

## Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie, az üres négyzet 0 pont.

**I** Ha egy  $(n, k)$  paraméterű Reed–Solomon-kód  $g(t)$  generátorpolinomja  $n - k$ -adfokú.

**I** A JPEG szabvány veszteséges eljárásai az általuk használt futamhossz-kódolás miatt is eredményesek.

**H** Shannon forráskódolásról szóló tétele szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hossza nem lehet nagyobb, mint forrásábécé entrópiájának és a kódábécé elemszáma logaritmusának hányadosa.

**H** Az emlékezet nélküli források nem modellezhetők jól Markov-folyamatokkal.

**H** A mintavételezési tétel szerint egy  $B$  (frekvencia)sávra korlátozott jelet legalább  $\pi^2/B$  mintavételezési frekvenciával kell mintavételezni.

**H** A konvolúciós kódok érvényes kódszavainak a szindrómája csupa nullából álló vektor.

**I** Az entrópia, mint függvény nem érzékeny változók felcserélésére.

**H** A szindrómavektorok elemszáma  $n - k$  ahol  $n$  a tömörített de nem csatornakódolt üzenetszakaszok hossza,  $k$  pedig a belőlük keletkezett kódszavak hossza.

**H** Egy változó kódszóhosszú forráskódolás nem lehet eredményesebb, mint egy állandó kódszóhosszú.

**I** Ha egy lineáris blokk-kódra teljesül a Singleton-korlát, akkor a kód maximális távolságú (MDS).

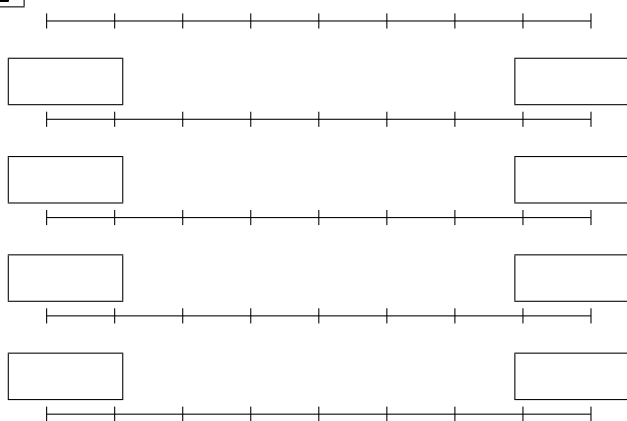
**I** A polinom szorzó áramkör tárolókból, szorzókból és összeadókból álló, diszkrét idejű, nem visszacsatolt áramkör.

**H** Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint  $I(p) = p \cdot \log_2 p$ , ha  $p$  az esemény előfordulási valószínűsége.

- H** Az időugratásos kódosztásos nyálábolás során egy felhasználó páros csak bizonyos időintervallumokban használja az aktuális frekvenciacsatornának egy kisebb részsávját.
- I** Az  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kódok generátormátrixa a generátorpolinomnak megfelelő,  $n$  hosszúságú vektor ciklikus eltoltaiból áll.
- H** A csatornakódolási tétel szerint egy  $C$  kapacitású csatornán egy  $R$  kódsebességű kóddal akkor és csak akkor lehet tetszőlegesen kicsi hibavalószínűséggel átjuttatni egy üzenetet, ha  $C < R$ .
- H** A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legkisebb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá. Az összetett szimbólum valószínűsége a két kiindulási szimbólum valószínűségeinek különbsége.
- H** Az MP3 szabvány hangtömörítő eljárása kihasználja azt a tényt, hogy egy gyakran ismétlődő intenzív hang kevésbé érzékelhető, mint a ritkábban ismétlődő halkabb hangok.
- I** Egy konvolúciós kódoló szabad távolsága a távolságprofiljának a maximuma.
- H** Egy csatornán átvitt információ  $I(C \cdot X) = H(C|X) - H(C)$ , a csatorna veszteségének és a csatornára adott információ várhatóértékének a különbsége.  $C$  a csatorna bemeneti,  $X$  pedig a kimeneti szimbólumkészlete.
- I** Egy lineáris blokk-kód dekódolója a  $\mathbf{v}$  vett blokk szindrómáját az  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$  képlettel számolja, ahol  $\mathbf{H}^T$  a kódoló paritásellenőrző mátrixa.
- I** Egy jó forráskódoló eljárás végrehajtása után az üzenet egy szimbólumra jutó entrópiája közel van a lehetséges maximumához.
- H** Egy forráskód átlagos kódszóhossza a  $\sum_{i=1}^n p_i \ell_i$  képlettel számítható, ahol  $p_i$  a forrásábécé  $i$ -edik szimbólumának előfordulási valószínűsége,  $\ell_i$  az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza,  $n$  pedig a kódábécé elemeinek a száma.
- H** Konvolúciós kódolók kódsebessége az egy üzenetszegmens elemszámának és az üzenetszegmens hatására a kódoló kimenetén keletkezett szimbólumok számának a hányadosa.
- H** Az  $(n, k)$  paraméterű Reed–Solomon-kódok generátorpolinomja  $k$ -adfokú.
- H** A döntéseket leíró függvény vagy a döntési tartományai külön-külön nem adják meg pontosan a döntési eljárást, az egyik a másik nélkül értelmetlen.
- I** Egy csatorna csatornamátrixának elemei azok a  $p(V_j|C_i)$  feltételes valószínűségek, amelyek minden  $i$ -re, illetve  $j$ -re megadják, hogy az  $i$ -edik bemeneti szimbólum ( $C_i$ ) hatására mekkora valószínűséggel keletkezik a kimeneten a  $j$ -edik kimeneti szimbólum ( $V_j$ ).

