

## Információelmélet: Pótzárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres négyzeteket kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában részletesen szerepel, hogy hány pozitív pontot lehet kapni a jó válaszokért, illetve hány pont levonást a rossz válaszokért. Ha nem ír választ, nulla pontot kap. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson, olvashatatlan megoldásért a rossznak megfelelő pontszámot kapja. Ne használjon piros színű tollat!

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

- A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak várhatóértéke.
- A Singleton-korlát szerint a  $k$  hosszúságú üzenetblokkokból  $n$  hosszúságú kódszavakat előállító csatornakódok  $d_{\min}$  kódtávolságára igaz, hogy  $d_{\min} \geq n - k + 1$ .
- A hibacsomók elleni védekezésre szolgáló eszközök a blokkos, a többutas és a szisztematikus kódátíródés.
- Egy kód minimális súlya a kódszavai súlyai közül a legkisebb, azaz mivel a lineáris blokk-kódoknak a csupa nulla elemből álló vektor is kódszava, minden lineáris blokk-kód minimális súlya 0.
- A konvolúciós kódok szabad távolsága a távolságprofiljuknak – a  $d_1^* \leq d_2^* \leq d_3^* \leq \dots$  sorozatnak – a minimuma.
- A  $d_{\min}$  kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint  $d_{\min}/2$  hibát tudnak jelezni.
- A szisztematikus kódok  $\mathbf{H}^T$  paritásellenőrző mátrixának utolsó  $n - k$  sora egységmátrixot alkot.
- A Reed–Solomon-kódok a kódszövektoraikat a generátorpolinomhoz rendelt vektor és az üzenetvektorok konvolúciójaként állítják elő.
- A digitális moduláció során az időt egymást követő, nem átfedő,  $T$  hosszúságú intervallumokra bontjuk, az üzenet egy-egy lehetséges szimbólumának egy-egy  $T$  hosszúságú jelszakaszt feleltetünk meg, s az  $i$ -edik időintervallumban az üzenet  $i$ -edik karakterének megfelelő jelalakot adjuk le.

- Az aritmetikai kódok olyan forráskódolási eljárások során jönnek létre, amelyek az üzenet különböző hosszúságú blokkjait azonos szóhosszúságú kódszavakba transzformálják.
- Egy csatorna vesztesége a  $\max_i I(C_i \cdot X_i)$  információ, ahol az  $i$ -edik  $C_i$  bemeneti szimbólum hatására az  $X_i$  szimbólum jelenik meg a csatorna kimenetén.
- A kódosztásos nyálábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál sokkal kevesebb passzív felhasználót tud a rendszer kezelni.
- A színes képek színhatását három koordinátával szokták elérni, a piros, az kék és a zöld színekkel, vagy a két krominanciával és a luminanciával.
- A prediktív képtömörítési eljárások kihasználják, hogy a szomszédos pixelek adatai egymástól többnyire csak kicsit térnek el, így több szomszédos pixel összevonható.
- A konvolúciós kódok távolságprofilja az a  $d_1^* \geq d_2^* \geq d_3^* \geq \dots$  monoton csökkenő sorozat, amelynek elemei azok a  $d_i^*$  számok, amelyek a kódolón létrejövő első  $i$  kódszókeretből képezett vektorok minimális Hamming-távolságaként állnak elő.
- Egy  $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$  halmaz információtartalma a Shannon-féle információdefiníció a  $H(A) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$ , ahol  $p_i$  az  $A_i$  halmazelem előfordulási valószínűsége.
- A perfekt kódokra a Singleton-korlátban az egyenlőség áll fenn.
- A bináris Z-csatorna az 1 bemeneti bit esetén  $p$  valószínűséggel ad 0-s kimenetet, viszont 0-s bemenet esetén mindig 0-s kimenetet ad.
- A Viterbi-féle dekódoló algoritmusnál a túlélő útvonal az lesz, amelynek a vett bitsorozattól mért Hamming-távolsága minimális.
- Az  $(n, k)$  paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első  $n-k$  elem nulla.
- A forráskódok olyan  $f : A \mapsto B$  függvények, amelyek az  $A$  forrásábécé elemeihez a  $B$  kódábécé elemeiből álló, véges hosszúságú sorozatokat rendelnek hozzá.
- Egy  $f(t)$  függvényből  $t_0$  mintavételezési idővel vett mintavételezés után az  $f(t_0), f(t_0 + T), f(t_0 + 2T), f(t_0 + 3T), \dots$  sorozatot kapjuk.
- A ciklikus kódok  $k \times n$  méretű generátormátrixának minden sora olyan  $n$  elemű vektor, amely a kód generátorpolinomjainak megfelelő vektor.
- A  $\Delta c$  hibamintázat által generált mellékosztály vezető eleme az az elem, amelyiknek a legkisebb a súlya.
- Shannon forráskódolási tétele szerint egy emlékezet nélküli, stacionáris  $A$  forráshoz lehet olyan  $s$  elemű kódábécével dolgozó forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza  $H(A)/(\log_2 s)$  és  $H(A)/(\log_2 s) + 1$  között van, ha  $H(A)$  az  $A$  halmaz entrópiája.

- Legyen a „D”, „N”, „S”, „A”, „T” és „E” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,05; 0,26; 0,27; 0,07; 0,13 és 0,22. Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait a megfelelő valószínűségekkel. Az oszlopokban szerepeljenek az elemek csökkenő sorrendben. (A pontozás 8 pontról indul, minden hibás oszlop  $-1$  pont, minden rossz összevonás további  $-1$  pont, minimum  $-4$  pont.)

Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként  $+2$  vagy  $-1$  pont).

szimbólum	kódszó
D	0110
N	11
S	
A	
T	
E	00

A kód átlagos kódszóhossza 2,37. ( $+2$  vagy  $-1$  pont)

- A  $GF(11)$  véges számtestnek a 4 ötödrendű eleme. Adjuk meg a 4 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Összesen  $+2$  pont, minden rossz elem ebből  $-1$  pont):

$\vartheta$	$\vartheta^2$	$\vartheta^3$	$\vartheta^4$	$\vartheta^5$
	5	9		

Adja meg a  $b(t) = 10 + 5t + t^3$  üzenetpolinomból a  $\vartheta = 4$  elemmel generátorelemű Reed–Solomon-kód által létrehozott kódszóvektor hiányzó elemeit (A pontozás  $+6$  pontról indul, minden rossz elem  $-3$  pont, minden kitöltetlen hely  $-2$  pont, így a teljesen üres táblázat 0 pont.):

$$\mathbf{c} = \left( \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 6 & & & & 5 \\ \hline \end{array} \right)$$

Adja meg a fenti Reed–Solomon-kód generátorpolinomját gyöktényezősz alakban. A felesleges gyöktényezőket húzza ki. Az üzenetpolinomok legfeljebb harmadfokúak. ( $+4$  pontról indul a pontozás, minden rossz gyöktényező  $-1$  pont.)

$$g(t) = (t - \square) \cdot (t - \square) \cdot (t - \square) \cdot (t - \square) \cdot (t - \square) \cdot (t - \square) \cdot$$

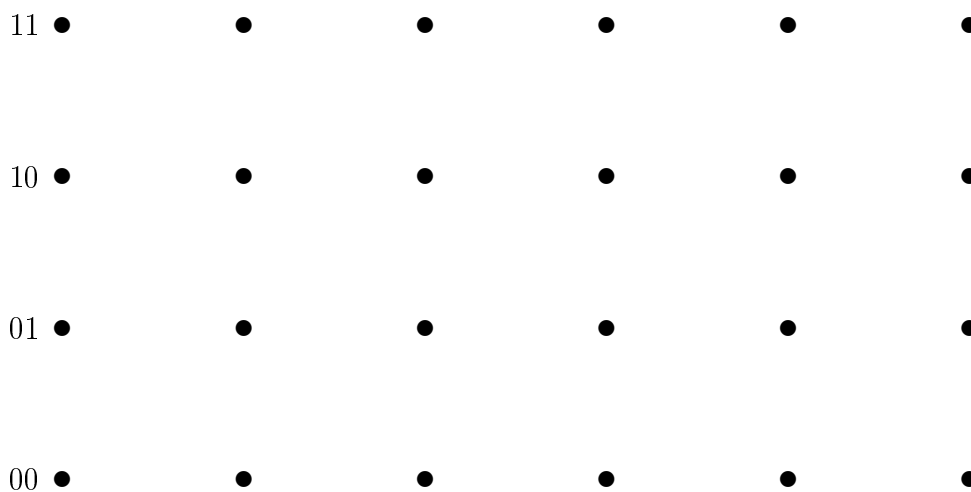
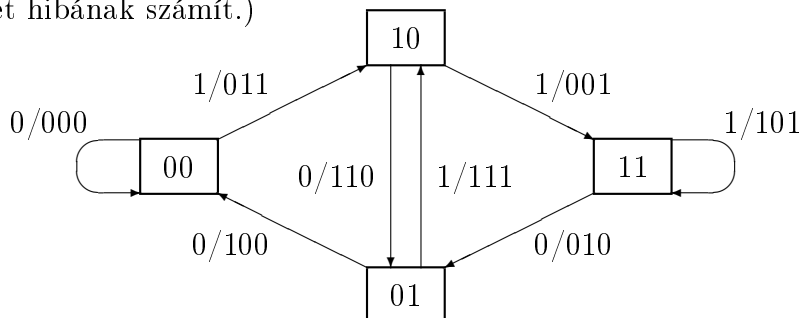
- Készítse el annak a  $GF(5)$  véges test feletti,  $(6,4)$  paraméterű szisztematikus nem-bináris Hamming-kód generátormátrixát, melynek a paritásmátrixát alább láthatja. (+4 pontról indul a pontozás, minden hibás oszlopért  $-1$  pont. Ez azt jelenti, hogy egy oszlopcseré  $-2$  pont.)

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A 2210 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy  $-1$  pont):

A 313100 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy  $-1$  pont):

- Egy konvolúciós kódoló a következő állapotátmeneti gráffal rendelkezik. Az ábra alsó felén található pöttyöket, mint állapotokat felhasználva adja meg a kódoló trellisét, ha a 00 állapotból indulunk. Az éleken (legalább amikor először előfordulnak) tüntesse fel, hogy mi a „bemeneti bit/kimeneti bithármas”. (Maximum +12 pont, minden rossz élért  $-1$  pont, minden rossz feliratért további  $-1$  pont. Legalább  $-6$  pont. Sorozatosan rontott él két hibának számít.)



Ha a tárolók 00 állapotából indulunk, akkor az „1 0 1 1 0” üzenet hatására a kimeneten a „011 110 100 001 010” bitsorozat fog megjelenni. (+2 vagy  $-1$  pont)