Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .... Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie, az üres négyzet 0 pont.

☐ Ha egy (n, k) paraméterű ciklikus kód $g(t)$ generátorpolinomja $n - k$-adfokú.

☐ A JPEG szabvány veszteségmentes eljárásai az általuk használt futamhossz-kódolás miatt is eredményesek.

☐ Shannon forráskódolásról szóló tétele szerint egy emlékezet nélküli stacionárius forráshoz rendelhető kód kódszavainak átlagos hossza nem lehet kevesebb, mint forrásábécé entrópiájának és a kódábécé elemszáma logaritmusának hányadosa.

☐ A diszkrét források jól modellezhetők Markov-folyamatokkal.

☐ A mintavételezési tétel szerint egy B (frekvencia)sávra korlátozott jelet leglegfeljebb π/B mintavételezési idővel kell mintavételezni.

☐ A konvolúciós kódok érvényes kódszavainak a szindrómája nullvektor.

☐ Az entrópia, mint függvény nem érzékeny változóinak felcserélésére.

☐ Az elektromágneses hullámok digitális modulációja során az átviendő szimbólumoknak egy-egy T hosszúságú jelszakaszt feleltetünk meg és az N-edik T hosszúságú időszakaszban az N-edik szimbólumnak megfelelő jelszakaszt adjuk le.

☐ Egy változó kódszóhosszú forráskódolás nem lehet eredményesebb, mint egy állandó kódszóhosszú.

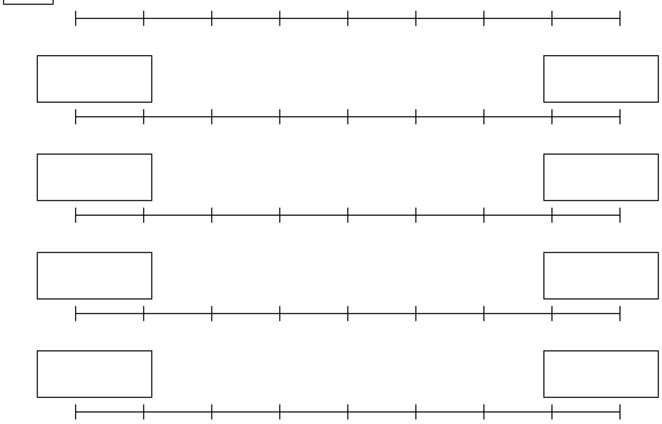
☐ Ha egy lineáris blokk-kódra teljesül a Singleton-korlát, akkor a kód perfekt.

☐ A polinom szorzó áramkör tárolókból, szorzókból és összeadókból álló, diszktét idejű, visszacsatolt áramkör.

- [ ] Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint $p \cdot \log_2 p$, ha p az esemény előfordulási valószínűsége.
- [ ] A frekvenciaugratásos kódosztásos nyalábolás során egy felhasználó páros csak bizonyos időintervallumokban használja az aktuális frekvenciacsatornának egy kisebb részsávját.
- [ ] Az (n, k) paraméterű ciklikus kódok generátormátrixa a generátorpolinomnak megfeleltethető, k hosszúságú vektor ciklikus eltoltjaiból áll.
- [ ] A csatornakódolási tétel szerint egy $\mathcal{C}$ kapacitású csatornán egy R kódsebességű kóddal akkor és csak akkor lehet tetszőlegesen kicsi hibavalószínűséggel átjuttatni egy üzenetet, ha $\mathcal{C} < R$.
- [ ] A Huffman-kódolás egy-egy lépése során összevonjuk a két legkisebb valószínűséggel előforduló szimbólumot egy-egy új, összetett szimbólummá. Az összetett szimbólum valószínűsége a két kiindulási szimbólum valószínűségeinek szorzata.
- [ ] Az MP3 szabvány hangtömörítő eljárása kihasználja azt a tényt, hogy egy gyakran ismétlődő intenzív hang kevésbé érzékelhető, mint a ritkábban ismétlődő halkabb hangok.
- [ ] Egy konvolúciós kódoló szabad távolsága a távolságprofiljának a minimuma.
- [ ] Egy csatornán átvitt információ $I(C \cdot X) = H(C) - H(C|X)$, a csatornára adott információ várhatóértékének és a csatorna veszteségének a különbsége. C a csatorna bemeneti, X pedig a kimeneti szimbólumkészlete.
- [ ] Egy lineáris blokk-kód dekódolója a $\mathbf{v}$ vett blokk szindrómáját az $\mathbf{s} = \mathbf{v} \cdot \mathbf{H}^T$ képlettel számolja, ahol $\mathbf{H}^T$ a kódoló generátormátrixa.
- [ ] Egy jó forráskódoló eljárás végrehajtása után az üzenet egy szimbólumra jutó entrópiája közel van a lehetséges maximumához.
- [ ] Egy forráskód átlagos kódszóhossza a $\sum_{i=1}^{n} p_i \ell_i$ képlettel számítható, ahol n a forrásábécé elemeinek a száma, p_i az i-edik szimbólumának előfordulási valószínűsége, ℓ_i pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.
- [ ] Konvolúciós kódolók kódsebessége az egy üzenetszegmens elemszámának és az üzenetszegmens hatására a kódoló kimenetén keletkezett szimbólumok számának a szorzata.
- [ ] Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok generátorpolinomja k-adfokú.
- [ ] A döntéseket leíró függvény vagy a döntési tartományai külön-külön nem adják meg pontosan a döntési eljárást, az egyik a másik nélkül értelmetlen.
- [ ] Egy csatorna csatornamátrixának elemei azok a $p(V_j|C_i)$ feltételes valószínűségek, amelyek minden i-re, illetve j-re megadják, hogy az i-edik bemeneti szimbólum (C_i) hatására mekkora valószínűséggel keletkezik a kimeneten a j-edik kimeneti szimbólum (V_j).

