

## Információelmélet: Pótzárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál töltsé ki az állítások előtt található üres téglalapokat I vagy H betűvel, attól függően, hogy igaznak vagy hamisnak gondolja az állítást. Jó válaszáért +2, rosszért -1, nem megválaszolt kérdésért 0 pont jár. Ha valamelyik eredményt javítja, egyértelműen javítson (áthúzza, mellírja), nem megállapítható válasz rossznak számít. A ceruzával kitöltött válasz hely üresnek számít.

- Egy  $GF(5)$  számtest feletti Hamming-kód paritásellenőrző mátrixa  $\mathbf{H}^T = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .  
Ekkor

 a kód paraméterei  $n = 6$ ,  $k = 4$ .

 a generátormátrix  $\mathbf{G} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$ , mivel a kód szisztematikus.

 a  $\mathbf{b}_1 = (2 \ 0 \ 4 \ 0)$  üzenetből a  $\mathbf{c}_1 = (2 \ 0 \ 4 \ 0 \ 4 \ 2)$  kódszót generálja a kód.

 a  $\mathbf{v}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0 \ 2 \ 2)$  vett vektor szindrómája  $\mathbf{s}_2 = (2 \ 2)$ .

 a  $\mathbf{v}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0 \ 2 \ 2)$  vett vektor hibájának a nagysága  $\Delta_{c_2} = 4$ .

 a  $\mathbf{v}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0 \ 2 \ 2)$  vett vektor hibájának a helyét az  $\mathbf{s}_2 \cdot \Delta_{c_2} = (2 \ 1)$  vektor  $\mathbf{H}^T$ -beli pozíciója adja meg.

 a  $\mathbf{v}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0 \ 2 \ 2)$  vett vektor hibánagyságának reciproka  $\Delta_{c_2}^{-1} = 4$ .

 a  $\mathbf{v}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0 \ 2 \ 2)$  vett vektort a  $\mathbf{c}_2 = (0 \ 3 \ 4 \ 0)$  üzenetté dekódolja a kód hibajavító és dekódoló algoritmus.

- Az entrópia

 egy véges sok eseményből álló halmaz elemei közül az egyik bekövetkezésekor nyert információ eloszlása.

 egy esemény bekövetkezésekor nyert információ – azaz az esemény bekövetkezésével megszűnt bizonytalanság – mértékének számtani közepe.

- nem lehet negatív.
- akkor maximális egy  $N$ -elemű halmazban, ha az elemek előfordulási valószínűsége  $\frac{1}{N}$ .
- egy ismert,  $p_1, p_2, \dots, p_N$  előfordulási valószínűségű elemeket tartalmazó  $N$  elemű halmaz esetén a  $H(p_1, p_2, \dots, p_N) = -\sum_{i=1}^N p_i \log_2 t_i$  képlettel írható fel, ahol  $t_i$  az  $i$ -edik halmazelem első előfordulásáig eltelt idő.
- Az  $f_v(t) = (1 \text{ mV}) \cdot \cos(10^9 \text{ s}^{-1} t)$  vivőjelre amplitúdómodulációval egy  $f_m(t) = 0,8 \text{ mV} + (1,2 \text{ mV}) \cos(3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} t) + (0,6 \text{ mV}) \cos(7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1} t)$  moduláló jelet ültetünk.
- A vivőjel spektruma két, a  $10^9 \text{ s}^{-1}$  és a  $-10^9 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciáknál elhelyezkedő,  $0,5 \text{ mV}$  magasságú spektrumvonalból áll.
- A moduláló jel kétoldali spektruma a  $0 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciánál egy  $0,8 \text{ mV}$  magasságú, a  $-3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  és a  $3 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciánál egy-egy  $0,6 \text{ mV}$  magasságú, a  $-7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  és a  $7 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciáknál pedig egy-egy  $0,3 \text{ mV}$  magasságú spektrumvonalból áll.
- A modulált jel spektruma dupla oldalsáv moduláció esetén tartalmaz a  $-103 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , a  $-97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , a  $97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  és a  $103 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciánál egy-egy  $1,2 \text{ mV}$  magasságú spektrumvonalat.
- Elnyomott felső oldalsáv moduláció esetén a modulált jel spektruma a  $-97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciáknál egy-egy  $0,3 \text{ mV}$ -os, a  $-93 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $93 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciánál egy-egy  $0,15 \text{ mV}$ -os, a  $-100 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $100 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciákon pedig egy-egy  $0,4 \text{ mV}$  magasságú spektrumvonalból áll.
- Ha az átviteli csatorna a  $[95; 110) \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  sávra van korlátozva (csonkolt alsó oldalsáv moduláció), akkor a modulált jel spektruma a  $-103 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , a  $-97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , a  $97 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $103 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciáknál egy-egy  $0,3 \text{ mV}$ -os, a  $-107 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $107 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciánál egy-egy  $0,3 \text{ mV}$ -os, a  $-100 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ , illetve a  $100 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  körfrekvenciákon pedig egy-egy  $0,4 \text{ mV}$  magasságú spektrumvonalból áll. A csonkolás miatt a  $-107$  és  $107 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$ -en levő spektrumvonal nem feleződik.
- A modulált jel kétoldalas spektrumában a spektrumvonalak helye  $10^7 \text{ s}^{-1}$ -os körfrekvencia-egységekben DSB modulációval:  $-107; -103; -100; -97; -93; 93; 97; 100; 103; 107$ .
- A modulált jel spektrumvonalai olyan távolságra helyezkednek el a vivőjel spektrumvonalaitól, mint amilyenre a modulálójel spektrumvonalai a  $0 \text{ 1/s}$ -tól (DC spektrumvonalától), csak a modulált jel spektrumvonalainak magassága negyede a moduláló jel (kétoldalas) spektrumvonalai magasságának.

