Információelmélet: Pótzárthelyi

Név: .... Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres négyzeteket kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában részletesen szerepel, hogy hány pozitív pontot lehet kapni a jó válaszokért, illetve hány pont levonást a rossz válaszokért. Ha nem ír választ, nulla pontot kap. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson, olvashatatlan megoldásért a rossznak megfelelő pontszámot kapja. Ne használjon piros színű tollat!

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

☐ A Shannon-féle forráskódolási tétel kimondja, hogy egy emlékezet nélküli, stacionáris A forráshoz lehet olyan forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $H(A)/(\log_2 s)$ és $H(A)/(\log_2 s) + 1$ között van, ha $H(A)$ az A halmaz entrópiája, s pedig a kódábécé elemszáma.

☐ A maximális távolságú, avagy MDS kódok $d_{\min}$ kódtávolságára igaz, hogy $d_{\min} = n - \log_r k + 1$, ahol n a kódszavak hossza, k az üzenetblokkok hossza, r pedig a kódábécé elemszáma.

☐ Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első k elem nulla, mivel a generátorpolinom $\prod_{i=0}^{n-k-1}(t - \vartheta^i)$, ahol ϑ a kód generátoreleme.

☐ A blokkos kódátfűzés során a csatornakódolt üzenet szimbólumait egy $D \times D$-s mátrixba olvassuk be oszlopfolytonosan, majd onnan sorfolytonosan kiolvasva bocsátjuk a csatornára. A csatornán való áthaladás után egy ugyanilyen mátrixba sorfolytonosan írjuk be és oszlopfolytonosan olvassuk ki a vett szimbólumokat, és csak ezután dekódoljuk az üzenetet.

☐ A Reed–Solomon-kódok a kódszóvektoraiknak spektrumát a generátorpolinom spektrumához rendelt vektor és az üzenetvektorok spektrumának konvolúciójaként állítják elő.

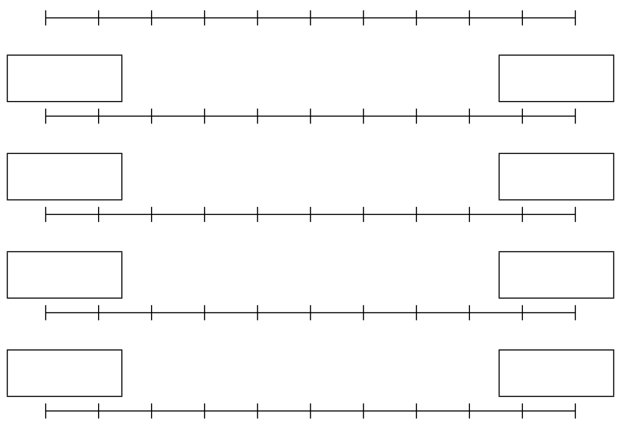
☐ Mintavételezés során az $f(t)$ diszkrét idejű fügvényből $f(t_0)$, $f(t_0{+}T)$, $f(t_0{+}2T), \ldots$ folytonos idejű számsorozatot kapunk. A t_0 mennyiség a legelső mintavételezés időpontja.

☐ Egy kód minimális súlya a kódszavai súlyai közül a legnagyobb, azaz azon $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \ldots, c_{n-1})$ kódszavának a nem nulla c_i komponenseinek a száma, amelyben a legkevesebb nulla szerepel.

☐ A konvolúciós kódok távolságprofiljának – a $d_1^* \le d_2^* \le d_3^* \le \ldots$ monoton nem csökkenő sorozatnak – a határértékét a kód szabad távolságának nevezik és d_∞-nel jelölik.