- Legyen az „α”, „β” és „γ” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 3/8, 1/2 és 1/8. Kódoljuk a „$\beta\ \gamma\ \alpha\ \beta$” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „α” szimbólumhoz, a második a „β”-hoz, a harmadik pedig a „γ”-hoz

☐ A forrásábécé entrópiája 1,38. (+2 vagy −1 pont)



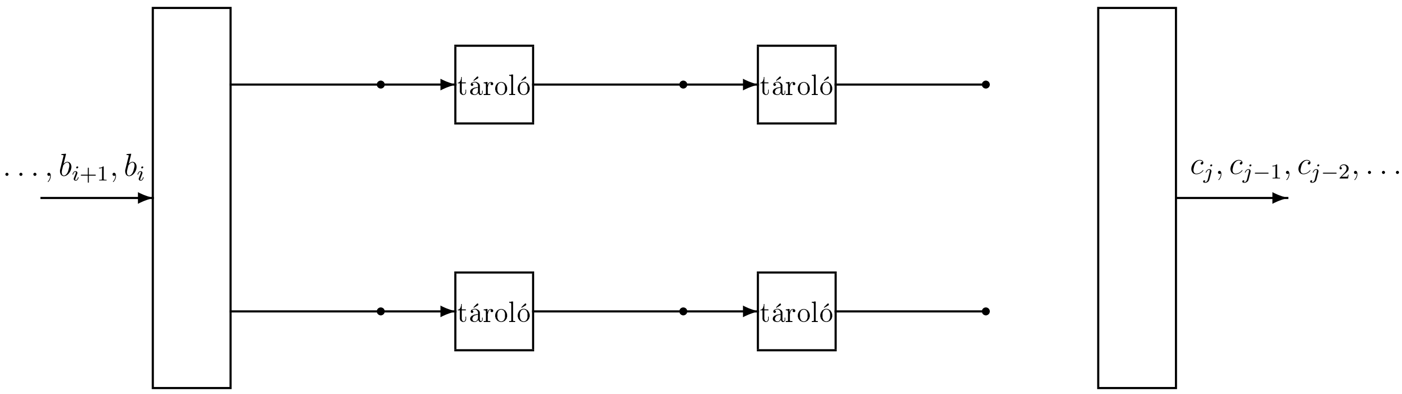
Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért −1 pont). A többin a kis téglalapokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért, −1 a rossz válaszért).

A kapott kódszó (+2 vagy −1 pont):

- Egy konvolúciós kódolót a következő polinom-mátrixszal jellemezhetünk:

$$\mathbf{G}(t) = \begin{pmatrix} 1+t^2 & t^2 & t \\ 0 & 1+t^2 & 1+t+t^2 \end{pmatrix}.$$

Rajzoljuk fel a kódoló áramkörének a blokkvázlatát. Használjuk a felrajzolt négyzeteket, mint tárolóelemeket, az első téglalap legyen az az áramkör, amely szétválasztja a bemeneteket, a másik téglalap pedig az az áramkör, amely összefésüli a kimeneteket. (8 pont, minden rossz kódoló ág −2 pont, legalább −4 pont.)



- Egy $GF(19)$-beli, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^2 + 18t + 1$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. (Húzza át a polinomok felesleges tagjait, ha vannak.) (2 pont az osztandó polinomért, 8 pont az osztásért, ebből indulva hibánként -1 pont, de legalább -1, illetve -4 pont.)

$$\boxed{}t^8+\boxed{}t^7+\boxed{}t^6+\boxed{}t^5+\boxed{}t^4+\boxed{}t^3+\boxed{}t^2+\boxed{}t^1+\boxed{}t^0=(t^2+18t+1)\cdot\Big(\boxed{}t^6+\boxed{}t^5+$$
$$+\boxed{}t^4+\boxed{}t^3+\boxed{}t^2+\boxed{}t^1+\boxed{}t^0\Big)$$

A $b(t) = 6t^3 + 8t^2 + 16t$ üzenetpolinomból a kódoló a következő kódszópolinomot hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak, +4 pont, rossz együtthatónként -1 pont):

$$\boxed{}\,t^0+\boxed{}\,t^1+\boxed{}\,t^2+\boxed{}\,t^3+\boxed{}\,t^4+\boxed{}\,t^5+\boxed{}\,t^6+\boxed{}\,t^7+\boxed{}\,t^8$$

Ha a vett szimbólumsorozathoz tartozó polinom $v(t) = t^6 + t$ a dekódoló a következő „szindrómapolinomot” hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak, +6 pont, rossz együtthatónként -1 pont, legalább -3 pont):

$$\boxed{}\,t^0+\boxed{}\,t^1+\boxed{}\,t^2+\boxed{}\,t^3+\boxed{}\,t^4+\boxed{}\,t^5+\boxed{}\,t^6+\boxed{}\,t^7+\boxed{}\,t^8+\boxed{}\,t^9+\boxed{}\,t^{10}$$

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak $-1/2$-szerese.
  - Egy (n, k) paraméterű, $d_{\min}$ kódtávolságú kóddal legfeljebb .... (2 pont) törléses, és kevesebb, mint .... (2 pont) egyszerű hibát lehet javítani.
  - A Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első .... (2 pont) elem 0.