- A konvolúciós kódolók

- nem blokk-kódok
- egy lépés során beolvasnak egy üzenetkeretet, majd abból, s a további tárolt üzenetkeretek felhasználása nélkül létrehoznak egy kódszókeretet. A lépés után a kódoló a legrégebben tárolt üzenetkeretet törli, a frissen beolvasottat pedig eltárolja.
- dekódolhatók Hartley-algoritmussal.
- jellemezhetők generátormátrixukkal.
- trellisén kódoláskor azt az útvonalat követjük, melynek bemeneti bitsorozata megegyezik a kódolandó bitsorozattal. A kódoló kimenete is leolvasható a nevezett útvonalról.

- A  $GF(17)$  véges számtesten  $(8, 5)$  paraméterű Reed–Solomon kódot készítünk a  $\vartheta = 8$  generátorelemmel. A kódolandó üzenet a  $\mathbf{b} = (14\ 2\ 0\ 0\ 1)$ . Ekkor

- az üzenethez rendelt polinom  $b(t) = 14t^4 + 2t^3 + 1$ .
- a kódoláshoz szükséges a  $\vartheta$  szám első 8 hatványa. Ezek közül a  $\vartheta^2 = 13$ ,  $\vartheta^8 = 1$ .
- a kódoláshoz szükséges a  $\vartheta$  szám első 8 hatványa. Ezek közül a  $\vartheta^5 = 15$ ,  $\vartheta^6 = 13$ .
- a kód generátorpolinomja, mivel  $n - k = 8 - 5 = 3$ , a  $g(t) = (t - 9) \cdot (t - 13) \cdot (t - 15)$ .
- a kód paritásellenőrző polinomja, mivel  $n - k = 8 - 5 = 3$ , a  $h(t) = (t - 16) \cdot (t - 15) \cdot (t - 14) \cdot (t - 13) \cdot (t - 12) \cdot (t - 11) \cdot (t - 10) \cdot (t - 9) \cdot (t - 8) \cdot (t - 7) \cdot (t - 6) \cdot (t - 5) \cdot (t - 4) \cdot (t - 3)$ .
- a kódszó nulladik eleme  $c_0 = 14$ .
- a kódszó első eleme  $c_1 = 14\vartheta^4 + 2\vartheta^3 + 1 = 12$ .
- a kódszó második eleme  $c_2 = 6$ .
- a kódszó harmadik eleme  $c_3 = 14\vartheta^{12} + 2\vartheta^9 + 1 = 0$ .
- a kódszó hetedik eleme  $c_7 = 9$ .

- Az információ

- mértékegysége az  $1/s$ .

- Hartley-féle definíciója szerint egy halmaz egy elemének megnevezése annyi információt nyújt, amennyi eldöntendő kérdéssel azt a halmazelemet már biztosan be lehet azonosítani.
- melyet egy halmaz egyetlen elemének megnevezésekor nyerünk, az – Hartley szerint – azon eldöntendő kérdések maximális száma, mellyel a többi elemet is teljes biztonsággal be lehet azonosítani.
- melyet egy halmaz egyetlen eseményének bekövetkezésekor nyerünk, a Shannon-féle definíció szerint nem azonos minden egyes halmazelemre: a ritkábban előforduló események bekövetkezésekor nyert információ nagyobb, mint a gyakoribb események bekövetkezésével kapott információ.
- csak pozitív egész szám lehet.

- Legyen a „ $\mu$ ”, „ $\nu$ ”, „ $\pi$ ”, „ $\varrho$ ”, „ $\sigma$ ”, „ $\tau$ ” és szimbólumok előfordulási valószínűsége rendre 0,08; 0,15; 0,11; 0,09; 0,22 és 0,35. Rendeljünk minden szimbólumösszevonáskor a nagyobbik valószínűségű (esetleg összetett) elemhez 1-es bitet, a kisebbik valószínűségűhöz 0-t. Ha Huffman-kóddal kódoljuk a fenti szimbólumokat,

- az első lépésben az „ $\varrho$ ” és a „ $\mu$ ” szimbólumokat vonjuk össze, mivel e két szimbólum rendelkezik a két legkisebb előfordulási valószínűséggel.
- az utolsó lépésben a „ $\sigma\varrho\mu$ ” és az „ $\pi\tau\nu$ ” összetett szimbólumokat vonjuk össze, ezért a „ $\sigma$ ”-hez, az „ $\varrho$ ”-hez és a „ $\mu$ ”-hez rendelt kódszavak kezdőbitjei egyformák, de különböznek a többi karakter kódszavának kezdőbitjétől.
- a „ $\sigma$ ” és az „ $\nu$ ” szimbólumokhoz rendelt kódszavak a 00 és a 01.
- a legnagyobb előfordulási valószínűségű „ $\tau$ ” szimbólum, először az utolsó előtti lépésben kerül összevonásra, a hozzárendelt kódszó kételemű: 11.
- az átlagos kódszóhossz 2,43.

- Egy analóg csatorna

- torzításmentes, ha a rábocsátott jelen legfeljebb csak amplitúdóbeli szorzást és/vagy időbeli eltolást hajt végre.
- bemenetére  $x(t)$  időfüggvényt kapcsolva a kimeneten  $y(t) = \sum_i a_i \cdot x(t + \Delta t_i)$  jel jelenik meg. A csatorna ekkor visszhangos.
- bemenetére  $x(t)$  időfüggvényt kapcsolva a kimeneten  $y(t) = \sum_i a_i \cdot (x(t))^i$  jel jelenik meg. A csatornán ekkor intermoduláció jön létre.
- megfelelő modulációval digitális csatornaként is használható.
- nem jellemezhető csatornagráffal, mert nem diszkrét szimbólumokat visz át.