- [ ] A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak hosszának várhatóértéke, azaz az $L = \sum_i \ell_i$, ahol ℓ_i a forrásábécé i-edik szimbólumához rendelt kódszó hossza, az összegzés pedig a forrásábécé minden elemére vonatkozik.
- [ ] A Lempel–Ziv-kódolások során egy szótár keletkezik, amelynek az egyes bejegyzései tartalmaznak egy sorszámot, egy megjegyzett kararktert és egy olyan elemet, amely megmutatja, hogy mely további sorszámú bejegyzés(ek) során mutatunk rá.
- [ ] Shannon csatornakódolási tétele kimondja, hogy ha a csatornakapacitásnál kisebb kódsebességgel szeretnénk jeleket továbbítani a csatornán, akkor a kapott bitsorozat dekódolása során fellépő hibák száma tetszőlegesen kicsivé csökkenthető .
- [ ] A ciklikus kódok $k \times n$ méretű generátormátrixának az első k oszlopa mindenképpen egységmátrixot alkot.
- [ ] A perfekt kódokra a Hamming-korlátban nem az egyenlőség áll fenn.
- [ ] A szisztematikus kódok $\mathbf{H}^T$ paritásellenőrző mátrixának utolsó $n-k$ sora olyan $(n-k) \times (n-k)$-s mátrixot alkot, melynek csak a főátlójában vannak 1-esek, az összes többi eleme 0.
- [ ] A digitális frekvenciamoduláció során az átvitelre szánt üzenet lehetséges szimbólumainak olyan szinuszos jelszakaszokat feleltetünk meg, amelyek egymástól a frekvenciájukban térnek el.
- [ ] Egy (n, k) paraméterű nembináris Hamming-kód kódszavainak hossza $n = 2^{n-k} - 1$.
- [ ] A $d_{\min}$ kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint $d_{\min}$ törléses hibát tudnak kijavítani.
- [ ] A konvolúciós kódok távolságprofilja az a $d_1^* \leq d_2^* \leq d_3^* \leq \ldots$ monoton nem csökkenő sorozat, amelynek elemei azok a d_i^* számok, amelyek a kódolón létrejövő első i kódszókeretből képezett vektorok maximális Hamming-távolságaként állnak elő.
- [ ] A kódosztásos nyalábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál sokkal több felhasználó páros van a rendszerben.
- [ ] A színes képek színhatását négy koordinátával szokták elérni, a piros, az kék és a zöld krominanciával és a luminanciával.
- [ ] Egy $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ halmaz entrópiája a $H(A) = -\sum_{i=1}^{n} p_i log_2 \frac{1}{p_i}$, ahol p_i az A_i halmazelem előfordulási valószínűsége.
- [ ] A forráskódok olyan $f : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ függvények, amelyek az A forrásábécé elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatokhoz – azaz az $\mathcal{A}$ halmaz elemeihez – a B kódábécé elemeiből álló, végtelen hosszú sorzatokat rendelnek hozzá.
- [ ] A prediktív képtömörítési eljárások kihasználják, hogy a szomszédos pixelek adatai egymástól többnyire csak kicsit térnek el, így a kis különbségek tárolásához sokkal kevesebb szimbólumra van szükség, mint a pixelhez tartozó teljes információ tárolásához.
- [ ] A Viterbi-féle dekódoló algoritmusnál a túlélő útvonal az lesz, amelynek a vett bitsorozattól mért Hamming-távolsága maximális.
- [ ] Az $\mathbf{v}$ vett vektor szindrómája által generált mellékosztály elemei közül azzal javítjuk a vett vektort, amelyiknek a legkisebb a súlya.

- Legyen az „m”, „p” és „k” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,3; 0,2 és 0,5. Kódoljuk a „p k m k” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „m” szimbólumhoz, a második a „p”-hez, a harmadik pedig a „k”-hoz



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal(+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért −1 a rossz válaszért).

A kapott kódszó (+2 vagy −1 pont):

A forrásábécé entrópiája 1,36. (+2 vagy −1 pont)

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges test feletti, (8,6) paraméterű nembináris Hamming-kódnak a generátormátrixát, melynek a paritásellenőrző mátrixát alább láthatja. (+4 pontról indul a pontozás, minden hibás oszlopért −1 pont, de legalább −2 pont. Ez azt jelenti, hogy egy oszlopcsere −2 pont.)

$\mathbf{G} =$

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 6 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

A 416003 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy −1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy −1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat a következő pozícióban tartalmaz hibát (+2 vagy −1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (+2 vagy −1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (+2 vagy −1 pont):

- Egy $GF(5)$ véges számtest feletti, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^2 + t + 1$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. (+2, illetve −1 pont a jó osztandó polinomért, polinomosztásra +8 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont. Elképzelhető, hogy az osztandó polinom első néhány együtthatója 0.)

$$\square t^8+\square t^7+\square t^6+\square t^5+\square t^4+\square t^3+\square t^2+\square t^1+\square t^0=(t^2+t+1)\times$$
$$\times\left(\square t^6+\square t^5+\square t^4+\square t^3+\square t^2+\square t^1+\square t^0\right)$$

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 001 100 110 011 001 111. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bittriók láthatók. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb összsúlyú túlélő útvonalat (max. 8 pont, hibás végső állapotért −2 pont, minden rossz élért −2 pont, legalább −4 pont. Ha hibásan számol összsúlyokat, de az alapján jó az útvonal, csak a súlyhibánként kap −1 pontot.).

  A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (max. 4 pont, minden rossz bitért −1 pont, de legalább −2 pont): $\square\square\square\square\square\square$