Információelmélet: Elővizsga

Név: ....   Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

☐ Shannon forráskódolásról szóló tétel szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hosszának minimuma arányos a forrásábécé entrópiájával, de ennél az elméleti minimumnál csak eggyel nagyobb átlagos kódszóhosszú kódot tudtak eddig előállítani, annál rövidebbet nem.

☐ Mind a forráskódoló, mind pedig a csatornakódoló eljárások során nő az üzenet egy szimbólumra jutó entrópiája.

☐ Kvantálás során a folytonos számokból álló, mintavételezett $f(t_0), f(t_0+T), f(t_0+2T), \ldots$ sorozat elemeit képezzük le egy véges sok elemből álló halmazra.

☐ Az aritmetikai kódolás során egy $[0,1)$ intervallumot osztunk fel annyi darabra, ahány elemű a forrásábécénk.

☐ Egy (n,k) paraméterű blokk-kód paaritásmátrixa $n \cdot (n-k)$ elemű.

☐ A ciklikus kódok generátormátrixa a generátorpolinomhoz tartozó n elemű vektor ciklikus eltoltjaiból áll, ha n a kódszóhossz.

☐ Ha egy (n,k) paraméterű ciklikus kód generátorpolinomja $g(t)$ és az i-edik kódszavához rendelt polinom $c_i(t)$, akkor igaz, hogy $c_i(t) = \alpha_i(t) + g(t)$, ahol $\alpha_i(t) = \alpha_{i0} + \alpha_{i0} \cdot t + ... + \alpha_{i\,k-1} \cdot t^{k-1}$ az i-edik üzenethez rendelt polinom.

☐ Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaioz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a nagyobb összvalószínűségű blokkokhoz több számjegyből álló tört tartozzon.

☐ Ha egy Reed–Solomon-kódot a ϑ n-edrendű elem első n hatványával definiálunk, akkor egy $b(t)$ polinommal jellemezhető üzenethez olyan kódszóvektor fog tartozni, melynek az i-edik komponense $b(\vartheta^i)$.

☐ Egy *lineáris blokk-kódoló*, mint csatornakódoló kódsebessége a kódszóhosszának és a bemeneti blokkjai hosszának szorzata.

☐ A prefix kódok kódszavai közül egyik sem a másik folytatása.

☐ Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak a spektrumában az első $n - k$ elem 0.

☐ A Hamming-kódok legfeljebb két hibát képesek javítani és perfekt kódok.

☐ Egy $f : A \mapsto \mathcal{B}$ kód akkor és csak akkor egyértelműen dekódolható, ha a neki megfeleltetett $F : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ kód invertálható, ha A a forrásábécé, $\mathcal{A}$ az elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú szimbólumsorozatok halmaza, $\mathcal{B}$ pedig a kódábécé elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza.

☐ A zajmentes csatornákon egy bemeneti szimbólum csak egyféle kimeneti szimbólumot hozhat létre.

☐ Ha egy $\mathbf{v}$ vektor úgy keletkezett, hogy egy lineáris blokk-kódoló kódszava a csatornán való átmenet közben torzult, akkor a szindrómája *soha* nem lehet nulla.

☐ Az n elemű vektorok ciklikus eltolásának a polinomok t-vel való szorzása felel meg, ha az eredményt $\mathrm{mod}(t^n - 1)$ vesszük.

☐ A csatornakódolási tétel egy a csatornakapacitástól és a javítás során megengedett hibás dekódolások számától függő felső korlátot mond a jelsebességre, de nem ad meg lehetséges hatékony csatornakódolási eljárásokat.

☐ A Shannon-féle első tétel egyik fele szerint $L(A) \geq \frac{H(A)}{\log_2 s}$, azaz az A halmazzal jellemzett forráshoz rendelt kód átlagos kódszóhossza nem lehet kisebb, mint egy a forrás entrópiájával arányos szám.

