

## Információelmélet: Vizsga feleldatlap

Név: .....

Összpontszám: 

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

Ha egy  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kód  $n - k$ -adfokú generátorpolinomja  $g(t)$  és az  $i$ -edik kódszavához rendelt polinom  $c_i(t)$ , akkor igaz, hogy  $c_i(t) = b_i(t) \cdot g(t)$ , ahol  $b_i(t) = b_{i0} + b_{i1} \cdot t + \dots + b_{i, n-1} \cdot t^{n-1}$  az  $i$ -edik üzenethez rendelt polinom.

Az entrópia az információ várhatóértéke.

Shannon forráskódolásról szóló tétele szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hosszának minimuma arányos a forrásábécé entrópiájával.

Az egy mellékosztályba tartozó hibavektorok közül a minimális súlyúval javítjuk a vett vektorunkat azért, mert azt feltételezzük, hogy a hibavektornak minimális a súlya, azaz a legkevesebb komponens hibás.

A mintavételezési tétel szerint egy  $B$  (frekvencia)sávra korlátozott jelet legfeljebb  $\pi/B$  mintavételezési idővel szabad mintavételezni, különben túl sok információt veszítünk és a jel nem állítható vissza.

Lineáris blokk-kódok kódszavainak a szindrómája nulla.

Az entrópia szigorúan pozitív függvény.

A bináris törléses csatorna mindkét bemeneti jelét  $p$  valószínűséggel a hibaszimbólumba transzformálja.

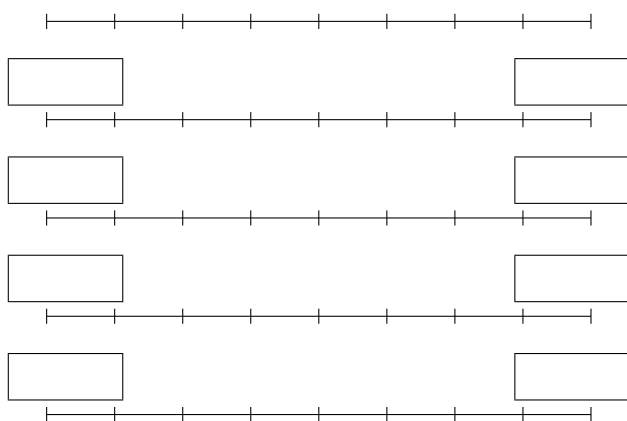
Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaioz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a kisebb összvalószínűségű blokkokhoz kevesebb számjegyből álló tört tartozzon.

A perfekt kódokra a gömbpakolási korlátban az egyenlőség teljesül, azaz a perfekt kódok adott elemszámú kódábécé, üzenet- és kódszóhossz mellett a lehető legtöbb kódszót tartalmazzák.

- A többutas kódátízüzés során a tömörített üzenetet több párhuzamos ágon csatornakódolják, majd a csatornára bocsátás előtt újra összefésülik.
- Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint az esemény előfordulási valószínűségének a logaritmusának ellentettje.
- A konvolúciós kódolók jellemzésére alkalmas állapotátmeneti gráfok csomópontjaiban a tárolók állapotai vannak, az élek pedig az állapotok közötti átmeneteket jelölik. Egy csomópontból mindig kétszerannyi él indul ki, mint ahány lehetséges bemeneti üzenetkeret van.
- A hibajavító kódolások során az egy szimbólumra jutó entrópia nő.
- A csatornakódolási tétel csak egy csatornakapacitástól és a javítás során megengedett hibás dekódolások számától függő felső korlátot mond a jelsebességre. Nem ad meg lehetséges csatornakódolási eljárásokat.
- A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legnagyobb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá.
- A hangok hatékony tömörítő eljárásai (MP3) kihasználják azt a tényt, hogy egy intenzív hang maszkolja a vele egy időben, hozzá közeli frekvencián szóló halkabb hangokat.
- Az információ a Shannon-féle definíciója szerint független az információcsere körülményeitől, a részt vevő személyektől és az átvivő csatorna jellemzőitől is.
- Egy csatorna csatornakapacitása,  $C = H/n$ , lényegében az egy szimbólum átbocsátásakor átlagosan átvitt információ.
- Ha a csatorna kimenetén vett  $\mathbf{v}$  szimbólumsorozat egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszavából keletkezett, akkor a sorozat  $\mathbf{s}$  szindrómáját az  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$  képlettel számoljuk, ahol  $\mathbf{H}^T$  a kódoló paritásellenőrző mátrixa.
- A forráskódoló eljárások az üzenet entrópiájának csökkentésére valók.
- Egy  $f : A \mapsto B$  kód átlagos kódszóhossza  $\sum_{i=1}^n p_i \ell_i$ , ahol  $n$  a forrásábécé elemeinek a száma,  $p_i$  az  $i$ -edik szimbólumának előfordulási valószínűsége,  $\ell_i$  pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.
- A kódsebesség az egy üzenetszegmens hatására a kódoló kimenetén keletkezett szimbólumok száma.
- Az egymást követő szimbólumoknak egy emlékezet nélküli csatornán való áthaladása mind egymástól független esemény.
- A döntéseket leíró függvény vagy a döntési tartományai pontosan megadják a döntési eljárást.
- Egy csatorna megadható a bemeneti és kimeneti szimbólumkészletével és a csatornamátrixszal. A csatornamátrix elemei azok a  $p(V_j|C_i)$  feltételes valószínűségek, amelyek minden  $i$ -re, illetve  $j$ -re megadják, hogy az  $i$ -edik bemeneti szimbólum ( $C_i$ ) hatására mekkora valószínűséggel keletkezik a kimeneten a  $j$ -edik kimeneti szimbólum ( $V_j$ ).

