

Jelek és rendszerek : 2. zárthelyi

Név:

Összpontszám:

| | | |
|--|--|--|
| | | |
|--|--|--|

Neptun kód:

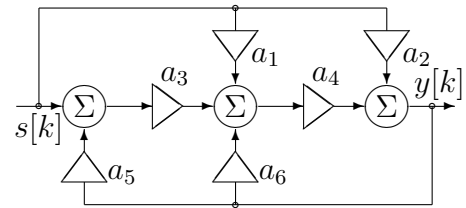
Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- A diszkrét idejű rendszerek

- impulzusválasza a frekvenciatartományban kiszámíthatóvá teszi a kimeneti jel viselkedését a frekvenciatartományban: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az impulzusválasz és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjainak konvolúciójaként.
- állapotegyenlete SISO rendszerek esetén egy a forrásjel és az állapotváltozók közötti differenciaegyenletrendszerből és egy a forrásjel és az állapotváltozók felhasználásával a kimeneti jelet megadó egyenletből áll, MIMO rendszerek esetén pedig egy a forrásjelek és az állapotváltozók közötti differenciaegyenletrendszerből és egy a forrásjelek és az állapotváltozók felhasználásával a kimeneti jeleket megadó egyenletrendszerből áll.
- ugrásválaszának és a bemeneti jelnek a konvolúciós integrálja adja meg a kimeneti jelet.
- állapotegyenletének ismeretében kiszámítható a $W(z)$ átviteli karakterisztikája, amely SISO rendszerekre $\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{c}^T \text{adj}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{b} + D$, ahol az állapotegyenlet $\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{b}s[k]$, $y[k] = \mathbf{c}^T\mathbf{x}[k] + Ds[k]$, az "adj" jelölés pedig a mátrix előjeles aldeterminánsaiból álló mátrixot takarja.
- rendszeregyenlete SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edrendű differenciaegyenlet. Ebben az egyenletben a kimeneti jelnek a k indexben n -edik eltolta biztosan szerepel, illetve n -nél kisebb eltolást szenvedett verziói, a bemeneti jelnek pedig legfeljebb n -edik eltoltsjai vannak jelen, az n -edik nem feltétlenül.
- súlyfüggvénye a Dirac-impulzusra (diszkrét delta impulzusra) adott válaszjel.
- impulzusválaszának és a bemeneti jelnek diszkrét konvolúciója adja meg a rendszer kimenőjelét.

- Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha $a_1 = 0$, $a_2 = 0,5$, $a_3 = 0,3$, $a_4 = 1$, $a_5 = -0,6$, $a_6 = -0,8$. A hálózat bemenetén az $s[k]$ diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az $y[k]$ diszkrét kimenő jel van jelen.



- A rendszeregyenlet $y[k] = -0,8y[k-1] - 0,18y[k-2] + 0,5s[k] + 0,3s[k-2]$.
 - A rendszeregyenlet $y[k] = -0,8y[k-1] - 0,6y[k-2] + 0,5s[k] + 0,3s[k-2]$.
 - Az állapotmátrix sajátértékei a $z(z + 0,8) + 0,18 = 0$ egyenlet megoldásai, azaz a $\lambda_1 = -0,4 + j0,141$ és a $\lambda_2 = -0,4 - j0,141$ komplex konjugált számpár.
 - A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika zérusai.
 - A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.
 - A rendszer időinvariáns, kauzális.
- Egy diszkrét idejű rendszer által egy adott $s[k]$ gerjesztőjelre adott válasz
 - kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel $S(\vartheta)$ diszkrét Fourier-transzformáltjának és a rendszer $v[k]$ ugrásválaszának a szorzata.
 - mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.
 - mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos.
 - egy n -edrendű differenciaegyenlet.
 - minden esetben kiszámítható a rendszeregyenletet, mint rekurzív formulát használva, tetszőleges k_i értékre, ha ismerjük az $s[k]$ bemenőjelet a kezdetektől a k_i értékig.
 - kiszámítható, mint az $s[k]$ gerjesztőjelnak és a rendszer $v[k]$ ugrásválaszfüggvényének a diszkrét konvolúciója.
 - kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.
 - kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből a rendszeregyenletek segítségével.
 - $\delta[k]$ gerjesztőjel esetén maga a súlyfüggvény.

