

Információelmélet: Pótzárthelyi

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál az üres téglalapokat kell kitölteni, illetve az ábrákat kell kiegészíteni. Az egyes feladatok kiírásában zárójelben szerepel, hogy hány pontot lehet kapni a jó válaszokért, és mennyi levonást a rosszakért; ahol nincs negatív érték feltüntetve, ott a pozitív érték felét lehet negatívban kapni a rossz válaszáért. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson.

- Döntse el az alábbi állításokról, hogy igazak-e. Ha egy állításról úgy véli, hogy igaz, írjon az állítás előtti négyzetbe egy I betűt, ha hamisnak gondolja, akkor egy H betűt írjon a négyzetbe. A helyes válaszra +2 pontot kap, a rosszra -1-et. Nem kell minden négyzetet kitöltenie.

I A Shannon-féle forráskódolási tétel kimondja, hogy egy emlékezet nélküli, stationáris A forráshoz lehet olyan forráskódot találni, melynek az átlagos kódszóhossza $H(A)/(\log_2 s)$ és $H(A)/(\log_2 s) + 1$ között van, ha $H(A)$ az A halmaz entrópiája, s pedig a kódábécé elemszáma.

H A maximális távolságú, avagy MDS kódok d_{\min} kódtávolságára igaz, hogy $d_{\min} = n - \log_r k + 1$, ahol n a kódszavak hossza, k az üzenetblokkok hossza, r pedig a kódábécé elemszáma.

H Az (n, k) paraméterű Reed–Solomon-kódok kódszavainak spektrumában az első k elem nulla, mivel a generátorpolinom $\prod_{i=0}^{n-k-1} (t - \vartheta^i)$, ahol ϑ a kód generátoreleme.

I A blokkos kódátízüzés során a csatornakódolt üzenet szimbólumait egy $D \times D$ -s mátrixba olvassuk be oszlopfolytonosan, majd onnan sorfolytonosan kiolvassuk bocsátjuk a csatornára. A csatornán való áthaladás után egy ugyanilyen mátrixba sorfolytonosan írjuk be és oszlopfolytonosan olvassuk ki a vett szimbólumokat, és csak ezután dekódoljuk az üzenetet.

H A Reed–Solomon-kódok a kódszövektoraiknak spektrumát a generátorpolinom spektrumához rendelt vektor és az üzenetvektorok spektrumának konvolúciójaként állítják elő.

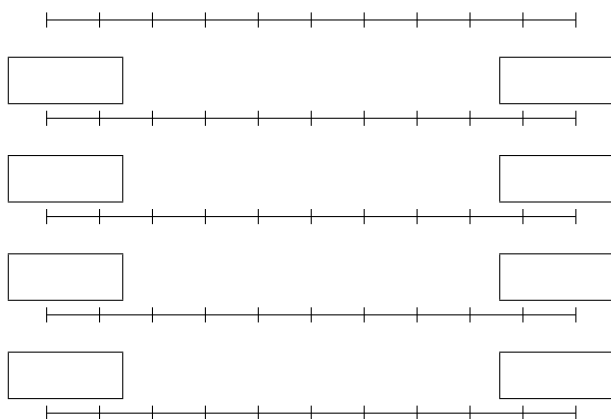
H Mintavételezés során az $f(t)$ diszkrét idejű függvényből $f(t_0)$, $f(t_0+T)$, $f(t_0+2T)$, ... folytonos idejű számsorozatot kapunk. A t_0 mennyiség a legelső mintavételezés időpontja.

H Egy kód minimális súlya a kódszavai súlyai közül a legnagyobb, azaz azon $\mathbf{c} = (c_0, c_1, \dots, c_{n-1})$ kódszavának a nem nulla c_i komponenseinek a száma, amelyben a legkevesebb nulla szerepel.

I A konvolúciós kódok távolságprofiljának – a $d_1^* \leq d_2^* \leq d_3^* \leq \dots$ monoton nem csökkenő sorozatnak – a határértékét a kód szabad távolságának nevezik és d_∞ -nel jelölik.

