

Információelmélet: Vizsgadolgozat

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

Az aritmetikai kódolás során egy $[0, 1)$ intervallumot osztunk fel annyi darabra, ahány elemű a forrásábécénk.

A csatornakódolási tétel egy a csatornakapacitástól és a javítás során megengedett hibás dekódolások számától függő felső korlátot mond a jelsebességre, de nem ad meg lehetséges hatékony csatornakódolási eljárásokat.

A Shannon-féle első tétel egyik fele szerint $L(A) \geq \frac{H(A)}{\log_2 s}$, azaz az A halmazzal jellemzett forráshoz rendelt kód átlagos kódszóhossza nem lehet kisebb, mint egy a forrás entrópiájával arányos szám.

Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaioz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a nagyobb összvalószínűségű blokkokhoz több számjegyből álló tört tartozzon.

Ha egy \mathbf{v} vektor úgy keletkezett, hogy egy lineáris blokk-kódoló kódszava a csatornán való átmenet közben torzult, akkor a szindrómája *soha* nem lehet nulla.

Egy $f : A \mapsto B$ kód akkor és csak akkor egyértelműen dekódolható, ha a neki megfeleltetett $F : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ kód invertálható, ha A a forrásábécé, \mathcal{A} az elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú szimbólumsorozatok halmaza, \mathcal{B} pedig a kódábécé elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza.

Egy p előfordulási valószínűségű esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint $-\log_2 p$.

Lineáris blokk-kódok esetén a generátormátrix és a paritásellenőrző mátrix szorzata egységmátrix.

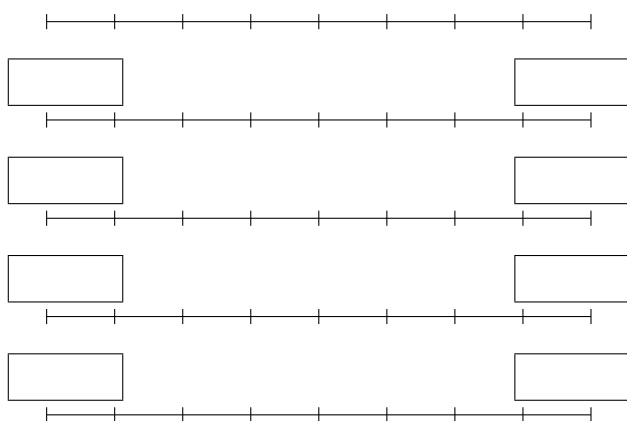
Egy (n, k) paraméterű blokk-kód paritásmátrixa $n \cdot (n - k)$ elemű.

A ciklikus kódok generátormátrixa a generátorpolinomhoz tartozó n elemű vektor ciklikus eltoltjaiból áll, ha n a kódszóhossz.

