

## Információelmélet: Vizsga feladatsor

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

**I** Ha a csatorna kimenetén vett  $\mathbf{v}$  szimbólumsorozat egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszavából keletkezett, akkor a sorozat  $\mathbf{s}$  szindrómáját az  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$  képlettel számoljuk, ahol  $\mathbf{H}^T$  a kódoló paritásellenőrző mátrixa.

**H** Lineáris blokk-kódok érvényes kódszavainak a szindrómája nagyobb, mint nulla.

**I** Egy csatornán átvitt információ  $I(C \cdot X) = H(C) - H(C|X)$ , a csatornára adott információ várhatóértékének és a csatorna veszteségének a különbsége.  $C$  a csatorna bemeneti,  $X$  pedig a kimeneti szimbólumkészlete.

**H** A Singleton-korlát szerint a  $k$  hosszúságú üzenetblokkokból  $n$  hosszúságú kódszavakat előállító csatornakódok  $d_{\min}$  kódtávolságára igaz, hogy  $d_{\min} \geq n - k + 1$ .

**I** Egy emlékezet nélküli, diszkrét, időinvariáns csatorna jól jellemezhető a csatornamátrixával vagy a csatornagráfjával.

**H** Az  $(n, k)$  paraméterű Reed–Solomon-kódok generátorpolinomja  $k$ -adfokú.

**H** Az entrópia szigorúan pozitív függvény (nem lehet 0 sem).

**I** A Shannon-féle forráskódolási tétel azt mondja ki, hogy egy emlékezet nélküli, stationáris,  $H(A)$  entrópiájú  $A$  forráshoz lehet olyan forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza  $H(A)/\log_2 s$  és  $(H(A)/\log_2 s) + 1$  között van, ahol  $s$  a kódábécé elemszáma.

**I** A perfekt kódokra a gömbpakolási korlátban (Hamming-korlátban) az egyenlőség teljesül.

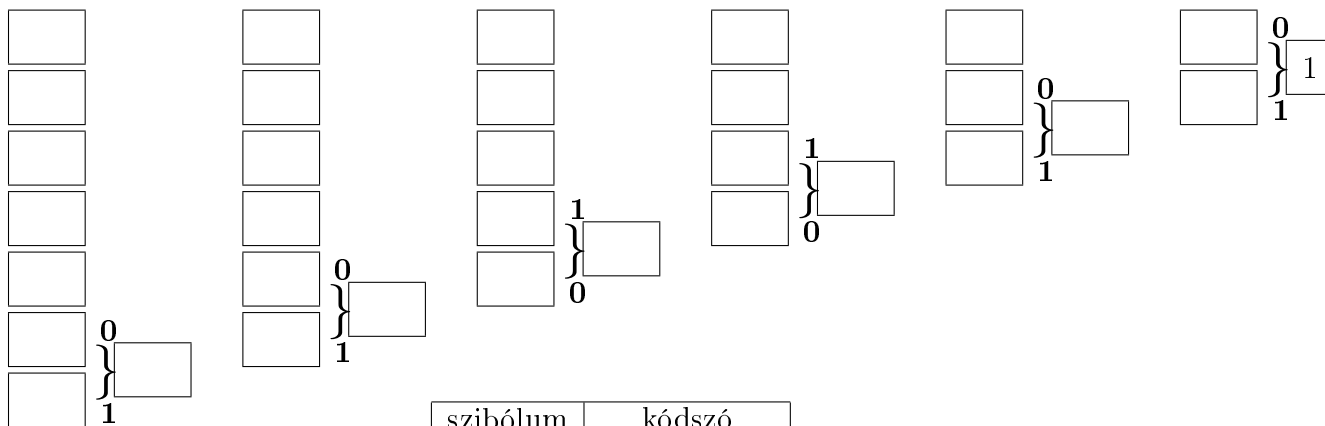
**H** Ha egy  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kód generátorpolinomja  $g(t)$  és az  $i$ -edik kódszavához rendelt polinom  $c_i(t)$ , akkor igaz, hogy  $c_i(t) = b_i(t)/g(t)$ , ahol  $b_i(t)$  az  $i$ -edik üzenethez rendelt polinom.