☐ Egy konvolúciós kód trellisében az azonos mélységi csomópontok – a pontoszlopok – a kódoló egy lépése után létrejönni képesállapotokat jelölik, két mélységi csomópont közötti él pedig az állapotátmeneteket. Az élek mindig két szomszédos mélységi szintű – szomszéd oszlopbeli – állapotot kötnek össze.

☐ Lineáris blokk-kódok esetén a generátormátrix és a paritásellenőrző mátrix szorzata egységmátrix.

☐ A GIF képkódolási eljárás olyan képek esetén igazán hatékony, amelyek sok színt használnak és nagy felületeken tartalmaznak azonos színeket.

☐ Egy olyan forráskódoló eljárásnak, amely a p_i valószínűséggel előforduló i-edik kódolandó szimbólumhoz ℓ_i hosszúságú kódszót rendel az átlagos kódszóhossza $L = \sum_i p_i \ell_i$.

☐ Egy csatorna csatornakapacitása, $\mathcal{C} = \max I(C \cdot X)$, ahol a csatornán átvitt információ $I(C \cdot X) = H(C|X) - H(C)$, a csatorna veszteségének és a csatornára adott információ várhatóértékének a különbsége. C a csatrona bemeneti, X pedig a kimeneti szimbólumkészlete.

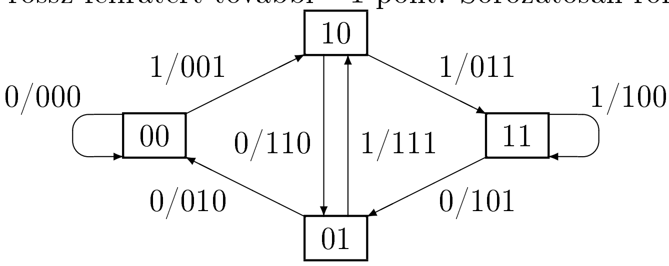
☐ Egy p előfordulási valószínűségű esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint $-\log_2 p$.

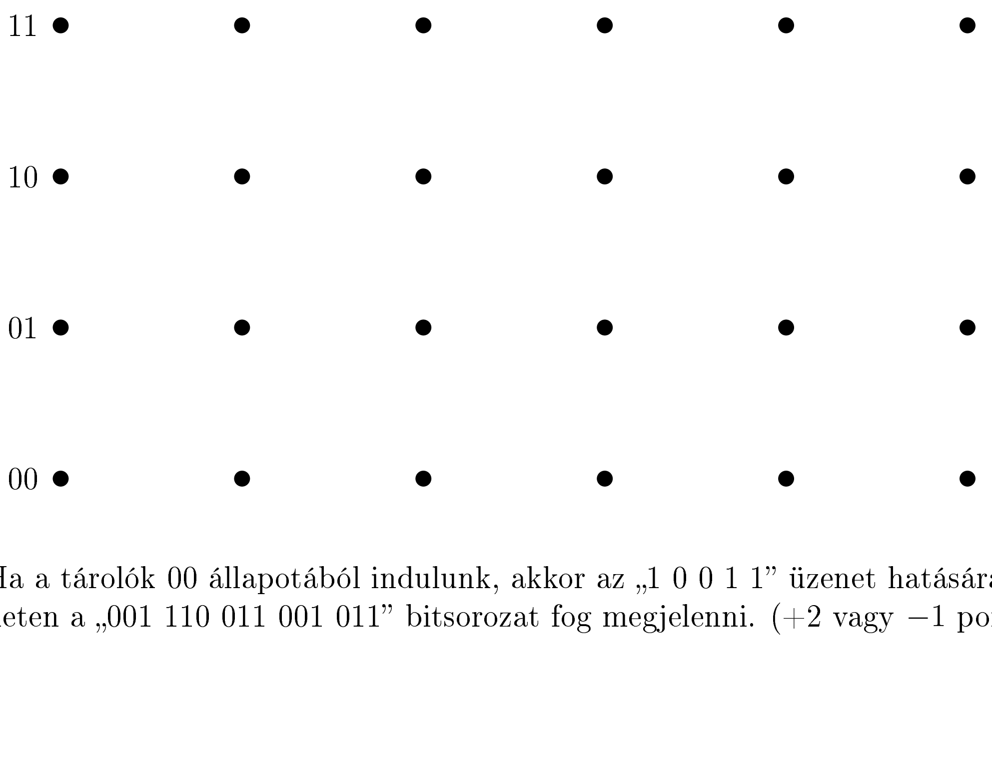
- Kódolja LZW-kóddal a
  „G A R G A G G G A R G A G G A R G A G A G G R”

