

FIR szűrők tervezése frekvenciamintavételezéssel

$$y[n] = \sum_{k=0}^N b_k \cdot x[n-k]$$

$$W(z) = \sum_{k=0}^N b_k \cdot z^{-k}$$

$$W(e^{j\vartheta}) = \sum_{k=0}^N b_k \cdot e^{-j\vartheta \cdot k}$$

⇒ választunk ki L db ϑ_l -et, ahol meg szeretnénk adni $W(e^{j\vartheta_l})$ -et

Legyen $W(e^{j\vartheta_l}) = A_l \cdot e^{j\vartheta_l}$ $l = 1, 2, \dots, L$
↑ ezeket adjuk meg

$W(e^{j\vartheta})$ felírható, mint egy $e^{j\vartheta \cdot k}$ -kből álló sorvektor és egy b_k -kből álló oszlopvektor skaláris szorzata:

$$\underbrace{[1, e^{-j\vartheta}, e^{-j\vartheta \cdot 2}, \dots, e^{-j\vartheta \cdot N}]}_{\underline{d}(\vartheta)} \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix}}_{\underline{b}}$$

↑ eredmény

$$\underline{W}(e^{j\vartheta}) = \underline{d}(\vartheta) \cdot \underline{b}$$

vektor mátrix vektor

Ha valós b_k -kat szeretnénk, teljesíteni kell: $W(e^{j\vartheta_l}) = A_l e^{j\vartheta_l} \overset{\text{komplex konjugálttal}}{\iff} W(e^{-j\vartheta_l}) = A_l \cdot e^{-j\vartheta_l}$

• két egyenlet ϑ_l -enként

$$\underline{d}(\vartheta_l) = A_l e^{j\vartheta_l} \quad \text{és} \quad \underline{d}(-\vartheta_l) = A_l e^{-j\vartheta_l}$$

Egy ilyen lineáris egyenlet rendszert kell megoldani

ha $2L \leq N+1$ és $\forall \vartheta_l$ különböző, megoldható.

• Ha $2L > N+1$

túlhatalmított a rendszer
 közelíteni kell:

$|\underline{D} \cdot \underline{b} - \underline{a}|$ -et
 minimalizáljuk:

$$\underline{b} = (\underline{D}^* \underline{D})^{-1} \underline{D}^* \cdot \underline{a}$$

$$\begin{bmatrix} \underline{d}(\vartheta_1) \\ \underline{d}(-\vartheta_1) \\ \vdots \\ \underline{d}(\vartheta_L) \\ \underline{d}(-\vartheta_L) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 e^{j\vartheta_1} \\ A_1 e^{-j\vartheta_1} \\ \vdots \\ A_L e^{j\vartheta_L} \\ A_L e^{-j\vartheta_L} \end{bmatrix}$$