

Információelmélet: Vizsga feladatsor

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

(Elérhetőség:)

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson. Ne használjon piros színű tollat!

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak a spektrumában az első $n - k$ elem 0.

Mind a forráskódoló, mind pedig a csatornakódoló eljárások során *nő az üzenet entrópiája*.

Egy olyan forráskódoló eljárásnak, amely az i -edik kódolandó szimbólumhoz ℓ_i hosszúságú kódszót rendel az átlagos kódszóhossza $L = \sum_i p_i \ell_i$, ahol p_i az i -edik szimbólum előfordulási valószínűsége.

Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaihoz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a nagyobb összvalószínűségű blokkokhoz több számjegyből álló tört tartozzon.

Egy $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ halmaz információtartalma a Shannon-féle információdefiníció a $H(A) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$, ahol p_i az A_i halmazelem előfordulási valószínűsége.

A Viterbi-féle dekódoló algoritmusnál a túlélő útvonal az lesz, amelynek a vett bitsorozattól mért Hamming-távolsága *minimális*.

A szisztematikus kódok \mathbf{H}^T paritásellenőrző mátrixának *utolsó $n - k$ sora egységmátrixot alkot*.

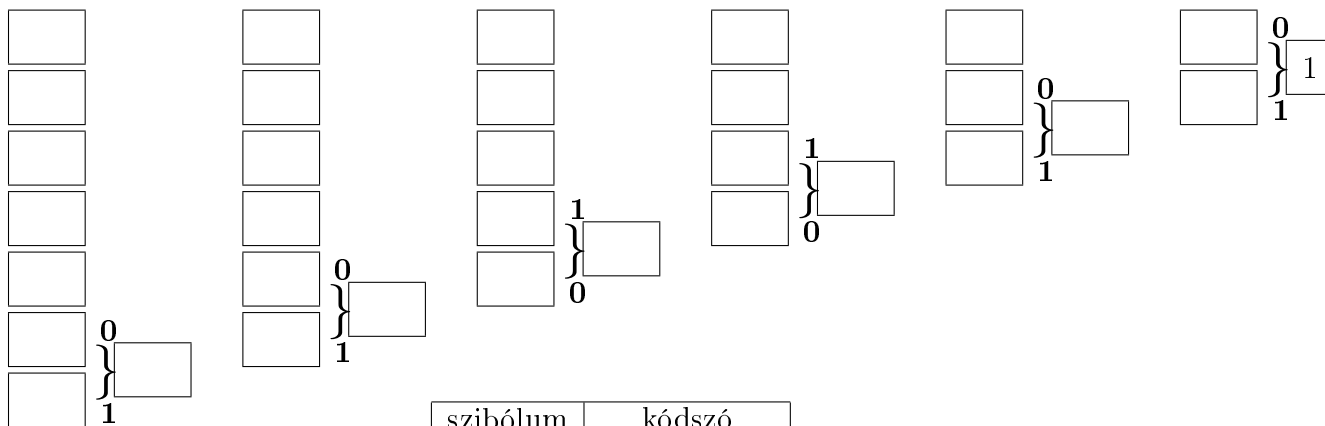
Shannon forráskódolási tétele szerint egy emlékezet nélküli, stacionáris A forráshoz lehet olyan s elemű kódábécével dolgozó forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $H(A)/(\log_2 s)$ és $H(A)/(\log_2 s) + 1$ között van, ha $H(A)$ az A halmaz entrópiája.

Egy $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$ vektor $w(\mathbf{v})$ súlya azon v_i komponenseinek száma, amelyek nem nullák.

- Egy csatorna csatornakapacitása a $\max I(C \cdot X)$ együttes információ, ahol C a csatorna bemeneti, X pedig a kimeneti szimbólumkészlete.
- A Singleton-korlát szerint minden lineáris blokk-kód d_{\min} kódtávolságára igaz, hogy $d_{\min} = n - k + 1$, ahol n a kódszavak hossza, k pedig az üzenetblokkok hossza.
- A csatornakódolási tétel szerint, ha a csatornakapacitásnál *kisebb* kódsebességgel szeretnénk jeleket továbbítani a csatornán, akkor a kapott bitsorozat dekódolása során fellépő hibák száma *nem* csökkenthető tetszőlegesen kicsivé.
- A d_{\min} kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint d_{\min} hibát tudnak jelezni.
- A konvolúciós kódok távolságprofilja az a $d_1^* \leq d_2^* \leq d_3^* \leq \dots$ monoton nem csökkenő sorozat, amelynek elemei azok a d_i^* számok, amelyek a kódolón létrejövő első i kódszókeretből képezett vektorok minimális Hamming-távolságként állnak elő.
- Az aritmetikai kódok olyan forráskódolási eljárások során jönnek létre, amelyek az üzenet azonos hosszúságú blokkjait különböző szóhosszúságú kódszavakba transzformálják.
- Egy csatornakódoló kódsebessége, ha blokk-kódolóról van szó, akkor a kódszóhosszának és a bemeneti blokkjai hosszának *szorzata*.
- Ha egy (n, k) paraméterű ciklikus kód $n - k$ -adfokú generátorpolinomja $g(t)$ és az i -edik kódszavához rendelt polinom $c_i(t)$, akkor igaz, hogy $c_i(t) = \alpha_i(t) \cdot g(t)$, ahol $\alpha_i(t) = \alpha_{i0} + \alpha_{i1} \cdot t + \dots + \alpha_{i, k-1} \cdot t^{k-1}$ az i -edik üzenethez rendelt polinom.
- Egy emlékezet nélküli, diszkrét, időinvariáns csatorna jól jellemezhető a csatornamátrixával, melynek elemei megadják, hogy a különböző bemeneteket feltételezve milyen valószínűséggel fordulnak elő az egyes kimenetek. A teljes jellemzéshez szükséges a be- és kimeneti szimbólumkészlet ismerete is.
- Ha egy \mathbf{v} vektor úgy keletkezett, hogy egy lineáris blokk-kódoló kódszava a csatornán való átmenet közben torzult, akkor a szindrómája *soha nem lehet nulla*.
- A Hamming-kódok olyan perfekt kódok, amelyek *legfeljebb egyetlen* hibát képesek javítani.
- Az entrópia az információ várhatóértéke.
- A konvolúciós kódolók jellemzésére alkalmas állapotátmeneti gráfok csomópontjaiban a tárolók állapotai vannak, az élek pedig az állapotok közötti átmeneteket jelölik. Egy csomópontból mindig *kétszerannyi* él indul ki, mint ahány lehetséges bemeneti üzenetkeret van.
- Egy n elemű kódszavakat generáló ciklikus kód generátorpolinomja osztója a $t^n - 1$ polinomnak.
- Egy vektor szindrómája a \mathbf{H}^T paritásellenőrző mátrixszal vett szorzata.