  üzenetet. Az első oszlopokban szerepeljenek az elemek megjelenésük sorrendjében. Használja a táblázatot, tüntesse fel az egyes lépések során a kódoló kimenetén megjelenő számokat is. Az utolsó karaktert se felejtse el elküldeni. Azokat a cellákat, amelyek a véleménye szerint üresek, húzza ki. (A pontozás kitöltött táblázat esetén +14 pontról indul, minden hiba −1 pontot ér. Részleges kitöltés arányos részletpontot ér. Nem biztos, hogy minden oszlopba kell írni valamit.)

m															
n															
(bejegyzés)															
(szting)															
kimenet															

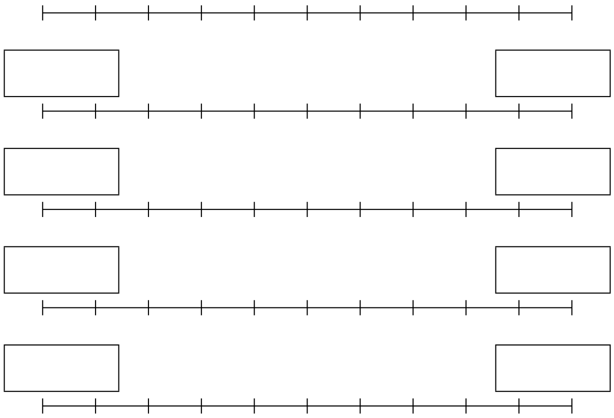
- Egy konvolúciós kódoló a következő állapotátmeneti gráffal rendelkezik. Az ábra alsó felén található pöttyöket, mint állapotokat felhasználva adja meg a kódoló trellisét, ha a 00 állapotból indulunk. Az éleken (legalább amikor először előfordulnak) tüntesse fel, hogy mi a „bemeneti bit/kimeneti bitpáros”. (Maximum +12 pont, minden rossz élért −1 pont, minden rossz feliratért további −1 pont. Sorozatosan rontott él egy hibának számít.)





☐ Ha a tárolók 00 állapotából indulunk, akkor az „1 0 0 1 1” üzenet hatására a kimeneten a „001 110 011 001 011” bitsorozat fog megjelenni. (+2 vagy −1 pont)

- Legyen az „x”, „y” és „z” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,3; 0,5 és 0,2. Kódoljuk a „yyxz” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „x” szimbólumhoz, a második az „y”-hoz, a harmadik pedig a „z”-hez



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal(+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, −1 a rossz válaszért).

A kapott kódszó (2 pont):

A forrásábécé entrópiája 1,36. (+2 vagy −1 pont)

- A $GF(11)$ véges számtestnek a 6 tizedrendű eleme. Adjuk meg a 6 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Összesen +3 pont, minden rossz elem ebből −1 pont):

ϑ	ϑ^2	ϑ^3	ϑ^4	ϑ^5	ϑ^6	ϑ^7	ϑ^8	ϑ^9	ϑ^{10}
6	3			10	5	8		2	1

Adja meg a $b(t) = 7 + t^3 + 2t^6$ üzenetpolinomból generált kódszóvektor nulladik, ötödik és hatodik elemeit (A pontozás +6 pontról indul, minden rossz elem −2 pont.):

$c_0 =$,

$c_5 =$,

$c_6 =$.