- Egy a k indextartományban K periódushosszal rendelkező diszkrét idejű periodikus gerjesztő jel

- spektruma vonalas.
- spektrumvonalainak hossza $\vartheta = \omega T_s$, ha a diszkrét periodikus jelünk egy $T = 2\pi/\omega$ periódusidejű folytonos jelnek T_s időnkénti mintavételezésekként keletkezik.
- nem fejthető diszkrét Fourier sorba, mert csak a végtelen periódusú, azaz aperiodikus jelek fejthetők sorba.
- hatására egy lineáris rendszer kimenetén – egy tranziens után – szintén periodikus jel jelenik meg, melynek periódusának hossza megegyezik a gerjesztő jel periódusának hosszával.
- mely egy $T = 2\pi/\omega$ periódusidejű, folytonos periodikus jel mintavételezésével keletkezett, felírható $\vartheta_p = p\omega T_s$ körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként, ahol T_s a mintavételezési idő. Egy lineáris rendszeren a periodikus jelünk által kiváltott válaszjel kiszámítható az egyes ϑ_p körfrekvenciájú tagjainak hatásainak szuperpozíciójaként.

- Egy folytonos idejű rendszert az $S(s) = 6/(s + 5)$ Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s^2 + 3}{s^2 + 8s + 12}$$

- A rendszernek van egy zérusa az $s = 3/4$ komplex körfrekvencián.
- A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 3 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen, egy integrátor pedig a viisszatoló ágba szükséges.
- A rendszernek van egy pólusa az $s = -6$ komplex körfrekvencián.
- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $s = 12$ komplex körfrekvencián, amihez $\xi = 8/2$ tényező tartozik.
- A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.
- A rendszer válaszána Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s + 18)/((s + 2)(s + 5)(s + 6))$.
- A rendszer válaszána Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s^2 + 18)/((s + 2)(s + 5)(s + 6))$.
- A $\lim_{t \rightarrow 0^+} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullában $y(0^+) = 24$ értékkel lezdődik.
- A válasz az időtartományban az $y(t) = 9,5e^{-2t} - 206e^{-5t} + 220,5e^{-6t}$.

- Egy diszkrét idejű jel megadására alkalmas

- lehet egy $s[k]$ hatványsor, ahol $k \in \mathbb{Z}$.
- lehet egy $s[k]$ sorozat $k \in \mathbb{Z}$ -re, mely kauzális belépőjelek esetén a $k = 0$ pont előtt 0 értéket vesz fel.
- egy az $s[k]$ sorozat.
- egy a jelből mintavételezett sorozat, amely a jel pillanatnyi értékeit adja meg minden pontban.
- ha folytonos idejű jelből származik a diszkrét idejű jelünk, akkor a folytonos idejű jelnek bizonyos időpillanatokban felvett értékeiből álló sorozat, ahol a nevezett időpillanatok általában fix időközönként, egy véges időintervallumban helyezkednek el és a sorozat elemei csak végtelen pontossággal vannak megadva.
- sorozatot mindig belépő függvényből mintavételezték.
- sorozat felírható egységugrások lineáris kombinációjaként.
- grafikus ábrázolás szükségszerűen csak egy szakaszát adja meg a jelnek.

- Egy egy bemeneti változóval és egy kimeneti változóval rendelkező, folytonos idejű rendszer állapotegyenlete a következő:

$$\dot{x}_1(t) = 4x_1(t) + 6x_2(t) + 2s(t) \quad (1)$$

$$\dot{x}_2(t) = 2x_1(t) + s(t) \quad (2)$$

$$y(t) = -2x_1(t) + 3x_2(t) + s(t) \quad (3)$$

- A rendszer működése leírható a $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ rendszermátrixszal.
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix $\begin{pmatrix} s-4 & -6 \\ -2 & s \end{pmatrix}$.
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix inverzében a nevezőben szereplő determináns $(s-4)s - 12$, melynek gyökei $\lambda_1 = 6$ és $\lambda_2 = -2$.
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix inverzében a számlálóban szereplő, előjeles aldeterminánsokból álló "adjungált" mátrix $\begin{pmatrix} s(s-4) & 12 \\ 12 & (s-4)s \end{pmatrix}$.
- Az átviteli karakterisztika kiszámításakor a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix inverzének és a $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektornak a szorzata a $\begin{pmatrix} -2s+6 \\ 3s-24 \end{pmatrix}$ vektor.
- Az átviteli karakterisztika $W(s) = (-s+20)/(s^2-4s-12)$.