- Az E, F, G, H, I, J, K forrásábécé elemeinek előfordulási valószínűségei $p_E = 0,26$; $p_F = 0,05$; $p_G = 0,12$; $p_H = 0,10$; $p_I = 0,16$; $p_J = 0,08$ és $p_K = 0,23$. Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait. Az oszlopokban szerepeljenek az elemek csökkenő sorrendben. (6 pont.)

Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként 2 pont).



szimbólum	kódszó
E	01
F	
G	100
H	
I	
J	0000
K	11

A forrásábécé entrópiája $-2,62$. (+2 vagy -1 pont)

A kód átlagos kódszóhossza $2,64$. (+2 vagy -1 pont)

- A $GF(7)$ véges számtestnek a 3 hatodrendű eleme. Adjuk meg a 3 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (4 pont):

ϑ	ϑ^2	ϑ^3	ϑ^4	ϑ^5	ϑ^6
3	2		4		

Adja meg a 3-mal, mint generátorelemmel definiált Reed–Solomon-kód által a $b(t) = 4 + 3t^2 + t^3$ üzenetpolinomból generált kódszóvektor hiányzó elemeit (6 pont.):

$$\mathbf{c} = \left(\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 2 & 3 & & & & 1 \\ \hline \end{array} \right)$$

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges test feletti, $(8,6)$ paraméterű szisztematikus nembináris Hamming-kódnak generátormátrixát, melynek a paritásmátrixát alább láthatja. (4 pont)

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 2 \\ 1 & 6 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \\ & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

A 460021 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (2 p.):

--	--	--	--	--	--	--	--

A 60411325 vett szimbólumsorozat szindrómája (2 p.):

--	--	--

A 60411325 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (2 p.):

--

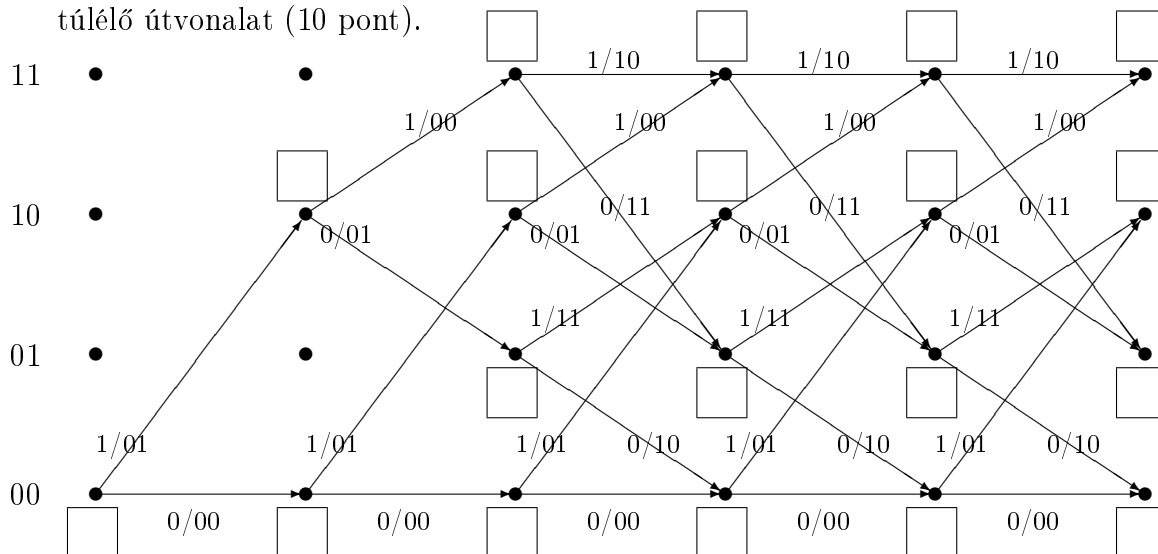
A 60411325 vett szimbólumsorozat hibájának a helye a következő pozíció (2 p.):

--

A 60411325 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (2 p.):

--	--	--	--	--	--

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 01 10 11 10 01. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bit-párosok láthatók. Tüntesse fel a trellis csomópontjaihoz tartozó össz súlyokat, jelölje a hozzájuk vezető túlélő útvonalat. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb össz súlyú túlélő útvonalat (10 pont).



A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (2 pont):

--	--	--	--	--