

Neptun: .....

Aláírás: .....

Név: .....

$\Sigma$  :

1.  $\int \frac{14e^{3x} + 4e^{2x} + 8e^x}{(3e^{2x} + 2)(e^x + 2)} dx =$

2.  $\int_{-4}^4 \frac{2}{(x+4)^4} dx =$

3. Adott a következő négy pont:  $A(1, 2, -1)$ ,  $B(2, 3, 0)$ ,  $C(-1, 2, 1)$ ,  $D(2, 0, 1)$ .

- (a) Határozza meg a négy pont által kifeszített tetraéder térfogatát! (5 pont)
- (b) Határozza meg az  $ABC$  síkját! (4 pont)
- (c) Határozza meg az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsánál lévő szögét! (4 pont)
- (d) Határozza meg a  $D$  csúcs távolságát az  $ABC$  síktól! (4 pont)
- (e) Írja fel az  $AB$  oldal egyenesének paraméter nélküli egyenletét! (3 pont)
- (f) Határozza meg a  $BC$  oldal felezőpontjának és az  $AB$  oldal egyenesének távolságát! (4 pont)

4. Adottak a következő vektorok.  $\mathbf{a} = (2, 4, -2)$ ,  $\mathbf{b} = (1, -1, -10)$ ,  $\mathbf{c} = (0, -3, -9)$ ,  $\mathbf{d} = (2, 6, 8)$ ,  $\mathbf{e} = (-5, -19, -34)$ .

- (a) Felírható-e az  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{c}$  vektorok lineáris kombinációjaként  $\mathbf{d}$ ?
- (b) Felírható-e az  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  és  $\mathbf{d}$  vektorok lineáris kombinációjaként  $\mathbf{e}$ ?

Ahol igen a válasz, ott adja is meg az együtthatókat!

5. Adott az  $A = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 4 & -4 \end{bmatrix}$  mátrix. Határozza meg  $A$  sajátértékeit,  $A^{-1}$ -et (Gauss-Jordan eliminációval) és annak a sajátértékeit! (3 + 6 + 3 pont)

6. Legyen  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = e^{x-y} \ln(x)$ , valamint  $P(1, 1)$ .

- (a) Számolja ki  $f$  parciális deriváltjait a  $P$  pontban. (4 pont)
- (b) Számolja ki  $f$   $P$  pontba húzott érintősíkjának az egyenletét! (4 pont)
- (c) Számolja ki  $f$  Hesse-mátrixát a  $P$  pontban! (6 pont)

7. Legyen adott az  $f(x, y) = xy^2 + x^2y$  kétváltozós függvény, és az  $N = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 0, x \leq y \leq x^2\}$  normáltartomány. Rajzoljuk fel a tartományt, és számoljuk ki  $f$  kettősintegrálját ezen a tartományon! Mít fejez ki a kapott eredmény?

Jó munkát!

|            |    |    |    |    |    |    |    |
|------------|----|----|----|----|----|----|----|
| Feladat:   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  |
| Max. pont: | 13 | 11 | 24 | 14 | 12 | 14 | 12 |
| Elért:     |    |    |    |    |    |    |    |

Ponthatárok:

0 - 49 : 1  
 50 - 61 : 2  
 62 - 73 : 3  
 74 - 85 : 4  
 86 - : 5