

## Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres négyzeteket kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában részletesen szerepel, hogy hány pozitív pontot lehet kapni a jó válaszokért, illetve hány pont levonást a rossz válaszokért. Ha nem ír választ, nulla pontot kap. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson, olvashatatlan megoldásért a rossznak megfelelő pontszámot kapja. Ne használjon piros színű tollat!

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

Ha egy  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kód  $n - k$ -adfokú generátorpolinomja  $g(t)$  és az  $i$ -edik kódszavához rendelt polinom  $c_i(t)$ , akkor igaz, hogy  $c_i(t) = \alpha_i(t) \cdot g(t)$ , ahol  $\alpha_i(t) = \alpha_{i0} + \alpha_{i0} \cdot t + \dots + \alpha_{i, n-1} \cdot t^{n-1}$  az  $i$ -edik üzenethez rendelt polinom.

A JPEG szabvány csak veszteséges tömörítési eljárásokat tartalmaz.

Shannon forráskódolásról szóló tétele szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hosszának minimuma arányos a forrásábcé entrópiájával.

Ha egy konvolúciós kódot a  $\mathbf{G}(t)$  polinom-mátrixszal tudjuk leírni, és az üzenet egy  $\mathbf{b}(t)$  polinom-vektorral jellemezhető, akkor a kódoló kimenete egy olyan polinom-vektorral adható meg, amelynek az  $i$ -edik komponens-polinomja a  $\sum_j b_j(t) \cdot g_{ji}(t)$  képlettel számolható. A  $b_j(t)$  a  $\mathbf{b}(t)$  vektor  $j$ -edik komponense,  $g_{ji}(t)$  pedig a  $\mathbf{G}(t)$  mátrix  $j$ -edik sorában az  $i$ -edik elem.

A mintavételezési tétel szerint egy  $B$  (frekvencia)sávra korlátozott jelet legfeljebb  $\pi/B$  mintavételezési idővel szabad mintavételezni, különben túl sok információt veszítünk és a jel nem állítható vissza.

Lineáris blokk-kódok kódszavainak a szindrómája nulla.

Az entrópia szigorúan pozitív függvény.

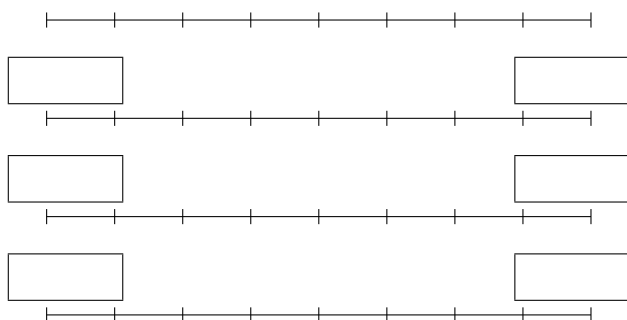
A bináris törléses csatorna mindkét bemeneti jelét  $p$  valószínűséggel a hibaszim-bólumba transzformálja.

A perfekt kódokra a gömbpakolási korlátban az egyenlőség teljesül, azaz a perfekt kódok adott elemszámú kódábécé, üzenet- és kódszóhossz mellett a lehető legtöbb kódszót tartalmazzák.

- A többutas kódátűzés során a tömörített üzenetet több párhuzamos ágon csatornakódolják, majd a csatornára bocsátás előtt újra összefésülik.
- Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint az esemény előfordulási valószínűségének a logaritmusának ellentettje.
- Az időosztásos nyalábolás során egy felhasználó páros csak bizonyos időintervallumokban használja az aktuális frekvenciacsatornának egy kisebb részsávját.
- Ciklikus kódokat nem lehet szisztematikusan generálni.
- A csatornakódolási tétel csak egy csatornakapacitástól és a javítás során megengedett hibás dekódolások számától függő felső korlátot mond a jelsebességre. Nem ad meg lehetséges csatornakódolási eljárásokat.
- A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legnagyobb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá.
- A hangok hatékony tömörítő eljárásai (MP3) kihasználják azt a tényt, hogy egy intenzív hang maszkolja a vele egy időben, hozzá közeli frekvencián szóló halkabb hangokat.
- Az információ a Shannon-féle definíciója szerint független az információcsere körülményeitől, a részt vevő személyektől és az átvívó csatorna jellemzőitől is.
- Egy csatorna csatornakapacitása,  $C = H/n$ , lényegében az egy szimbólum átbecsátásakor átlagosan átvitt információ.
- Ha a csatorna kimenetén vett  $\mathbf{v}$  szimbólumsorozat egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszavából keletkezett, akkor a sorozat  $\mathbf{s}$  szindrómáját az  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$  képlettel számoljuk, ahol  $\mathbf{H}^T$  a kódoló paritásellenőrző mátrixa.
- A forráskódoló eljárások az üzenet entrópiájának csökkentésére valók.
- Egy  $f : A \mapsto B$  kód átlagos kódszóhossza  $\sum_{i=1}^n p_i \ell_i$ , ahol  $n$  a kódábécé elemeinek a száma,  $p_i$  az  $i$ -edik szimbólumának előfordulási valószínűsége,  $\ell_i$  pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.
- A kódsebesség az egy üzenetszegmens hatására a kódoló kimenetén keletkezett szimbólumok száma.
- Az egymást követő szimbólumoknak egy emlékezet nélküli csatornán való áthaladása mind egymástól független esemény.
- A döntéseket leíró függvény és a döntési tartományai együtt adják meg pontosan a döntési eljárást, az egyik a másik nélkül értelmetlen.
- Egy csatorna megadható a bemeneti és kimeneti szimbólumkészletével és a csatornamátrixszal. A csatornamátrix elemei azok a  $p(V_j|C_i)$  feltételes valószínűségek, amelyek minden  $i$ -re, illetve  $j$ -re megadják, hogy az  $i$ -edik bemeneti szimbólum ( $C_i$ ) hatására mekkora valószínűséggel keletkezik a kimeneten a  $j$ -edik kimeneti szimbólum ( $V_j$ ).