- Legyen az „E”, „F” és „U” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre  $1/8$ ,  $1/2$  és  $3/8$ . Kódoljuk a „U F U F” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „E” szimbólumhoz, a második a „F”-hez, a harmadik pedig az „U”-hoz

A forrásábécé entrópiája 1,41. (+2 vagy -1 pont)



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért -1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért, -1 a rossz válaszáért).

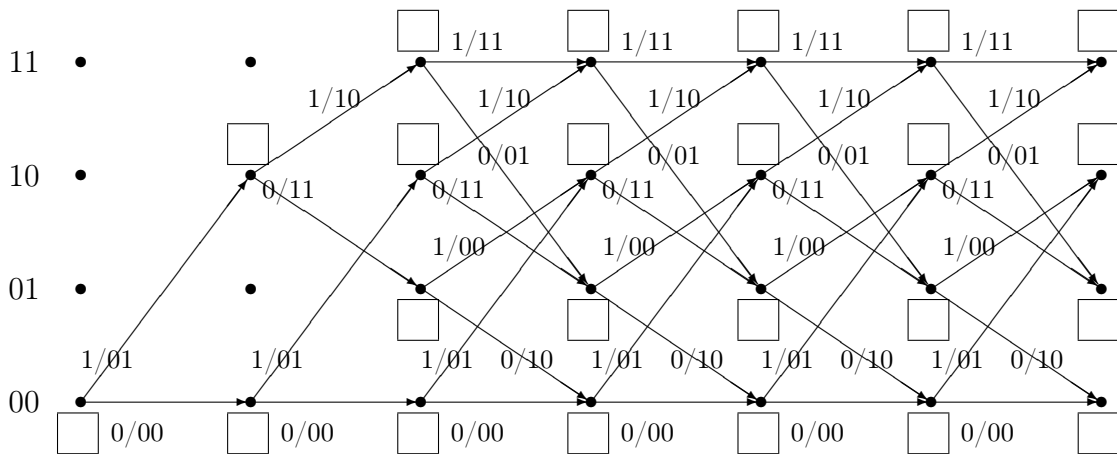
A kapott kódszó (+2 vagy -1 pont):

- Egy  $GF(13)$  véges számtest feletti, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja  $g(t) = t^2 + 4t + 3$ . Számolja ki a  $h(t)$  paritásellenőrző polinomot. Húzza ki a polinomok felesleges tagjait, ha vannak. (10 p)

$$\begin{aligned}
 & \square t^9 + \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2 + 4t + 3) \times \\
 & \qquad \qquad \qquad \times (\square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \\
 & \qquad \qquad \qquad + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0)
 \end{aligned}$$

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 00 10 01 10 00 01. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bitpárosok láthatók. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb összsúlyú túlélő útvonalat (max. 8 pont, hibás végső állapotért  $-2$  pont, minden rossz élért  $-2$  pont, legalább  $-4$  pont. Ha hibásan számol összsúlyokat, de az alapján jó az útvonal, csak a súlyhibánként kap  $-1$  pontot.).

A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (max. 4 pont, minden rossz bitért  $-1$  pont, de legalább  $-2$  pont):



- Készítse el egy  $(7,4)$  paraméterű szisztematikus bináris Hamming-kód paritásmátrixát. Szerepeljenek benne a szabad elemek az első sortól kezdve növekvő sorrendben. (+4 ponttól indul a pontozás, minden hibás sorért  $-1$  pont. Ez azt jelenti, hogy egy sorcsere  $-2$  pont.) Készítse el a generátormátrixot (pontozás ugyanúgy, mint a paritásellenőrző mátrixnál, csak oszloponként).

$$H^T = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

Az 1011 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy  $-1$  pont):

Ha csak egy hiba keletkezett a csatornán való áthaladás során, akkor a 0110110 vett szimbólumsorozatban a következő helyen van a hiba (+2 vagy  $-1$  pont):

A 0110110 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (+2 vagy  $-1$  pont):