Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .... Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

☐ A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak várhatóértéke.

☐ A Singleton-korlát szerint a k hosszúságú üzenetblokkokból n hosszúságú kódszavakat előállító csatornakódok $d_{\min}$ kódtávolságára igaz, hogy $d_{\min} \geq n - k + 1$.

☐ A hibacsomók elleni védekezésre szolgáló eszközök a blokkos, a többutas és a szisztematikus kódátfűzés.

☐ Egy kód minimális súlya a kódszavai súlyai közül a legkisebb, azaz mivel a lineáris blokk-kódoknak a csupa nulla elemből álló vektor is kódszava, minden lineáris blokk-kód minimális súlya 0.

☐ A konvolúciós kódok szabad távolsága a távolságprofiljuknak – a $d_1^* \geq d_2^* \geq d_3^* \geq \ldots$ sorozatnak – a minimuma.

☐ A $d_{\min}$ kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint $(d_{\min}-1)/2$ hibát tudnak jelezni.

☐ A szisztematikus kódok $\mathbf{H}^T$ paritásellenőrző mátrixának utolsó k sora egységmátrixot alkot.

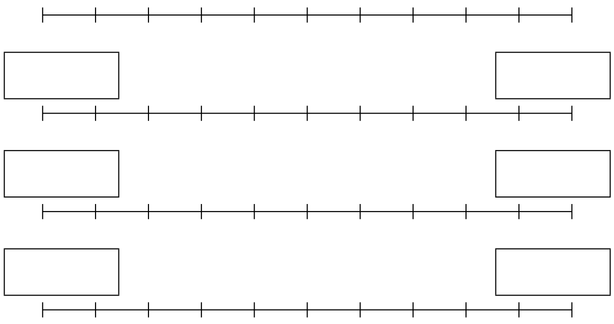
☐ A Reed–Solomon-kódok a kódszóvektoraikat a generátorpolinomhoz rendelt vektor és az üzenetvektorok konvolúciójaként állítják elő.

☐ A digitális moduláció során az időt egymást követő, átfedő, T hosszúságú intervallumokra bontjuk, az üzenet egy-egy lehetséges szimbólumának egy-egy T hosszúságú jelszakaszt feleltetünk meg, s az i-edik időintervalumban az üzenet i-edik karakrerének megfeleltetett jelalakot adjuk le.

☐ Az aritmetikai kódok olyan forráskódolási eljárások során jönnek létre, amelyek az üzenet különböző hosszúságú blokkjait azonos szóhosszúságú kódszavakba transzformálják.

- [ ] Egy csatorna vesztesége a $\max_i I(C_i \cdot X_i)$ információ, ahol az i-edik C_i bemeneti szimbólum hatására az X_i szimbólum jelenik meg a csatorna kimenetén.
- [ ] A kódosztásos nyalábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál több passzív felhasználót tud a rendszer kezelni.
- [ ] Csak a vett vektor spektrumának komponenseit használjuk a hibahelypolinom együtthatóinak kiszámítására.
- [ ] A szomszédos pixelek adatai egymástól többnyire csak kicsit térnek el: ezt használják ki a prediktív képtömörítési eljárások.
- [ ] A konvolúciós kódok távolságprofilja a $d_1^* \geq d_2^* \geq d_3^* \geq \ldots$ monoton csökkenő sorozat. A sorozat elemei, a d_i^* számok, a kódolón létrejövő lehetséges i kódszókeretből képezett vektorok közötti Hamming-távolságok minimumai.
- [ ] Egy $A = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ halmaz információtartalma a Shannon-féle információdefiníció szerint a $H(A) = -\sum_{i=1}^{n} p_i log_2 p_i$, ahol p_i az A_i halmazelem előfordulási valószínűsége.
- [ ] A perfekt kódokra a Singleton-korlátban az egyenlőség áll fenn.
- [ ] A bináris Z-csatorna a 0 bemeneti bit esetén p valószínűséggel ad 1-es kimenetet, viszont 1-es bemenet esetén mindig 1-es kimenetet ad.
- [ ] A csatornakódolási tétel szerint minden csatornán lehet tetszőlegesen kicsi hibás dekódolási valószínűségű csatornakódoló eljárást készíteni, ha kellően nagyszámú, legalább $\mathcal{C} \cdot R$ darab paritásbitet használunk. $\mathcal{C}$ a csatornakapacitás, R a jelsebesség.
- [ ] Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első k elem nulla.
- [ ] A forráskódok olyan $f : A \mapsto \mathcal{B}$ függvények, amelyek az A forrásábécé elemeihez a B kódábécé elemeiből álló, véges hosszúságú sorzatokat rendelnek hozzá.
- [ ] Egy $f(t)$ függvényből T kvantálási idővel vett kvantálás után az $f(t_0)$, $f(t_0 + T)$, $f(t_0 + 2T)$, $f(t_0 + 3T), \ldots$ sorozatot kapjuk.
- [ ] A ciklikus kódok $k \times n$ méretű generátormátrixának minden sora olyan n elemű vektor, amely a kód generátorpolinomjainak megfelelő vektor.
- [ ] Az az elem a $\Delta\mathbf{c}$ hibamintázat által generált mellékosztály vezető eleme, amelyiknek a legkisebb a súlya.
- [ ] Shannon forráskódolási tétele szerint egy emlékezet nélküli, stacionáris A forráshoz lehet olyan s elemű kódábécével dolgozó forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $H(A)/(\log_2 s)$ és $H(A)/(\log_2 s) + 1$ között van, ha $H(A)$ az A halmaz entrópiája.
- [ ] Egy $d_{\min}$ kódtávolságú lineáris blokk-kód segítségével legalább $d_{\min}$ hiba jelezhető.