- Legyen az „5”, „6”, „7” és „8” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre  $3/8$ ,  $1/8$ ,  $2/8$  és  $1/4$ . Kódoljuk a „8 5 7” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „5”-ös szimbólumhoz, a második a „6”-oshoz, a harmadik a „7”-eshez, a negyedik pedig a „8”-ashoz

A forrásábécé entrópiája 1,906. (+2 vagy -1 pont)



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 ponttól indul a pontozás, minden hibáért -1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért -1 a rossz válaszáért).

A kapott kódszó (+2 vagy -1 pont):

- Készítse el egy (7,4) paraméterű szisztematikus bináris Hamming-kód paritásmátrixát. Szerepeljenek benne a szabad elemek az első sortól kezdve növekvő sorrendben. (+4 ponttól indul a pontozás, minden hibás sorért -1 pont. Ez azt jelenti, hogy egy sorcsere -2 pont.) Készítse el a generátormátrixot (pontozás ugyanúgy, mint a paritásellenőrző mátrixnál, csak oszloponként).

$$H^T = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A 0111 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy -1 pont):

Ha valóban csak egy hiba keletkezett a csatornán való áthaladás során, akkor az 1100110 vett szimbólumsorozatban a következő helyen van a hiba (+2 vagy -1 pont):

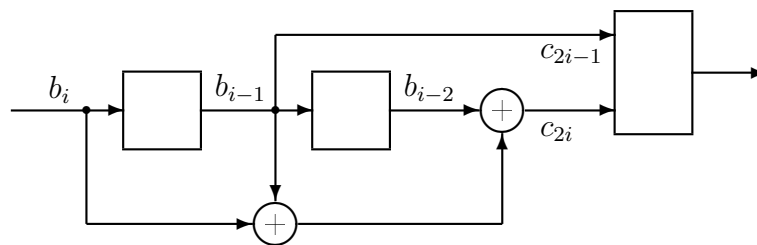
Az 1100110 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (+2 vagy -1 pont):

- Kódolja LZ78 algoritmussal a „K L K L K L L L K K L L M K L L K” üzenetet. Használja a táblázatot, tüntesse fel az egyes lépések során a kódoló kimenetén megjelenő számokat is. Ha a táblázat bizonyos cellái az Ön véleménye szerint üresek, akkor azokat húzza ki. (A pontozás +12 pontról indul, ebből 4 a kódolt üzeneté, minden hiba -1 pontot ér, de minimum -6 pontot lehet kapni a feladatra. Nem biztos, hogy minden oszlopba kell írni valamit.)

$m$														
$n$														
bejegyzés														
kimenet														

- Egy konvolúciós kódoló a következő áramkörrel rendelkezik. Adja meg a kódoló állapotátmeneti gráfját, és a gráf élein tüntesse fel, hogy mi a „bemeneti bit/kimeneti bitpáros”. A tárolók közül a bal oldali állapotát jellemezze a gráf csomópontjain feltüntetett számpáros első tagja, jobb oldalit pedig a második (max. +8 pont, minden rossz élért -1 pont, minden rossz feliratért további -1 pont. Legalább -4 pont.)  
Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. (+2 vagy -1 pont)

- A kódoló üzenetkeretének a hossza 2.
- A kódoló alsó ágát a  $t^2 + t + 1$  polinommal jellemezhetjük.



10

00

11

01