben! Ha van dőféspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenes dőfi a síkot, dőféspont } (2; 1; 0)]$
59. **B** Határozza meg az $f : x = -5 + 2t, y = -2 + 2t, z = -3t, t \in R$ egyenes és az xy sík helyzetét a térben! Ha van dőféspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenes dőfi a síkot, dőféspont } (-5; -2; 0)]$
60. **B** Határozza meg az $n : x = 1 - 3t, y = 5 + t, z = 3 + 3t, t \in R$ egyenes és $S : 2x - 3y + 3z = 5$ sík helyzetét a térben! Ha van dőféspont, adja meg a koordinátáit! $[\text{az egyenes párhuzamos a síkkal}]$
61. Határozza meg az $S_1 : x + 3y = -z + 7$ és $S_2 : 2x + y - 3z = 4$ síkok kölcsönös helyzetét! Ha a síkok nem párhuzamosak, határozza meg a két sík metszésvonalát! $[x = 1 - 2t, y = 2 + t, z = -t, t \in R]$
62. Határozza meg az $S_1 : 2x + 3z = y + 6$ és xz síkok kölcsönös helyzetét! Ha a síkok nem párhuzamosak, határozza meg a két sík metszésvonalát! $[xz \text{ sík egyenlete: } y = 0; t \in R]$
63. **B** Határozza meg az $A(4; -2, 1)$ pont és az $f : x = 3 - 2t, y = 4 + t, y = 6, t \in R$ egyenes távolságát! $[7, 01]$
64. **B** Milyen messze van a $D(-3; 2, 5)$ pont az $S : 2x - y = -z - 6$ síktól? $[1, 22]$
65. Az $ABCD$ csúcspontú tetraéderben határozza meg az AB és CD oldalegyenesek távolságát!
 $A(0; 0; 0), B(1; 0; 0), C(1; 2; 0), D(0; 1; 2)$ $[1, 79]$

66. **B** Határozza meg az $e : x = 3 + 2t, y = 1 - 4t, z = 5t, t \in R$ és az $f : \frac{8-2x}{6} = \frac{y+2}{4} = z - 3$ egyenesek hajlásszögét! [60, 20°]
67. Határozza meg mekkora szöget zár be az $ABCD$ tetraéderben az AD oldal egyenese az ABC oldallap síkjával! $A(2; -2; 2), B(5; -2; -1), C(5; 2; -1), D(5; -2; 2)$ [45°]
68. **B** Határozza meg az $S_1 : x - 7y = 2$ és $S_2 : -3y = -4x + 5z + 6$ síkok hajlásszögét! [60°]
69. Határozza meg az $ABCD$ paralelogramma az AB oldalához tartozó magasságát! $A(1; 3; 7), B(3; 6; 1), C(4; -2; -9), D(2; -5; -3)$ [11, 64]
70. Adott: $A(4; -2; 1), B(1; -2; 1), e : x = 3 - 2t, y = 4 + t, z = 4 - t, t \in R,$
 $f : \frac{x-4}{-2} = \frac{2-2y}{-2} = \frac{-1+z}{-1}, S_1 : x + 3z = y - 5, S_2 : -2x + 2y = 6z + 18.$
- (a) **B** Határozza meg az A és B pontok távolságát! [3]
- (b) **B** Határozza meg az A pont és az e egyenes távolságát! [6, 46]
- (c) **B** Határozza meg a B pont és az f egyenes távolságát! [4, 06]
- (d) **B** Határozza meg az e pont és f egyenesek távolságát! [4, 28]
- (e) **B** Határozza meg a B pont távolságát az S_1 síktól! [3, 32]
- (f) **B** Határozza meg az A pont távolságát az S_2 síktól! [5, 43]
- (g) **B** Határozza meg az S_1 és S_2 síkok kölcsönös helyzetét! Ha a síkok párhuzamosak, határozza meg a távolságát! [1, 21]
71. **B** Határozza meg az $S_1 : x + 3z = y - 5$ sík és az $m : x = -1 + t, y = 2 - 2t, z = -t, t \in R$ egyenes távolságát! [0, 6]
72. Határozza meg az $a : x = 1+t, y = -t, z = 2, t \in R$ és $b : x = 4-2u, y = 1+u, z = 3-u, u \in R$ egyenesek távolságát! [$\sqrt{3}$]
73. Határozza meg az $e : x = 2 + t, y = 5 - t, z = 2 + 3t, t \in R$ és $f : x = 7 - 2u, y = 2 + u, z = 1 + 2u, u \in R$ egyenesek távolságát! [az egyenesek metszik egymást]
74. **B** Határozza meg az $e : x = 4, y = 4t - 1, z = 3 + 2t, t \in R$ és az y tengely hajlásszögét! [26, 56°]
75. Határozza meg a paralelogramma átlóinak hajlásszögét! $A(2; 3; -1), B(5; 4; 3), C(2; -1; 6), D(-1; -3; 2)$ [73, 69°]
76. **B** Határozza meg az $S : z = 5x + 4y$ és az xz sík hajlásszögét! [51, 88°]
77. **B** Határozza meg az $S : x + y + z = 1$ sík és az $p : x = -y = \frac{z}{2}$ egyenes hajlásszögét! [28, 12°]
78. Az $ABCD$ tetraéderben határozza meg az ABC és a BCD oldallapok által bezárt szöget! $A(4; 7; 6), B(0; 1; -2), C(-1; 5; 3), D(4; -5; 2)$ [58, 52°]

79. Adott az $ABCD$ tetraéder: $A(4; 6; 2)$, $B(0; -1; -2)$, $C(-1; 6; 3)$, $D(5; -4; 3)$.

- (a) Írja fel az B pontra illeszkedő ACD síkkal párhuzamos sík egyenletét! $[5x + 3y + 25z + 50 = 0]$
- (b) Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a CD egyenessel és áthalad az AB oldal felezőpontján! $[x = 2 + 6t, y = 2, 5 - 10t, z = 0, t \in R]$
- (c) Határozza meg az BC és AD oldalegyenesek távolságát! $[4, 91]$
- (d) Határozza meg a C pont távolságát az ABD síktól! $[4, 24]$
- (e) Határozza meg AC oldal egyenese az ABD oldallap síkjának hajlásszögét! $[56, 32^\circ]$
- (f) Határozza meg az ACD és a BCD oldallapok által bezárt szöget! $[74, 37^\circ]$