Információelmélet: Vizsga feladatsor

Név: ....
Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

(Elérhetőség:) ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

☐ Egy $f : A \mapsto \mathcal{B}$ kód átlagos kódszóhossza $\sum_{i=1}^{n} p_i \ell_i$, ahol n a *kód*ábécé elemeinek a száma, p_i az i-edik szimbólumának előfordulási valószínűsége, ℓ_i pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.

☐ Ha a csatorna kimenetén vett $\mathbf{v}$ szimbólumsorozat egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszavából keletkezett, akkor a sorozat $\mathbf{s}$ szindrómáját az $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$ képlettel számoljuk, ahol $\mathbf{H}^T$ a kódoló paritásellenőrző mátrixa.

☐ Egy n elemű kódszavakat generáló ciklikus kód paritásellenőrző polinomja osztója a $t^{(n+1)} - 1$ polinomnak.

☐ A forráskódok olyan $F : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ függvények, amelyek az A forrásábécé elemeiből álló véges hosszúságú sorozatokhoz (azaz az $\mathcal{A}$ halmaz elemeihez) a B kódábécé elemeiből álló, véges hosszúságú sorozatokat rendelnek hozzá.

☐ A forráskódoló eljárások során az üzenet entrópiája növekszik.

☐ Lineáris blokk-kódok érvényes kódszavainak a szindrómája nagyobb, mint nulla.

☐ Egy csatornán átvitt információ $I(C \cdot X) = H(C) - H(C|X)$, a csatornára adott információ várhatóértékének és a csatorna veszteségének a különbsége. C a csatorna bemeneti, X pedig a kimeneti szimbólumkészlete.

☐ Az entrópia szigorúan pozitív függvény (nem lehet 0 sem).

☐ A Shannon-féle forráskódolási tétel azt mondja ki, hogy egy emlékezet nélküli, stacionáris, $H(A)$ entrópiájú A forráshoz lehet olyan forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $H(A)/\log_2 s$ és $(H(A)/\log_2 s)+1$ között van, ahol s a kódábécé elemszáma.

☐ A perfekt kódokra a gömbpakolási korlátban (Hamming-korlátban) az egyenlőség teljesül.

☐ A Singleton-korlát szerint a k hosszúságú üzenetblokkokból n hosszúságú kódszavakat előállító csatornakódok $d_{\min}$ kódtávolságára igaz, hogy $d_{\min} \geq n - k + 1$.

☐ Egy p előfordulási valószínűségű esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint $-\log_2(1/p)$.

☐ Egy emlékezet nélküli, diszkrét, időinvariáns csatorna jól jellemezhető a csatornamátrixával vagy a csatornagráfjával.

☐ A konvolúciós kódolók jellemzésére alkalmas állapotátmeneti gráfok csomópontjaiban a tárolók állapotai vannak, az élek pedig az állapotok közötti átmeneteket jelölik. Egy csomópontból mindig annyi él indul ki, mint ahány lehetséges bemeneti üzenetkeret van.

☐ A csatornakódolási tétel szerint, ha a csatornakapacitás kisebb, mint a kódsebesség, akkor lehet olyan csatornakódolási eljárást találni, amelyre a hibás dekódolás valószínűsége tetszőlegesen kicsi.

☐ A prefix kódok kódszavai közül egyik sem a másik folytatása.

☐ Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaihoz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a kisebb összvalószínűségű blokkokhoz több számjegyből álló tört tartozzon.

☐ Egy csatorna csatornamátrixának elemei azok a $p(X_j|C_i)$ feltételes valószínűségek, amelyek minden i-re, illetve j-re megadják, hogy az i-edik bemeneti szimbólum (C_i) hatására mekkora valószínűséggel keletkezik a kimeneten a j-edik kimeneti szimbólum (X_j).

☐ Egy csatorna csatornakapacitása, $\mathcal{C} = H/n$, lényegében az egy szimbólum átbocsátásakor átlagosan átvitt információ.

☐ Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok generátorpolinomja k-adfokú.

☐ A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legkisebb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá. Az összetett szimbólumhoz a két kiindulási szimbólum valószínűségének összegét rendeljük.

☐ Ha egy (n, k) paraméterű ciklikus kód generátorpolinomja $g(t)$ és az i-edik kódszavához rendelt polinom $c_i(t)$, akkor igaz, hogy $c_i(t) = b_i(t)/g(t)$, ahol $b_i(t)$ az i-edik üzenethez rendelt polinom.

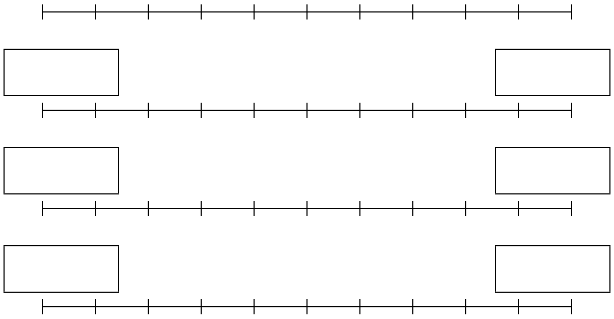
☐ A szisztematikus kódok $\mathbf{H}^T$ paritásellenőrző mátrixának első k oszlopa egységmátrixot alkot.

