Információelmélet: Félévközi zárthelyi

Név: .... Összpontszám: | | | |

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra −1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

☐ Az aritmetikai kódok az üzenet azonos hosszúságú blokkjaioz rendelnek egy-egy bináris törtszámot, méghozzá úgy, hogy a nagyobb összvalószínűségű blokkokhoz kevesebb számjegyből álló tört tartozzon.

☐ Egy $p(A)$ előfordulási valószínűségű A esemény bekövetkezésekor nyert információ $H(A) = -p(A) \cdot \log_2 p(A)$.

☐ Egy csatorna csatornakapacitása, $\mathcal{C} = \max I(C \cdot X)$, a csatornán maximálisan átvihető információ.

☐ Egy emlékezet nélküli, diszkrét, időinvariáns csatorna jól jellemezhető a csatornamátrixával, melynek elemei megadják, hogy a különböző bemeneteket feltételezve milyen valószínűséggel fordulnak elő az egyes kimenetek. A teljes jellemzéshez szükséges a be- és kimeneti szimbólumkészlet ismerete is.

☐ A Hamming-kódok olyan perfekt kódok, amelyek legfeljebb egyetlen hibát képesek javítani.

☐ Az egy esemény bekövetkezésekor nyert információ a Shannon-féle definíció szerint az esemény előfordulási valószínűségének a logaritmusának reciproka.

☐ Az $A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ és az $A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ jelek adott hosszúságú szakaszai megfelelnek a 0-s és az 1-es biteknek FSK modulációban.

☐ A csatornakódolási tétel szerint csak akkor lehet a hibás dekódolások száma tetszőlegesen kicsi, ha a jelsebesség nagyobb, mint a csatornakapacitás.

☐ A maximum likelihood döntés során ha egy B esemény bekövetkezik, és ismerjük az őt kiváltó lehetséges A_i eseményekhez tartozó $p(B|A_i)$ valószínűségeket, akkor amellett az esemény mellett döntünk, amelyre ez a feltételes valószínűség a legnagyobb.

☐ A mintavételezési tétel szerint egy B (frekvencia)sávra korlátozott jelet legalább $2B$ mintavételezési frekvenciával kell mintavételezni ahhoz, hogy a jelet vissza tudjuk állítani.

☐ A bináris szisztematikus kódok paritásmátrixának a felső $n-k$ sora megegyezik a generátormátrixuk utolsó $n-k$ oszlopával.

☐ A determinisztikus csatornák egy adott bemenetre mindig ugyanazt a kimenetet hozzák létre.

☐ Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainhoz rendelt polinomok mindegyike osztható $(t-\vartheta^0)\cdot(t-\vartheta^1)\cdot\ldots\cdot(t-\vartheta^{n-1})$-nel, ha ϑ a kódot generáló n-edrendű elem.

☐ Ha 5 ágon hajtunk végre többutas kódátfűzést, akkor a hibacsomókat ötödrészükre tudjuk csökkenteni.

☐ Az LZW-eljárás prefix kódokat generál.

☐ A Viterbi-algoritmus során a az az útvonal lesz a végső túlélő, amelynek a minimális lesz a vett bitsorozattól az össztávolsága.

☐ Egy n elemű kódszavakat generáló ciklikus kód paritásellenőrző polinomja osztója a t^n-1 polinomnak.

☐ Egy $f : A \mapsto \mathcal{B}$ kód átlagos kódszóhossza $\sum_{i=1}^{n} p_i \ell_i$, ahol n a forrásábécé elemeinek a száma, p_i az i-edik szimbólumának előfordulási valószínűsége, ℓ_i pedig az ehhez a szimbólumhoz rendelt kódszó hossza.

☐ Ha a csatorna kimenetén vett $\mathbf{v}$ szimbólumsorozat egy lineáris blokk-kódoló érvényes kódszavából keletkezett, akkor a sorozat $\mathbf{s}$ szindrómáját az $\mathbf{s} = \mathbf{v}\cdot\mathbf{H}^T$ képlettel számoljuk, ahol $\mathbf{H}^T$ a kódoló generátormátrixa.

☐ A forráskódoló és a csatornakódoló eljárások során az üzenet entrópiája csökken.

☐ Az entrópiára, mint függvényre igaz, hogy $H(p_1, p_2, \ldots, p_n) = H(p_1, p_2, \ldots, p_n, 1)$, ahol p_i az i-edik esemény előfordulási valószínűsége.

☐ A Hamming-korlát úgy adódott, hogy megszámoltuk minden kódszó t-vel vett szorzatainak a számát, és összehasonlítottuk a teljes tér elemszámával.

☐ Az időosztásos nyalábolás során egy felhasználó páros csak bizonyos időintervallumokban használja az aktuális frekvenciacsatornát.

☐ A JPEG szabvány futamhossz-kódolása a képből a csempézés és kvantálás után kapott, valós számokból álló sorozatokat olyan részsorozatokra bontja, amelyek tetszőleges mennyiségű nullából és utánuk egyetlen nem nulla számból állnak. Ezeket a részsorozatokat alakítja át három számmá: a nulla elemek számává, a nem nulla elem értékévé, és a nem nulla elem tárolásához használt használt bitek számává.