- Legyen a „q”, „r”, „s” és „t” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre $p_{\mathrm{q}} = 0,3$; $p_{\mathrm{r}} = 0,1$; $p_{\mathrm{s}} = 0,2$ és $p_{\mathrm{t}} = 0,4$. Kódoljuk a „q t s” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a hozzájuk rendelt betűk ábécében elfoglalt sorrendjével.

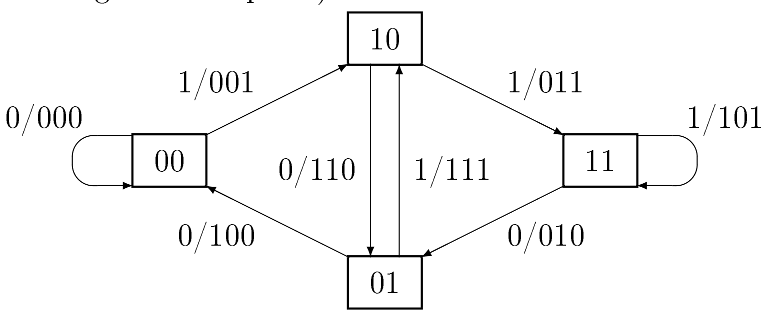


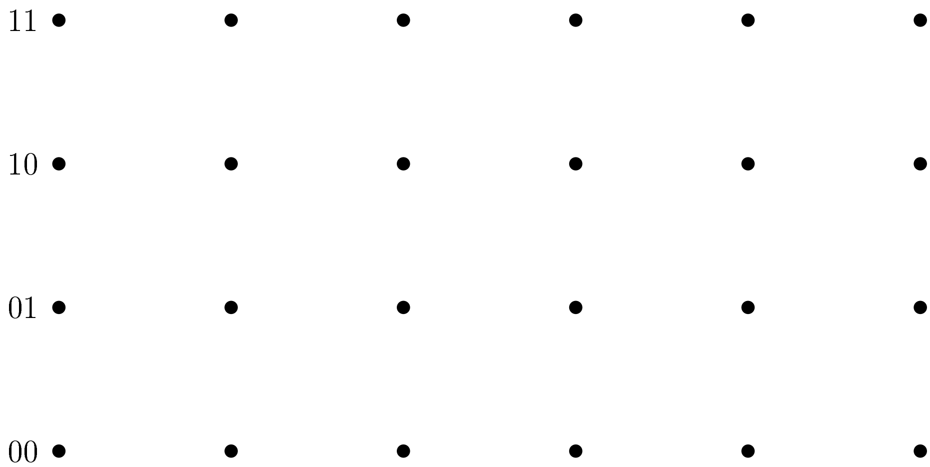
Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal(+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért −1 a rossz válaszért).

A kapott kódszó (+2 vagy −1 pont):

A forrásábécé entrópiája (2 pont):

- Egy konvolúciós kódoló a következő állapotátmeneti gráffal rendelkezik. Az ábra alsó felén található pöttyöket, mint állapotokat felhasználva adja meg a kódoló trellisét, ha a 00 állapotból indulunk. Az éleken tüntesse fel, hogy mi a „bemeneti bit/kimeneti bithármas”. (Maximum +12 pont, minden rossz élért −1 pont, minden rossz feliratért további −1 pont. Legalább −6 pont.)





Ha kezdetben az előző konvolúciós kódoló tárolóinak állapota 00 volt, akkor a 0 1 1 0 0 bemeneti bitsorozat hatására a kimeneten a következő sorozat fog megjelenni (4 pont):

- A $GF(13)$ véges számtestnek a 4 hatodrendű eleme. Adjuk meg a 4 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Összesen +4 pont, minden rossz elem ebből −2 pont):

ϑ	ϑ^2	ϑ^3	ϑ^4	ϑ^5	ϑ^6
4	3		9		

Adja meg a 4-gyel, mint generátorelemmel definiált Reed–Solomon-kód által a $b(t) = 11 + 6t + t^3$ üzenetpolinomból generált kódszóvektor hiányzó elemeit (A pontozás +6 pontról indul, minden rossz elem −3 pont, minden kitöltetlen hely −2 pont, így a teljesen üres táblázat 0 pont.):

c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
5	8				5

A $GF(13)$ számtesten 4-gyel, mint generátorelemmel definiált $(6,4)$ paraméterű Reed–Solomon-kód generátormátrixa (4 pont):

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} \quad & \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad & \quad & \quad & \quad \end{pmatrix}$$

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak −1/2-szerese.

  - Egy (n,k) paraméterű ciklikus kód paritásellenőrző polinomja .... -adfokú/edfkú/ödfokú (2 pont).

  - Egy (N,K) paraméterű konvolúciós kód üzenetkeretének hossza .... (2 pont), ahol m a kódoló legtöbb tárolót tartalmazó ágában a tárolók száma.

  - Az (n,k) paraméterű bináris Hamming-kódok legfeljebb: .... (2 pont) hibát tudnak kijavítani.