☐ A bináris törléses csatorna mindkét bemeneti jelét p valószínűséggel a hibaszimbólumba transzformálja.

☐ A Reed–Solomon-kódok olyan maximális távolságú lineáris blokk-kódok, amelyek egyben ciklikus kódok is.

☐ Ha egy Reed–Solomon-kódot a ϑ n-edrendű elem első n hatványával definiálunk, akkor egy $b(t)$ polinommal jellemezhető üzenethez olyan kódszóvektor fog tartozni, melynek az i-edik komponense $b(\vartheta^i)$.

- Legyen a „i”, „j”, „k” és „l” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre $p_\mathrm{i} = 0,3$; $p_\mathrm{j} = 0,1$; $p_\mathrm{k} = 0,2$ és $p_\mathrm{l} = 0,4$. Kódoljuk a „j i l” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a hozzájuk rendelt betűk ábécében elfoglalt sorrendjével.



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal(+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért −1 a rossz válaszért).

A kapott kódszó (+2 vagy −1 pont): $\square$

A forrásábécé entrópiája (2 pont): $\square$

- Egy $GF(3)$ véges számtest feletti, nyolcelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^2 + t + 2$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. Húzza ki a polinomok felesleges tagjait, ha vannak. (10 pont, 2 az osztandó polinomért, 8 az osztásért, hibánként −1 pont, minimum −5 pont)

$$\square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2+t+2)\cdot\Big(\square t^6 + \square t^5 +$$
$$+ \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0\Big)$$

A $b(t) = 2 + 2t^2 + t^3 + 2t^5$ üzenetpolinomból a kódoló a következő kódszópolinomot hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak, +4 pont):

$$\square\, t^0 + \square\, t^1 + \square\, t^2 + \square\, t^3 + \square\, t^4 + \square\, t^5 + \square\, t^6 + \square\, t^7 + \square\, t^8$$

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges számtest feletti, (8,6) paraméterű nembináris Hamming-kód paritásellenőrző mátrixát, melynek a generátormátrixát alább láthatja. (+4 pontról indul a pontozás, minden hibás sorért -1 pont, de legalább -2 pont. Ez azt jelenti, hogy egy sorcsere -2 pont.)

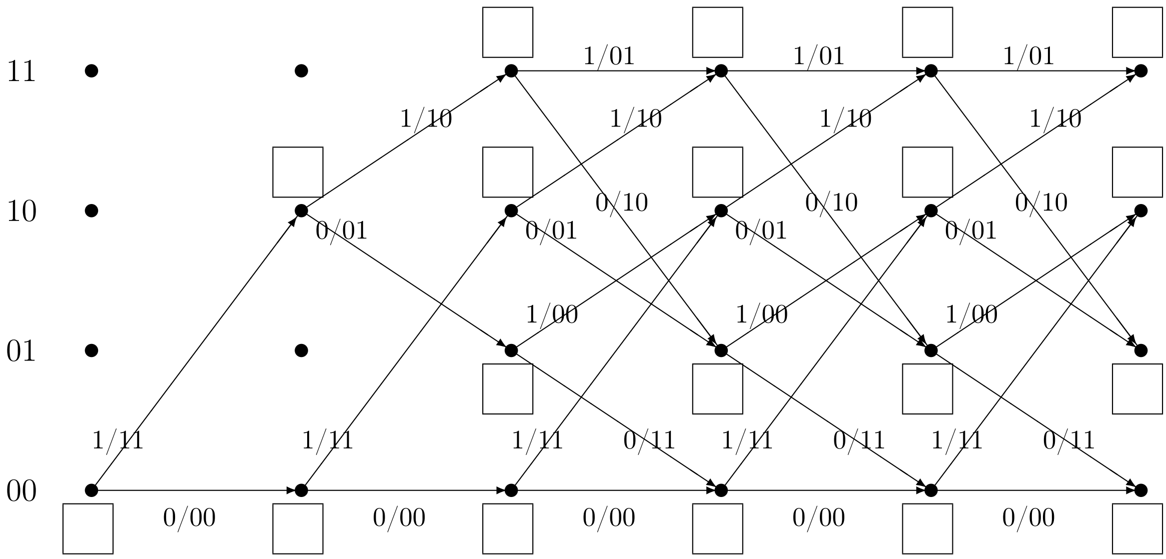
$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \\ \; & \; \end{pmatrix}.$$

A 602311 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy -1 pont):

A 22105024 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy -1 pont): | | |

A 22105024 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (+2 vagy -1 pont): | |

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 11 00 01 00 10. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bitpárosok láthatók. Tüntesse fel a trellis csomópontjaihoz tartozó összsúlyokat, jelölje a hozzájuk vezető túlélő útvonalat. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb összsúlyú túlélő útvonalat (max. 10 pont, minden rossz élért vagy súlyért -1 pont, legalább -5 pont. Ha hibásan számol összsúlyokat, de az alapján jó az útvonal, csak a súlyhibánként kap -1 pontot).



A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (2 pont):