☐ A konvolúciós kódolók kódsebessége előáll az üzenetkerete hosszának és az kódszókeret hosszának a hányadosaként.

- A $GF(13)$ véges számtestnek a 4 hatodrendű eleme. Adjuk meg a 4 hatványait tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Összesen +4 pont, minden rossz elem ebből −2 pont):

ϑ	ϑ^2	ϑ^3	ϑ^4	ϑ^5	ϑ^6
4	3		9		

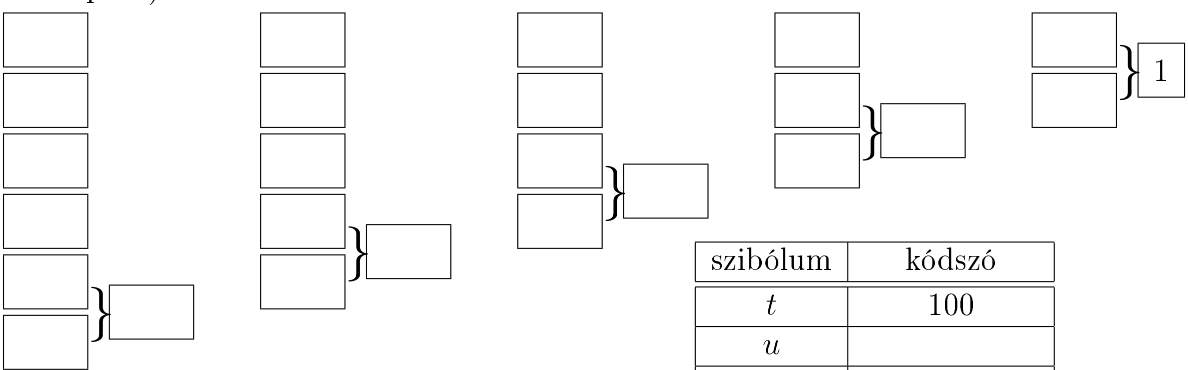
Adja meg a 4-gyel, mint generátorelemmel definiált Reed–Solomon-kód által a $b(t) = 11 + 6t + t^3$ üzenetpolinomból generált kódszóvektor hiányzó elemeit (A pontozás +6 pontról indul, minden rossz elem −3 pont, minden kitöltetlen hely −2 pont, így a teljesen üres táblázat 0 pont.):

c_0	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
5	8				5

A $GF(13)$ számtesten 4-gyel, mint generátorelemmel definiált $(6,4)$ paraméterű Reed–Solomon-kód generátormátrixa (4 pont):

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{pmatrix}$$

- A $\{t, u, v, w, x, y\}$ forrásábécé elemeinek előfordulási valószínűségei $p_t = 0,11$; $p_u = 0,23$; $p_v = 0,15$; $p_w = 0,28$; $p_x = 0,09$ és $p_y = 0,14$. Töltse ki a szimbólumösszevonásra szolgáló ábra üres téglalapjait. Az oszlopokban szerepeljenek az elemek csökkenő sorrendben. (Minden jó oszlop összevonással +2 pont, rossz sorrend, hibás elem vagy rossz összevonás egy-egy ponttal kevesebb, halmozva, legalább −1 pont oszloponként. Üres oszlop 0 pont.)
Adja meg a kódszavakat tartalmazó táblázat hiányzó elemeit (Kódszavanként +2 vagy −1 pont).



szibólum	kódszó
t	100
u	
v	001
w	
x	101
y	

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges test feletti, (8,6) paraméterű nembináris Hamming-kód paritásellenőrző mátrixát, melynek a generátormátrixát alább láthatja. (+4 pontról indul a pontozás, minden hibás sorért −1 pont, de legalább −2 pont. Ez azt jelenti, hogy egy sorcsere −2 pont.)

$$\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 6 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 6 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} \; & \; \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \\ & \end{pmatrix}.$$

A 260012 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy −1 pont):

A 40001260 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy −1 pont):

A 40001260 vett szimbólumsorozat a következő pozícióban tartalmaz hibát (+2 vagy −1 pont):

A 40001260 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (+2 vagy −1 pont):

A 40001260 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (+2 vagy −1 pont):

- Egy konvolúciós kódolót a következő polinom-mátrixszal jellemezhetünk:
  $\mathbf{G}(t) = [g_{11}(t) \quad g_{12}(t) \quad g_{13}]$,
  ahol $g_{11}(t) = 1+t$, $g_{12}(t) = t^2$ és $g_{13}(t) = 1+t+t^2$. Rajzoljuk fel a kódoló áramkörének a blokkvázlatát. Használjuk a felrajzolt négyzeteket, mint tárolóelemeket, a téglalap pedig legyen az az áramkör, amely összefésüli a kimeneteket.(Minden helyes kódoló ág +2 pont, a rossz −1.)

A kódoló katasztrofális. (+2 vagy −1 pont)