- Mind a forráskódoló, mind pedig a csatornakódoló eljárások során nő az üzenet egy szimbólumra jutó entrópiája.
- Shannon forráskódolásról szóló tétel szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hosszának minimuma arányos a forrásábécé entrópiájával, de ennél az elméleti minimumnál csak eggyel nagyobb átlagos kódszóhosszú kódot tudtak eddig előállítani, annál rövidebbet nem.
- Egy *lineáris blokk-kódoló*, mint csatornakódoló kódsebessége a kódszóhosszának és a bemeneti blokkjai hosszának szorzata.
- A Hamming-kódok legfeljebb két hibát képesek javítani és perfekt kódok.
- Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak a spektrumában az első $n - k$ elem 0.
- Egy konvolúciós kód trellisében az azonos mélységi csomópontok – a pontoszlopok – a kódoló egy lépése után létrejönni képes állapotokat jelölik, két mélységi csomópont közötti él pedig az állapotátmeneteket. Az élek mindig két szomszédos mélységi szintű – szomszéd oszlopbeli – állapotot kötnek össze.
- Kvantálás során a folytonos számokból álló, mintavételezett $f(t_0), f(t_0 + T), f(t_0 + 2T), \dots$ sorozat elemeit képezzük le egy véges sok elemből álló halmazra.
- A GIF képkódolási eljárás olyan képek esetén igazán hatékony, amelyek sok színt használnak és nagy felületeken tartalmazznak azonos színeket.
- Az n elemű vektorok ciklikus eltolásának a polinomok t -vel való szorzása felel meg, ha az eredményt $\text{mod}(t^n - 1)$ vesszük.
- Egy olyan forráskódoló eljárásnak, amely a p_i valószínűséggel előforduló i -edik kódolandó szimbólumhoz ℓ_i hosszúságú kódszót rendel az átlagos kódszóhossza $L = \sum_i p_i \ell_i$.
- Egy csatorna csatornkapacitása, $\mathcal{C} = \max I(C \cdot X)$, ahol a csatornán átvitt információ $I(C \cdot X) = H(C|X) - H(C)$, a csatorna veszteségének és a csatornára adott információ várhatóértékének a különbsége. C a csatorna bemeneti, X pedig a kimeneti szimbólumkészlete.
- A zajmentes csatornákon egy bemeneti szimbólum csak egyféle kimeneti szimbólumot hozhat létre.
- Ha egy (n, k) paraméterű ciklikus kód generátorpolinomja $g(t)$ és az i -edik kódszavához rendelt polinom $c_i(t)$, akkor igaz, hogy $c_i(t) = \alpha_i(t) + g(t)$, ahol $\alpha_i(t) = \alpha_{i0} + \alpha_{i0} \cdot t + \dots + \alpha_{i, k-1} \cdot t^{k-1}$ az i -edik üzenethez rendelt polinom.
- A prefix kódok kódszavai közül egyik sem a másik folytatása.
- Ha egy Reed–Solomon-kódot a ϑ n -edrendű elem első n hatványával definiálunk, akkor egy $b(t)$ polinommal jellemezhető üzenethez olyan kódszóvektor fog tartozni, melynek az i -edik komponense $b(\vartheta^i)$.

- Legyen az „X”, „U” és „T” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre $1/8$, $1/2$ és $3/8$. Kódoljuk a „T U T U” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „X” szimbólumhoz, a második a „U”-hoz, a harmadik pedig az „T”-hez

A forrásábécé entrópiája 1,41. (+2 vagy -1 pont)



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért -1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért, -1 a rossz válaszáért).

A kapott kódszó (+2 vagy -1 pont):

- Egy $GF(17)$ véges számtest feletti, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^2 + 16t + 1$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. Húzza ki a polinomok felesleges tagjait, ha vannak. (10 p)

$$\begin{aligned} \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2 + 16t + 1) \cdot (\square t^6 + \square t^5 + \\ + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0) \end{aligned}$$

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges test feletti, $(8,6)$ paraméterű szisztematikus nembináris Hamming-kódnak generátormátrixát, melynek a paritásmátrixát alább láthatja. (4 pont)

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 1 & 5 \\ 1 & 1 \\ 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A 305006 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (2 p.):

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Az 53001200 vett szimbólumsorozat szindrómája (2 p.):

--	--

Az 53001200 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (2 p.):

--

Az 53001200 vett szimbólumsorozat hibájának a helye a következő pozíció (2 p.):

--

Az 53001200 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (2 p.):

--	--	--	--	--	--	--	--

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 01 11 11 01 00 00. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bitpárosok láthatók. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb összsúlyú túlélő útvonalat (max. 8 pont, hibás végső állapotért -2 pont, minden rossz élért -2 pont, legalább -4 pont. Ha hibásan számol összsúlyokat, de az alapján jó az útvonal, csak a súlyhibánként kap -1 pontot.).

A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (max. 4 pont, minden rossz bitért -1 pont, de legalább -2 pont):

--	--	--	--	--	--	--	--

