

## Jelek és rendszerek : 2. zárthelyi

Név: .....

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód: .....

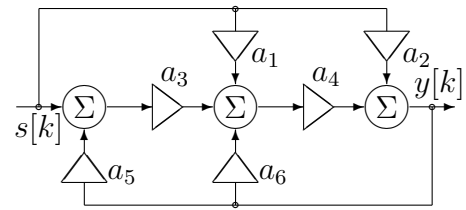
Aláírás: .....

**Kitöltési útmutató:** A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- A diszkrét idejű rendszerek

- ugrásválasza az a bemeneti jel, melynek hatására a kimeneten egységugrás jelenik meg, mint válaszjel.
- állapotegyenlete egy a forrásjeleket, illetve az állapotváltozókat és azok  $k$ -beli egyszeres eltoltját tartalmazó vektorok közötti mátrixegyenletből és egy a forrásjelvektorok és az állapotváltozó-vektorok felhasználásával a kimeneti jeleket megadó mátrixegyenletből áll.
- ugrásválaszának deriváltjának és a bemeneti jelnek a konvolúciója adja meg a kimeneti jelet.
- állapotegyenletének ismeretében kiszámítható a  $W(z)$  átviteli karakterisztikája, amely SISO rendszerekre  $\det(\mathbf{I} - \mathbf{A}z)^{-1} \cdot \mathbf{c}^T \text{adj}(\mathbf{I} - \mathbf{A}z) \mathbf{b} + D$ , ahol az állapotegyenlet  $\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{b}s[k]$ ,  $y[k] = \mathbf{c}^T \mathbf{x}[k] + Ds[k]$ , az "adj" jelölés pedig a mátrix előjeles aldeterminánsaiból álló mátrixot takarja.
- állapotegyenlete egy a forrásjeleket, illetve az állapotváltozókat és azok  $k$ -beli, legfeljebb  $n$ -szeres eltoltját tartalmazó vektorok közötti mátrixegyenletből és egy a forrásjelvektorok és az állapotváltozó-vektorok felhasználásával a kimeneti jeleket megadó mátrixegyenletből áll.
- impulzusválasza előáll az ugrásválaszának és az ugrásválasz egységnyi eltoltjának különbségeként.
- impulzusválaszának és a bemeneti jelnek a szorzata adja meg a rendszer kimenőjelet az időtartományban.

- Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha  $a_1 = 1$ ,  $a_2 = 0,3$ ,  $a_3 = 0,2$ ,  $a_4 = 1$ ,  $a_5 = -0,7$ ,  $a_6 = 0$ . A hálózat bemenetén az  $s[k]$  diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az  $y[k]$  diszkrét kimenő jel van jelen.



- A rendszer állapotmátrixa  $\begin{pmatrix} 0 & -0,14 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , ha  $x_1$  állapot az első késleltető,  $x_2$  állapot pedig a második késleltető után helyezkedik el.
- A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.
- A rendszer időinvariáns, kauzális.
- Az állapotmátrix sajátértékei a  $z(z + 0,2) + 0,14 = 0$  egyenlet megoldásai, azaz a  $\lambda_1 = -0,1 + j0,721$  és a  $\lambda_2 = -0,1 - j0,721$  komplex konjugált számpár.
- A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika zérusai.
- A rendszeregyenlet  $y[k] = -0,14y[k - 2] + 0,5s[k] + s[k - 1] + 0,2s[k - 2]$ .

- Egy diszkrét idejű rendszer által egy adott  $s[k]$  gerjesztőjelre adott válasz

- kiszámítható a  $z$ -tartományban, mint az  $S(z)$  gerjesztőjelnek és a rendszer  $W(z)$  impulzusválasznak szorzata.
- kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.
- kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből a rendszeregyenletek segítségével.
- kauzális rendszer és belépő gerjesztőjel esetén belépőjel lesz.
- kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel  $S(\vartheta)$  diszkrét Fourier-transzformáltjának és a rendszer  $W(\vartheta)$  átviteli karakterisztikájának a diszkrét konvolúciója.
- mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.
- mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos.
- egy  $n$ -edrendű differenciaegyenlet.
- kauzális belépőjelek esetén kiszámítható a rendszeregyenletet, mint rekurzív formulát használva, tetszőleges  $k_i$  értékre, ha ismerjük az  $s[k]$  bemenőjelet a kezdetektől a  $k_i$  értékig.

