

Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie, az üres négyzet 0 pont.

I Legyen a forrásábécé A , az elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza \mathcal{A} , a kódábécé B , ennek elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza pedig \mathcal{B} . A forráskódok ekkor $f : A \mapsto \mathcal{B}$ függvénnyel írhatók le.

H Egy $f(t)$ függvény T mintavételezési idővel vett mintavételezettje az $f(t_0), f(t_0+T), f(t_0+T^2), f(t_0+T^3), \dots$ sorozat. A t_0 mennyiség a legelső mintavételezés időpontja.

H A d_{\min} kódtávolságú csatornakódok legalább, mint d_{\min} hibát tudnak jelezni.

I A ciklikus kódok generátormátrixának a legelső sora a kód generátorpolinomjának megfelelő vektor. Minden további sor az előző sor ciklikus eltoltja.

H A Reed–Solomon-kódok a kódszóvektorai a generátorpolinomhoz rendelt vektor és az üzenetvektorok spektrumának konvolúciójaként állnak elő.

H A stacionáris források modellezésére alkalmasak a Kolmogorov-folyamatok.

H Az optimális forráskódoló eljárásokra igaz, hogy az általuk létrehozott kódok átlagos kódszóhossza kevesebb, mint $H - s + 1$, ahol H a forrás entrópiája, s pedig a kódábécé elemszáma.

H A frekvenciaugratásos (FH) kódosztásos nyálábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál sokkal több felhasználó páros van a rendszerben, de azok mindig csak bizonyos időnként tudnak kommunikációt kezdeményezni, és minden felhasználópáros szinkronizálva van.

H Egy emlékezet nélküli, stacionáris A forráshoz lehet olyan s elemű kódábécével dolgozó forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $I(A)/(\log_2 s)$ és $I(A)/(\log_2 s) + 1$ között van, ha $I(A)$ az A halmaz információtartalma. Ez Shannon forráskódolási tétele.

I Egy $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$ halmaz entrópiája a $H(C) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$, ahol p_i a C_i halmazelem előfordulási valószínűsége.

- H** Az (n, k) paraméterű ciklikus kódok generátorpolinomja mindig osztója a paritásellenőrző polinomjuknak.
- H** A JPEG veszteségmentes tömörítő eljárása során használt futamhossz-kódolás a mintavételezett, kvantált és feldolgozott üzenet számsorozatát olyan szakaszokra bontja amely tetszőleges számú nullából és végül egyetlen nem nulla számból áll. Egy-egy ilyen szakaszt aztán a nulla elemek számává kódolják.
- I** Egy digitális moduláló eljárás során az időt egymást követő, nem átfedő, T hosszúságú intervallumokra bontjuk, az üzenet egy-egy lehetséges szimbólumának egy-egy T hosszúságú jelszakaszt feleltetünk meg, s az i -edik időintervallumban az üzenet i -edik karakterének megfelelően jelalakot adjuk le.
- H** A csatornakódolási tétel szerint, ha a csatornakapacitásnál kisebb kódsebességgel szeretnénk jeleket továbbítani a csatornán, akkor a kapott bitsorozat dekódolása során fellépő hibák száma nem csökkenthető tetszőlegesen kicsivé.
- H** A maximális távolságú, avagy MDS kódokra igaz, hogy $d_{\min} < n - \log_r M + 1$, ahol d_{\min} a kódtávolság n a kódszavak hossza, M azok száma, r pedig a kódábécé elemszáma.
- I** A maximum likelihood döntés során ha egy B esemény bekövetkezik, és ismerjük az őt kiváltó lehetséges A_i eseményekhez tartozó $p(B|A_i)$ valószínűségeket, akkor amellet az esemény mellett döntünk, amelyre ez a feltételes valószínűség a legnagyobb.
- I** Az aritmetikai kódolás során az üzenet azonos hosszúságú blokkjait különböző szóhosszúságú kódszavakba transzformálják.
- H** A szisztematikus kódok \mathbf{G} generátormátrixának első $n - k$ oszlopa egységmátrixot alkot.
- I** Az \mathbf{v} vett vektor szindrómája által generált mellékosztály elemei közül azzal javítjuk a vett vektort, amelyiknek a legkisebb a nullvektortól vett Hamming-távolsága.
- I** A perfekt kódokra a Hamming-korlátban az egyenlőség teljesül.
- H** A JPEG képtömörítő eljárásnak csak a veszteséges szabványa használ prediktív kódolást.
- H** A Reed–Solomon-kódok olyan lineáris blokk-kódok, amelyek ciklikusak és perfektek, de nem maximális távolságúak.
- I** A digitális amplitúdómoduláció (PAM) során az átvitelre szánt üzenet n darab lehetséges szimbólumának olyan, azonos frekvenciájú szinuszos jelszakaszokat feleltetünk meg, amelyek egymástól az amplitúdójukban térnek el.
- I** A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak hosszának várhatóértéke.
- I** A $w(\mathbf{v})$ mennyiség, azaz egy $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$ vektor súlya, a vektor nem nulla v_i komponenseinek száma.

- Legyen a „3”, „4”, „I”, „8”, „R” és „5” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,13; 0,06; 0,17; 0,33; 0,08 és 0,23. Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait a megfelelő valószínűségekkel. (A pontozás 6 pontról indul, minden hiba -1 pont, minimum -3 pont.)

Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként +2 vagy -1 pont).

szimbólum	kódszó
3	111
4	1100
I	
8	
R	
5	00

H A halmaz entrópiája 2,34. (+2 vagy -1 pont)

I A kód átlagos kódszóhossza 2,41. (+2 vagy -1 pont)

- Legyen az alábbi egy (7,4) paraméterű szisztematikus bináris Hamming-kód paritás-mátrixa. Készítse el a kód generátormátrixát (+4 pont, hibás oszloponként -1 pont, legalább -2 pont).

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A 0111 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy -1 pont):

A 1100110 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy -1 pont):

Ha csak egy hiba keletkezett a csatornán való áthaladás során, akkor az 1100110 vett szimbólumsorozatban a következő helyen van a hiba (+2 vagy -1 pont):

- Egy $GF(3)$ véges számtest feletti, nyolcelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^3 + 2t^2 + t + 2$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. Húzza ki a polinomok felesleges tagjait, ha vannak. (10 pont, 2 az osztandó polinomért, 8 az osztásért, hibánként -1 pont, minimum -5 pont)

$$\begin{aligned} \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^3 + 2t^2 + t + 2) \cdot (\square t^6 + \square t^5 + \\ + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0) \end{aligned}$$

A $b(t) = 2t + t^2 + t^4$ üzenetpolinomból a kódoló a következő kódszópolinomot hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak, +4 pont):

$$\square t^0 + \square t^1 + \square t^2 + \square t^3 + \square t^4 + \square t^5 + \square t^6 + \square t^7 + \square t^8$$

A (21000100) vektor érvényes kódszava-e a fenti ciklikus kódnak? (2 pont).

Indoklás: (2 pont).

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak $-1/2$ -szerese.
 - A Reed–Solomon-kódok $c(t)$ kódszópolinomjainak a $h(t) = \prod_{i=n-k+1}^n (t - \vartheta^i)$ polinommal vett szorzata (2 pont).
 - A forráskódoló eljárások során arra törekedünk, hogy az entrópia a lehető (2 pont) legyen.
 - Stacionáris, emlékezet nélküli források \mathcal{H} forrásentrópiája és a forrásábécé H entrópiája között a következő reláció áll fent: (2 pont).