- H** A változó szóhosszúságú forráskódok átlagos szóhossza a forrásábécé egyes elemeihez rendelt kódszavak hosszának várhatóértéke, azaz az $L = \sum_i \ell_i$, ahol ℓ_i a forrásábécé i -edik szimbólumához rendelt kódszó hossza, az összegzés pedig a forrásábécé minden elemére vonatkozik.
- H** A Lempel–Ziv-kódolások során egy szótár keletkezik, amelynek az egyes bejegyzései tartalmaznak egy sorszámot, egy megjegyzett kararktert és egy olyan elemet, amely megmutatja, hogy mely további sorszámú bejegyzés(ek) során mutatunk rá.
- I** Shannon csatornakódolási tétele kimondja, hogy ha a csatornkapacitásnál kisebb kódsebességgel szeretnénk jeleket továbbítani a csatornán, akkor a kapott bitsorozat dekódolása során fellépő hibák száma tetszőlegesen kicsivé csökkenthető.
- H** A ciklikus kódok $k \times n$ méretű generátormátrixának az első k oszlopa mindenképpen egységmátrixot alkot.
- H** A perfekt kódokra a Hamming-korlátban nem az egyenlőség áll fenn.
- I** A szisztematikus kódok \mathbf{H}^T paritásellenőrző mátrixának utolsó $n - k$ sora olyan $(n - k) \times (n - k)$ -s mátrixot alkot, melynek csak a főátlójában vannak 1-esek, az összes többi eleme 0.
- I** A digitális frekvenciamoduláció során az átvitelre szánt üzenet lehetséges szimbólumainak olyan szinuszos jelszakaszokat feleltetünk meg, amelyek egymástól a frekvenciájukban térnek el.
- H** Egy (n, k) paraméterű nembináris Hamming-kód kódszavainak hossza $n = 2^{n-k} - 1$.
- I** A d_{\min} kódtávolságú csatornakódok kevesebb, mint d_{\min} törléses hibát tudnak kijavítani.
- H** A konvolúciós kódok távolságprofilja az a $d_1^* \leq d_2^* \leq d_3^* \leq \dots$ monoton nem csökkenő sorozat, amelynek elemei azok a d_i^* számok, amelyek a kódolón létrejövő első i kódszókeretből képezett vektorok maximális Hamming-távolságaként állnak elő.
- I** A kódosztásos nyálábolásnál (CDMA) a rendelkezésre álló frekvencia-részsávok számánál sokkal több felhasználó páros van a rendszerben.
- H** A színes képek színhatását négy koordinátával szokták elérni, a piros, az kék és a zöld krominanciával és a luminanciával.
- H** Egy $A = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ halmaz entrópiája a $H(A) = -\sum_{i=1}^n p_i \log_2 \frac{1}{p_i}$, ahol p_i az A_i halmazelem előfordulási valószínűsége.
- H** A forráskódok olyan $f : \mathcal{A} \mapsto \mathcal{B}$ függvények, amelyek az A forrásábécé elemeiből képezett tetszőleges hosszúságú sorozatokhoz – azaz az \mathcal{A} halmaz elemeihez – a B kódábécé elemeiből álló, végtelen hosszú sorozatokat rendelnek hozzá.
- I** A prediktív képtömörítési eljárások kihasználják, hogy a szomszédos pixelek adatai egymástól többnyire csak kicsit térnek el, így a kis különbségek tárolásához sokkal kevesebb szimbólumra van szükség, mint a pixelhez tartozó teljes információ tárolásához.
- H** A Viterbi-féle dekódoló algoritmusnál a túlélő útvonal az lesz, amelynek a vett bitsorozattól mért Hamming-távolsága maximális.
- I** Az \mathbf{v} vett vektor szindrómája által generált mellékosztály elemei közül azzal javítjuk a vett vektort, amelyiknek a legkisebb a súlya.

- Legyen az „m”, „p” és „k” szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,3; 0,2 és 0,5. Kódoljuk a „p k m k” blokkot aritmetikai kóddal úgy, hogy az első lépésben az egyes szimbólumokhoz rendelt részintervallum hossza azonos legyen a szimbólum előfordulási valószínűségével. Legyen az intervallumok sorrendje azonos a feladat első sorában a felsorolás sorrendjével, azaz az első intervallum tartozzon az „m” szimbólumhoz, a második a „p”-hez, a harmadik pedig a „k”-hoz



Az első szakaszon tüntesse fel az osztáspontokat egy-egy ponttal (+2 pontról indul a pontozás, minden hibáért -1 pont). A többin a kis téglalpokban tüntesse fel az aktuális részintervallum kezdő és végpontját, az utolsó szakaszon a végső intervallumot (+2 pont minden helyes értékpárért, 0 az egy helyes értékért -1 a rossz válaszáért).

A kapott kódszó (+2 vagy -1 pont):

H A forrásábécé entrópiája 1,36. (+2 vagy -1 pont)

- Készítse el annak a $GF(7)$ véges test feletti, $(8,6)$ paraméterű nembináris Hamming-kódnak a generátormátrixát, melynek a paritásellenőrző mátrixát alább láthatja. (+4 pontról indul a pontozás, minden hibás oszlopért -1 pont, de legalább -2 pont. Ez azt jelenti, hogy egy oszlopcseré -2 pont.)

$$\mathbf{G} = \left(\begin{array}{|c|c|c|c|c|c|c|c|} \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline & & & & & & & & \\ \hline \end{array} \right), \quad \mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 1 & 1 \\ 1 & 4 \\ 1 & 3 \\ 1 & 6 \\ 1 & 2 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

A 416003 tömörített üzenetből keletkezett kódszó (+2 vagy -1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat szindrómája (+2 vagy -1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat a következő pozícióban tartalmaz hibát (+2 vagy -1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat hibájának a nagysága (+2 vagy -1 pont):

A 61103001 vett szimbólumsorozat a következő, nem csatornakódolt üzenetből keletkezhetett (+2 vagy -1 pont):

- Egy $GF(5)$ véges számtest feletti, hatelemű kódszavakat készítő ciklikus kód generátorpolinomja $g(t) = t^2 + t + 1$. Számolja ki a $h(t)$ paritásellenőrző polinomot. (+2, illetve -1 pont a jó osztandó polinomért, polinomosztásra +8 pontról indul a pontozás, minden hibáért -1 pont. Elképzelhető, hogy az osztandó polinom első néhány együtthatója 0.)

$$\square t^8 + \square t^7 + \square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0 = (t^2 + t + 1) \times (\square t^6 + \square t^5 + \square t^4 + \square t^3 + \square t^2 + \square t^1 + \square t^0)$$

- Dekódolja az alábbi trellisszel rendelkező konvolúciós kódolón keletkezett, majd a csatornán elromlott bitsorozatot Viterbi-algoritmussal. A vett bitsorozat 001 100 110 011 001 111. A trellis élein az adott átmenetkor keletkezett bemeneti bitek/kimeneti bittriók láthatók. Vastagítsa meg a trellisen a legkisebb összsúlyú túlélő útvonalat (max. 8 pont, hibás végső állapotért -2 pont, minden rossz élért -2 pont, legalább -4 pont. Ha hibásan számol összsúlyokat, de az alapján jó az útvonal, csak a súlyhibaként kap -1 pontot.).

A Viterbi algoritmussal dekódolt üzenet (max. 4 pont, minden rossz bitért -1 pont, de legalább -2 pont):

--	--	--	--	--	--