- Legyen az „ $\alpha$ ”, „ $\beta$ ” és „ $\gamma$ ” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre  $3/8$ ,  $1/2$  és  $1/8$ . Kódoljuk a „ $\beta \alpha \gamma \beta$ ” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „ $\alpha$ ” szimbólumhoz, a második a „ $\beta$ ”-hoz, a harmadik pedig a „ $\gamma$ ”-hoz.

**I** A forrásábécé entrópiája 1,41. (+2 vagy -1 pont)



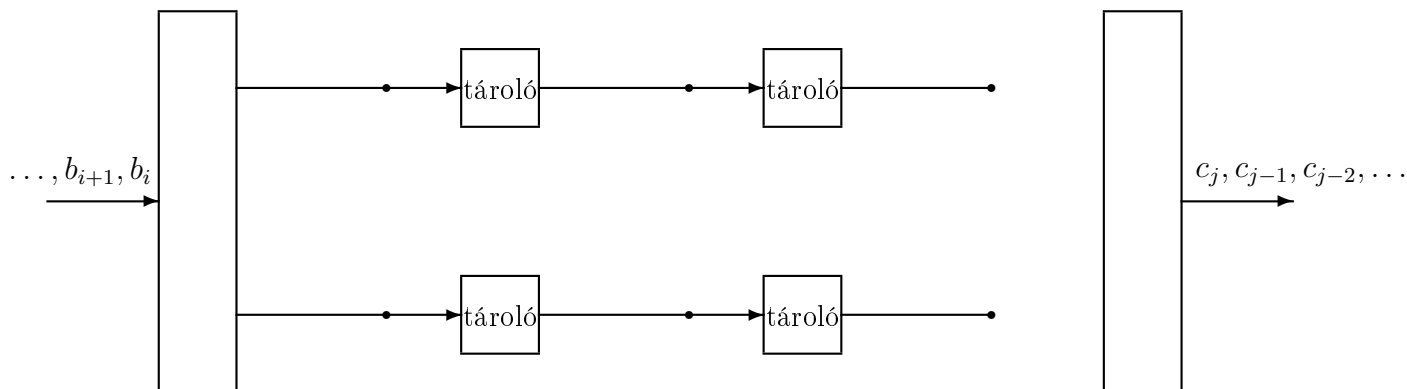
Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 ponttól indul a pontozás, minden hibáért -1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért, -1 a rossz válaszáért).

A kapott kódszó (+2 vagy -1 pont):

- Egy konvolúciós kódolót a következő polinom-mátrixszal jellemezhetünk:

$$G(t) = \begin{pmatrix} 1 + t^2 & t^2 & t \\ 0 & t + t^2 & 1 + t + t^2 \end{pmatrix}.$$

Rajzoljuk fel a kódoló áramkörének a blokkvázlatát. Használjuk a felrajzolt négyzeteket, mint tárolóelemeket, az első téglalap legyen az az áramkör, amely szétválasztja a bemeneteket, a másik téglalap pedig az az áramkör, amely összefésüli a kimeneteket. (8 pont, minden rossz kódoló ág -2 pont, legalább -4 pont.)



- Egy  $GF(23)$ -beli, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja  $g(t) = t^2 + t + 1$ . Számolja ki a  $h(t)$  paritásellenőrző polinomot. (Húzza át a polinomok felesleges tagjait, ha vannak.) (2 pont az osztandó polinomért, 8 pont az osztásért, ebből indulva hibánként  $-1$  pont, de legalább  $-1$ , illetve  $-4$  pont.)

$$\begin{aligned} \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2 + t + 1) \cdot (\square t^6 + \square t^5 + \\ + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0) \end{aligned}$$

A  $b(t) = 6t^3 + 8t^2 + 16$  üzenetpolinomból a kódoló a következő kódszópolinomot hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak,  $+4$  pont, rossz együttthatónként  $-1$  pont):

$$\square t^0 + \square t^1 + \square t^2 + \square t^3 + \square t^4 + \square t^5 + \square t^6 + \square t^7 + \square t^8$$

Ha a vett szimbólumsorozathoz tartozó polinom  $v(t) = 15t^5 + 8t^2$  a dekódoló a következő „szindrómapolinomot” hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak,  $+6$  pont, rossz együttthatónként  $-1$  pont, legalább  $-3$  pont):

$$\square t^0 + \square t^1 + \square t^2 + \square t^3 + \square t^4 + \square t^5 + \square t^6 + \square t^7 + \square t^8 + \square t^9 + \square t^{10}$$

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak  $-1/2$ -szerese.
  - Egy  $(n, k)$  paraméterű,  $d_{\min}$  kódtávolságú kóddal legfeljebb ..... (2 pont) törléses, és kevesebb, mint ..... (2 pont) egyszerű hibát lehet javítani.
  - A Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első ..... (2 pont) elem 0.