

## Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie, az üres négyzet 0 pont.

- A  $d_{\min}$  kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint  $d_{\min}$  hibát tudnak jelezni.
- A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak kódábécéjének várhatóértéke.
- A Reed–Solomon-kódok olyan lineáris blokk-kódok, amelyek ciklikusak és maximális távolságúak.
- A ciklikus kódok generátormátrixának a legelső sora a kód generátorpolinomjának megfelelő vektor. Minden további sor az előző sor ciklikus eltoltja.
- Az  $\mathbf{v}$  vett vektor szindrómája által generált mellékosztály elemei közül azzal javítjuk a vett vektort, amelyiknek a legnagyobb a súlya.
- A Reed–Solomon-kódok a kódszóvektoraikat a generátorpolinomhoz rendelt vektor és az üzenetvektorok konvolúciójaként állítják elő.
- A stacionáris források modellezésére alkalmasak a Kolmogorov-gráfok.
- A frekvenciaugratásos (FH) kódsztásos nyálábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál sokkal több felhasználó páros van a rendszerben, de azok közül igen sok passzív tag van.
- Egy  $f(t)$  függvény  $T$  mintavételezési idővel vett mintavételezettje az  $f(t_0)$ ,  $f(t_0+T)$ ,  $f(t_0+T^2)$ ,  $f(t_0+T^3)$ , ... sorozat. A  $t_0$  mennyiség a legelső mintavételezés időpontja.
- Egy emlékezet nélküli, stacionáris  $A$  forráshoz lehet olyan  $s$  elemű kódábécével dolgozó forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza  $I(A)/(\log_2 s)$  és  $I(A)/(\log_2 s) + 1$  között van, ha  $I(A)$  az  $A$  halmaz információtartalma. Ez Shannon forráskódolási tétele.
- Egy  $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$  halmaz entrópiája a  $H(C) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 p_i$ , ahol  $p_i$  a  $C_i$  halmazelem előfordulási valószínűsége.

- Az  $(n, k)$  paraméterű ciklikus kódok generátorpolinomja mindig osztója a paritásellenőrző polinomjuknak.
- A JPEG képtömörítő eljárásnak csak a veszteséges szabványa használ prediktív kódolást.
- Egy digitális moduláló eljárás során az időt egymást követő, nem átfedő,  $T$  hosszúságú intervallumokra bontjuk, az üzenet egy-egy lehetséges szimbólumának egy-egy  $T/2$  hosszúságú jelszakaszt feleltetünk meg, s az  $i$ -edik időintervallumban az üzenet  $i$ -edik karakterének megfelelően jelalakot adjuk le egymás után kétszer.
- A csatornakódolási tétel szerint, ha a csatornapacitásnál kisebb kódsebességgel szeretnénk jeleket továbbítani a csatornán, akkor a kapott bitsorozat dekódolása során fellépő hibák száma tetszőlegesen kicsivé csökkenthető, csak a kódszóhosszat kell megfelelően megnövelni.
- Legyen a forrásábécé  $A$ , az elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza  $\mathcal{A}$ , a kódábécé  $B$ , ennek elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatok halmaza pedig  $\mathcal{B}$ . A forráskódok ekkor  $f : A \mapsto B$  függvénnyel írhatók le.
- A maximális távolságú, avagy MDS kódokra igaz, hogy  $d_{\min} = n - \log_r M + 1$ , ahol  $d_{\min}$  a kódtávolság  $n$  a kódszavak hossza,  $M$  azok száma,  $r$  pedig a kódábécé elemszáma.
- Az optimális forráskódoló eljárásokra igaz, hogy az általuk létrehozott kódok átlagos kódszóhossza kevesebb, mint  $H - s + 1$ , ahol  $H$  a forrás entrópiája,  $s$  pedig a kódábécé elemszáma.
- A maximum likelihood döntés során ha egy  $B$  esemény bekövetkezik, és ismerjük az öt kiváltó lehetséges  $A_i$  eseményekhez tartozó  $p(B|A_i)$  valószínűségeket, akkor amellet az esemény mellett döntünk, amelyre ez a feltételes valószínűség a legkisebb.
- Az aritmetikai kódolás során az üzenet azonos hosszúságú blokkjait azonos szóhosszúságú kódszavakba transzformálják.
- A szisztematikus kódok  $\mathbf{G}$  generátormátrixának első  $k$  oszlopa egységmátrixot alkot.
- A perfekt kódokra a Hamming-korlátban az egyenlőség teljesül.
- A digitális amplitúdómoduláció (PAM) során az átvitelre szánt üzenet  $n$  darab lehetséges szimbólumának olyan, azonos frekvenciájú szinuszos jelszakaszokat feleltetünk meg, amelyek egymástól az amplitúdójukban térnek el. Az amplitúdófaktor  $360^\circ/n$ -nek egész számú többszöröse.
- A  $w(\mathbf{v})$  mennyiség, azaz egy  $\mathbf{v} = (v_0, v_1, \dots, v_{n-1})$  vektor súlya, a vektor nulla  $v_i$  komponenseinek száma.
- A JPEG veszteséges tömörítő eljárása során használt futamhossz-kódolás a mintavételezett, kvantált és feldolgozott üzenet számsorozatát olyan szakaszokra bontja amely tetszőleges számú nullából és végül egyetlen nem nulla számból áll. Egy-egy ilyen szakaszt aztán a nulla elemek számából, a nem nulla elemből és a nem nulla elemek tárolására használt bitek számából álló számhármassá kódolják.

