

## Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

Egy csatornakódoló eljárás átlagos kódszóhossza  $\sum_{i=1}^n p_i \ell_i$ , ahol  $n$  a forrásábécé elemeinek a száma,  $p_i$  az  $i$ -edik szimbólumának előfordulási valószínűsége,  $\ell_i$  pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.

Ha egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszava a csatornán való áthaladás során egy  $\mathbf{v}$  szimbólumsorozattá alakul, akkor a sorozat  $\mathbf{s}$  szindrómáját az  $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$  képlet adja meg, ahol  $\mathbf{H}^T$  a kódoló generátormátrixa.

A forráskódoló és a csatornakódoló eljárások során az üzenet entrópiája csökken.

Az entrópiára, mint függvényre igaz, hogy  $H(p_1, p_2, \dots, p_n) = H(p_1, p_2, \dots, p_n, 1)$ , ahol  $p_i$  az  $i$ -edik esemény előfordulási valószínűsége.

A Hamming-korlát úgy adódott, hogy megszámoztuk minden kódszó körüli  $\nu$  sugarú gömbök számát, és összehasonlítottuk a teljes tér elemszámával.

Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaioz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a nagyobb összvalószínűségű blokkokhoz kevesebb számjegyből álló tizedestört tartozzon.

Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint az esemény előfordulási valószínűségének a logaritmusának reciproka.

Az  $A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  és az  $A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  jelek adott hosszúságú szakaszai megfelelnek a 0-s és az 1-es biteknek PSK modulációban.

A Shannon-féle csatornakódolási tétel szerint csak akkor lehet a hibás dekódolások száma tetszőlegesen kicsi, ha a jelsebesség nagyobb, mint a csatornkapacitás.

A Bayes-döntés során ha egy  $B$  esemény bekövetkezik, és ismerjük az őt kiváltó lehetséges  $A_i$  eseményekhez tartozó  $p(B|A_i)$  valószínűségeket, akkor amellet az  $A_i$  esemény mellett döntünk, amelyre ez a feltételes valószínűség a legnagyobb.

- A mintavételezési tétel szerint egy  $B$  (frekvencia)sávra korlátozott jelet legalább  $B/2$  mintavételezési frekvenciával kell mintavételezni ahhoz, hogy a jelet vissza tudjuk állítani.
- A bináris szisztematikus kódok paritásmátrixának a felső  $k$  sora megegyezik a generátormátrixuk utolsó  $n - k$  oszlopával.
- A determinisztikus csatornák egy adott bemenetre mindig ugyanazt a kimenetet hozzák létre.
- Ha egy  $X$  esemény előfordulási valószínűsége  $p(X)$ , az esemény bekövetkezésekor nyert információ  $I(X) = -\log_2 p(X)$ .
- Egy csatorna csatornakapacitása,  $C = \max I(C \cdot X)$ , a csatornán átvihető információ maximuma.
- Egy tetszőleges emlékezet nélküli, diszkrét, időinvariáns csatorna nem írható le csatornagráffal, csak ha a csatorna determinisztikus.
- A Hamming-kódok olyan perfekt kódok, amelyek legfeljebb egyetlen hibát képesek javítani.
- Az  $(n, k)$  paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainhoz rendelt polinomok mindegyike osztható  $(t - \vartheta^0) \cdot (t - \vartheta^1) \cdot \dots \cdot (t - \vartheta^{k-1})$ -nel, ha  $\vartheta$  a kódot generáló  $n$ -edrendű elem.
- Ha 5 ágon hajtunk végre többutas kódátízüst, akkor a hibacsomókat  $\log_2 5$ -ödrészére tudjuk csökkenteni.
- Az MPEG mozgóképkódoló eljárás I típusú képei önállóan, a többi képtől függetlenül is dekódolhatók.
- A trellis kódok esetén egy-egy üzenetkeret kódolása úgy történik, hogy a kiindulási állapotból azt az ágot követjük, amelynek megfelelő üzenetkeretet kódolni szeretnénk, s az ághoz tartozó kimenetet leolvassuk. A következő lépés kiindulási állapota az az állapot lesz, ahová a követett élen eljutunk.
- Egy  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kód paritásellenőrző polinomja osztója a  $t^k - 1$  polinomnak.
- Az kódosztásos nyalábolás során egy felhasználó páros csak bizonyos időintervallumokban használja az aktuális csatornát.
- A JPEG szabvány futamhossz-kódolása a képből a csempézés és kvantálás után kapott, valós számokból álló sorozatokat olyan részsorozatokra bontja, amelyek tetszőleges mennyiségű nullából és utánuk egyetlen nem nulla számból állnak. Ezeket a részsorozatokat alakítja át három számmá: a nulla elemek számává, a nem nulla elem értékévé, és a nem nulla elem tárolásához használt használt bitek számává.
- A konvolúciós kódolók kódsebessége előáll az üzenetkeret hosszának és a kódszókeret hosszának a hányadosaként.
- A hibahely-polinom gyökei a hibahelylokátorok, azaz a Reed–Solomon-kódot generáló  $\vartheta$  elem annyiadik hatványai, ahányadik helyen a hibák vannak.



A  $\mathbf{v} = (8\ 4\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 7\ 10\ 0\ 6\ 8)$  vett szimbólumsorozat szindrómája (4 p):

A  $\mathbf{v} = (8\ 4\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 7\ 10\ 0\ 6\ 8)$  vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (2 p):

A  $\mathbf{v} = (8\ 4\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 7\ 10\ 0\ 6\ 8)$  vektor a következő pozícióban tartalmaz hibát (2 p):

A  $\mathbf{v} = (8\ 4\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 7\ 10\ 0\ 6\ 8)$  vektor az alábbi (tömörített) üzenetből keletkezett (2 p):

A  $\mathbf{v} = (8\ 4\ 0\ 2\ 0\ 0\ 0\ 7\ 10\ 0\ 6\ 8)$  Hamming-távolsága a  $(8\ 3\ 1\ 2\ 0\ 0\ 0\ 3\ 10\ 0\ 6\ 9)$  vektortól (2 p):

- Egy  $GF(23)$ -beli, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja  $g(t) = t^2 + t + 1$ . Számolja ki a  $h(t)$  paritásellenőrző polinomot. (Húzza át a polinomok felesleges tagjait, ha vannak.) (2 pont az osztandó polinomért, 8 pont az osztásért, ebből indulva hibánként  $-1$  pont, de legalább  $-1$ , illetve  $-4$  pont.)

$$\begin{aligned} \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2 + t + 1) \cdot (\square t^6 + \square t^5 + \\ + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0) \end{aligned}$$

Adja meg a kód paramétereit (2 pont):  $(\square \square)$ .

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak  $-1/2$ -szerese.
  - Az  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kódok generátorpolinomjának fokszáma ..... (2 pont).
  - A trellis csomópontjai a kódoló tárolóinak ..... -ait (2 pont) jelentik.