

## Jelek és rendszerek : 1. zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszáért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- Egy rendszerünk leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(j\omega) = 15 \left( \frac{2 \cdot 10^3}{j\omega} \right) \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{5 \cdot 10^4}}{\left(1 + \frac{j\omega}{1 \cdot 10^3}\right) \left(1 + 1,1 \frac{j\omega}{3 \cdot 10^5} + \frac{j^2 \omega^2}{9 \cdot 10^{10}}\right)}$$

- A rendszernek van egy zérusa az  $\omega = 2$  krad/s körfrekvencián.
- A rendszernek van egy pólusa az  $\omega = 2$  krad/s körfrekvencián.
- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az  $\omega = 300$  krad/s körfrekvencián, amihez  $\xi = 1,1$  tényező tartozik.
- Az első, konstans tényező miatt a fáziskarakterisztikában  $0^\circ$ -os tag jelenik meg.
- Az első, konstans tényező miatt a fáziskarakterisztikában  $180^\circ$ -os tag jelenik meg.
- A zérus miatt a fáziskarakterisztikában  $+90^\circ$ -os tag jelenik meg, mely az  $\omega = 50$  krad/s körfrekvencia alatt egy dekáddal kezdődik, az  $\omega = 50$  krad/s körfrekvencián éppen  $45^\circ$ , és az  $\omega = 50$  krad/s körfrekvencia felett egy dekáddal éri el a teljes értékét.
- Az egyszeres pólus miatt az amplitúdó-karakterisztikában  $+20$  dB/D-os tag jelenik meg az  $\omega = 1$  krad/s körfrekvenciától kezdődően, a fáziskarakterisztikában pedig az  $\omega = 1$  krad/s  $\pm 1$  D közötti körfrekvenciákon egy  $-45^\circ$ /D meredekségű fáziseltolás jelenik meg, összesen  $-90^\circ$  eltolást okozva a nagyon magas körfrekvenciákon.
- A komplex konjugált zéruspár miatt az amplitúdó-karakterisztikában  $\omega = 3 \cdot 10^5$  rad/s pontjától kezdődően egy  $-40$  dB/D meredekségű letörés lesz jelen, töréspontos amplitúdó-karakterisztikát okozva.

A teljes amplitúdó- és fázismenet kiszámítható az egyes tényezők amplitúdó-, illetve fázisjárulékainak szorzataként, ha decibelben számítjuk az amplitúdót és fokban a fázist.

• Egy az időterományban  $T$  periódusidővel rendelkező periodikus gerjesztő jel

spektruma vonalas.

spektrumvonalainak hossza  $\omega = 2\pi/T$ .

spektrumában  $\omega = 2\pi/T$  lépésenként amplitúdóugrás lép fel.

hatására egy lineáris rendszer kimenetén szintén periodikus jel jelenik meg, melynek periódusideje megegyezik a gerjesztő jel periódusidejével.

felírható  $\omega_k = k \cdot 2\pi/T$  körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként. Egy lineáris rendszeren a periodikus jelünk által kiváltott válaszjel nemszámítható ki az egyes  $\omega_k$  körfrekvenciájú tagjainak hatásainak szuperpozíciójaként, mivel érvényes a Golpalott-törvény.

• Bármely folytonos idejű jel megadására alkalmas

lehet egy  $s(t)$  függvény, mely kauzális belépőjelek esetén a  $t = 0$  időpillanat előtt 0 értéket vesz fel.

egy integrandus.

egy grafikon, amely minden pontban megmondja, hogy mennyi a jel pillanatnyi értéke.

egy sorozat, amely a jel pillanatnyi értékeit adja meg adott időközönként, valamilyen pontossággal és valamilyen intervallumban.

egy másodfokú egyenlet

függvény belépő függvény

a Dirac-delta.

differenciálegyenlet csak homogén differenciálegyenlet lehet.

- Egy SISO rendszer állapotegyenlete a következő:

$$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) - x_2(t) + 3s(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_1(t) - 3x_2(t) - 2s(t)$$

$$y(t) = 4 \cdot x_1(t) + 2x_2(t) - s(t)$$

- A rendszermátrix  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & -2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ .
  - A rendszermátrix sajátértékei  $\lambda_1 = 4$  és  $\lambda_2 = 1$ .
  - Mivel a rendszermátrix mindkét sajátértéke negatív, a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.
  - A  $\lambda_1$  sajátértékhez tartozó Lagrange-mátrix  $\mathbf{L}_1 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$ , a  $\lambda_2$ -höz tartozó Lagrange-mátrix pedig  $\mathbf{L}_2 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$ .
  - A bemenő jelet az állapotokkal összekötő vektor  $\mathbf{B} = (3 \ -2)$ , egy sorvektor.
  - Az állapotokra vonatkozó homogén differenciálegyenlet megoldása a Lagrange-mátrixokkal kifejezhető, mint  $e^{\mathbf{A}t} = e^{-\det(\mathbf{L}_1)t}(-4) + e^{-\det(\mathbf{L}_2)t}(-1)$ .
- A folytonos idejű rendszerek leírására alkalmas
    - állapotegyenlet egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) közötti lineáris egyenlet(rendszer)ből és egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) felhasználásával a kimeneti jelet megadó differenciálegyenlet(rendszer)ből áll.
    - rendszeregyenlet SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti  $n$ -edrendű differenciálegyenlet.
    - súlyfüggvény a Dirac-delta impulzusra adott válaszjel.
    - impulzusválasz-függvény és a bemeneti jel szorzata adja meg a kimenőjelet.
    - ugrásválasz-függvény deriváltjának és a bemeneti jelnek a konvolúciós integrálja adja meg a kimeneti jelet.
    - átviteli karakterisztika a frekvenciatartománybeli viselkedést jellemzi: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az átviteli karakterisztika és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjának szorzataként.
    - átviteli karakterisztika a súlyfüggvény Fourier-transzformáltja.

- Az ábrán látható lineáris hálózatról a következő állítások igazak.

Gerjesztés-válasz-stabilis

$W(j\omega) = \frac{R_2 + j\omega C}{R_1 + \frac{1}{j\omega L} + R_2 + j\omega C}$ .

Egy szélessávú gerjesztőjel igen nagy frekvenciás tagjait a rendszer erősíti.

A törésponti frekvenciák a következőek lesznek:  $1/(R_2C)$ , az  $1/(LC)$  és az  $1/((R_1 + R_2)C)$ .

A rendszer időtartománybeli viselkedése nem számítható ki a  $W(j\omega)$  függvényből.

A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.

- Egy folytonos idejű rendszer által egy adott  $s(t)$  gerjesztőjelre adott válasz

kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel  $S(j\omega)$  Fourier-transzformáltjának és a rendszer  $W(j\omega)$  átviteli karakterisztikájának a konvolúciója.

kiszámítható, mint az  $s(t)$  gerjesztőjelenek és a rendszer  $w(t)$  súlyfüggvényének a szorzata.

kiszámítható, mint az  $s(t)$  gerjesztőjelenek és a rendszer  $v(t)$  ugrásválaszfüggvényének a konvolúciója.

kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.

kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből a rendszeregyenletek segítségével.

mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

amplitúdója kiszámítható az amplitúdóra vonatkozó Bode-diagramból, ha ismerjük a bemenő jelet.

egy  $n$ -edrendű differenciálegyenlet.

$\delta(t)$  gerjesztőjel esetén maga a súlyfüggvény.