- Legyen a „3”, „4”, „I”, „8”, „R” és „5” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,13; 0,06; 0,17; 0,33; 0,08 és 0,23. Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait a megfelelő valószínűségekkel. (A pontozás 6 pontról indul, minden hiba -1 pont, minimum -3 pont.)

Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként +2 vagy -1 pont).

szimbólum	kódszó
3	111
4	1100
I	
8	
R	
5	00

A halmaz entrópiája 2,34. (+2 vagy -1 pont)

A kód átlagos kódszóhossza 2,41. (+2 vagy -1 pont)

- Legyen az alábbi egy (7,4) paraméterű szisztematikus bináris Hamming-kód paritás-mátrixa. Készítse el a kód generátormátrixát (+4 pont, hibás oszloponként -1 pont, legalább -2 pont).

$$\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \\ \square & \square & \square & \square & \square & \square & \square \end{pmatrix}$$

A 0111 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy -1 pont):

A 1100110 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy -1 pont):

Ha csak egy hiba keletkezett a csatornán való áthaladás során, akkor az 1100110 vett szimbólumsorozatban a következő helyen van a hiba (+2 vagy -1 pont):

- Egy  $GF(3)$  véges számtest feletti, nyolcelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja  $g(t) = t^3 + 2t^2 + t + 2$ . Számolja ki a  $h(t)$  paritásellenőrző polinomot. Húzza ki a polinomok felesleges tagjait, ha vannak. (10 pont, 2 az osztandó polinomért, 8 az osztásért, hibánként  $-1$  pont, minimum  $-5$  pont)

$$\begin{aligned} \square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^3 + 2t^2 + t + 2) \cdot (\square t^6 + \square t^5 + \\ + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0) \end{aligned}$$

A  $b(t) = 2t + t^2 + t^4$  üzenetpolinomból a kódoló a következő kódszópolinomot hozza létre (húzza ki a felesleges tagokat, ha vannak, +4 pont):

$$\square t^0 + \square t^1 + \square t^2 + \square t^3 + \square t^4 + \square t^5 + \square t^6 + \square t^7 + \square t^8$$

A (21000100) vektor érvényes kódszava-e a fenti ciklikus kódnak? ..... (2 pont).

Indoklás: ..... (2 pont).

- Egészítse ki az alábbi állításokat egy-két szóval, vagy képlettel, matematikai kifejezéssel. A helyes kiegészítés pontértéke zárójelben látható, a helytelen annak  $-1/2$ -szerese.
  - A Reed–Solomon-kódok  $c(t)$  kódszópolinomjainak a  $h(t) = \prod_{i=n-k+1}^n (t - \vartheta^i)$  polinommal vett szorzata ..... (2 pont).
  - A forráskódoló eljárások során arra törekedünk, hogy az entrópia a lehető ..... (2 pont) legyen.
  - Stacionáris, emlékezet nélküli források  $\mathcal{H}$  forrásentrópiája és a forrásábécé  $H$  entrópiája között a következő reláció áll fent: ..... (2 pont).