**H** Egy  $p$  előfordulási valószínűségű esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint  $-\log_2(1/p)$ .

- H** Egy csatorna csatornakapacitása,  $C = H/n$ , lényegében az egy szimbólum átbecsátásakor átlagosan átvitt információ.
- I** A konvolúciós kódolók jellemzésére alkalmas állapotátmeneti gráfok csomópontjaiban a tárolók állapotai vannak, az élek pedig az állapotok közötti átmeneteket jelölik. Egy csomópontból mindig annyi él indul ki, mint ahány lehetséges bemeneti üzenetkeret van.
- H** A csatornakódolási tétel szerint, ha a csatornakapacitás kisebb, mint a kódsebesség, akkor lehet olyan csatornakódolási eljárást találni, amelyre a hibás dekódolás valószínűsége tetszőlegesen kicsi.
- I** A prefix kódok kódszavai közül egyik sem a másik folytatása.
- I** Ha egy Reed–Solomon-kódot a  $\vartheta$   $n$ -edrendű elem első  $n$  hatványával definiálunk, akkor egy  $b(t)$  polinommal jellemezhető üzenethez olyan kódszóvektor fog tartozni, melynek az  $i$ -edik komponense  $b(\vartheta^i)$ .
- I** A forráskódok olyan  $F : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$  függvények, amelyek az  $A$  forrásábécé elemeiből álló véges hosszúságú sorozatokhoz (azaz az  $\mathcal{A}$  halmaz elemeihez) a  $B$  kódábécé elemeiből álló, véges hosszúságú sorozatokat rendelnek hozzá.
- I** Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaihoz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, még hozzá úgy, hogy a kisebb összvalószínűségű blokkokhoz több számjegyből álló tört tartozzon.
- H** Egy  $n$  elemű kódszavakat generáló ciklikus kód paritásellenőrző polinomja osztója a  $t^{(n+1)} - 1$  polinomnak.
- I** A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legkisebb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá. Az összetett szimbólumhoz a két kiindulási szimbólum valószínűségének összegét rendeljük.
- I** A forráskódoló eljárások során az üzenet entrópiája növekszik.
- H** Egy  $f : A \mapsto B$  kód átlagos kódszóhossza  $\sum_{i=1}^n p_i \ell_i$ , ahol  $n$  a kódábécé elemeinek a száma,  $p_i$  az  $i$ -edik szimbólumának előfordulási valószínűsége,  $\ell_i$  pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.
- H** A szisztematikus kódok  $H^T$  paritásellenőrző mátrixának első  $k$  oszlopa egységmátrixot alkot.
- I** A bináris törléses csatorna mindkét bemeneti jelét  $p$  valószínűséggel a hibaszimbólumba transzformálja.
- I** A Reed–Solomon-kódok olyan maximális távolságú lineáris blokk-kódok, amelyek egyben ciklikus kódok is.

- Az E, F, G, H, I, J, K forrásábécé elemeinek előfordulási valószínűségei  $p_E = 0,26$ ;  $p_F = 0,05$ ;  $p_G = 0,12$ ;  $p_H = 0,10$ ;  $p_I = 0,16$ ;  $p_J = 0,08$  és  $p_K = 0,23$ . Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait. Az oszlopokban szerepeljenek az elemek csökkenő sorrendben. (6 pont.)

Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként 2 pont).



szimbólum	kódszó
E	01
F	
G	100
H	
I	
J	0000
K	11

**H** A forrásábécé entrópiája  $-2,62$ . (+2 vagy  $-1$  pont)

**I** A kód átlagos kódszóhossza  $2,64$ . (+2 vagy  $-1$  pont)

- A  $GF(7)$  véges számtestnek a 3 hatodrendű eleme. Adjuk meg a 3 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (4 pont):

$\vartheta$	$\vartheta^2$	$\vartheta^3$	$\vartheta^4$	$\vartheta^5$	$\vartheta^6$
3			4		

Adja meg a 3-mal, mint generátorelemmel definiált Reed–Solomon-kód által a  $b(t) = 4 + 3t^2 + t^3$  üzenetpolinomból generált kódszóvektor nulladik, második és ötödik elemét (6 pont.):

$c_0 =$  ,

$c_2 =$  ,

$c_5 =$  .