- Egy diszkrét idejű,  $k$  változójú gerjesztő jel

- spektruma mindig vonalas.
- minden esetben diszkrét Fourier-sorba fejthető.
- által egy diszkrét idejű rendszer kimenetén gerjesztett jel kiszámítható, ha ismert az  $y[k] + \sum_{i=1}^n a_i y[k-i] = \sum_{\ell=0}^n b_\ell s[k-\ell]$  rendszeregyenlet. A rendszeregyenletből kiszámítható az átviteli karakterisztika, ami  $W(e^{j\vartheta}) = (\sum_{\ell=0}^n b_\ell e^{-j\vartheta\ell}) / (1 + \sum_{i=1}^n a_i e^{-j\vartheta i})$ .
- mely egy folytonos jel mintavételezésével keletkezett, felírható  $\vartheta = \omega T_s$  körfrekvenenciájú tagok lineáris kombinációjaként, ahol  $T_s$  a mintavételezési idő.
- által a  $W(e^{j\vartheta})$  átviteli függvénnyel rendelkező rendszer kimenetén létrehozott jel  $Y(e^{j\vartheta}) = W(e^{j\vartheta}) \cdot S(e^{j\vartheta})$ , ahol  $S(e^{j\vartheta})$  a gerjesztő jel diszkrét Fourier-transzformáltja.

- Egy folytonos idejű rendszert az  $S(s) = 6/(s+5)$  Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s^2 + 3}{s^2 + 8s + 12}$$

- A  $\lim_{t \rightarrow 0^+} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s)$  képlet alapján a válaszfüggvény nullában  $y(0^+) = 0$  értékkel lezdődik.
- A válasz az időtartományban az  $y(t) = 9,5e^{-2t} - 206e^{-5t} + 220,5e^{-6t}$ .
- A rendszernek van egy zérusa az  $s = 3/4$  komplex körfrekvenencián.
- A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 2 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen.
- A rendszernek van egy pólusa az  $s = -6$  komplex körfrekvenencián.
- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az  $s = 12$  komplex körfrekvenencián, amihez  $\xi = 8/2$  tényező tartozik.
- A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.
- A válasz az időtartományban az  $y(t) = -2,5e^{-2t} + 34e^{-5t} - 31,5e^{-6t}$ .
- A rendszer válaszának Laplace-transzformáltja  $Y(s) = (24s^2 + 18) / ((s+2)(s+5)(s+6))$ .

- Egy diszkrét idejű jel

- megadására alkalmas lehet egy  $s[k]$  képlet, ahol  $k \in \mathbb{Z}$ .
- megadására alkalmas lehet egy  $s[k]$  függvény, mely a  $k = 0$  pont előtt  $-\infty$  értéket vesz fel.
- megadható egy az  $s[k]$  sorozattal.
- előállhat egy folytonos idejű jelből mintavételezett sorozatként, amely a jel pillanatnyi értékeit adja meg minden időpontban.
- származhat folytonos idejű jelből, ekkor a diszkrét idejű jel a folytonos idejű jelnek bizonyos időpillanatokban felvett értékeiből álló sorozat, ahol a nevezett időpillanatok általában fix időközönként, egy véges időintervallumban helyezkednek el és a sorozat elemei csak végtelen pontossággal vannak megadva.
- egy olyan értékekből álló sorozat, mely a  $k$  indexre mindig tükrösen szimmetrikus.
- a diszkrét Dirac-delta függvény eltoltja.
- grafikus ábrázolása tetszőleges időpillanatban megadja a jelet, melynek mintavételezésével a diszkrét idejű jelkeletkezett.

- Egy diszkrét idejű SISO rendszer állapotegyenlete a következő:

$$x_1[k+1] = 4x_1[k] + 6x_2[k] + 2s[k]$$

$$x_2[k+1] = 2x_1[k] + s[k]$$

$$y[k] = -2x_1[k] + 3x_2[k] + s[k].$$

- A rendszermátrix  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ .
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a  $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$  mátrix  $\begin{pmatrix} z-4 & -6 \\ -2 & z \end{pmatrix}$ .
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a  $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$  mátrix inverzében a nevezőben szereplő determináns  $(z-4)z - 12$ , melynek gyökei  $\lambda_1 = 6$  és  $\lambda_2 = -2$ .
- Az átviteli karakterisztika kiszámításához a  $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$  mátrix inverzében a számlálóban szereplő, előjeles aldeterminánsokból álló "adjungált" mátrix  $\begin{pmatrix} z(z-4) & 12 \\ 12 & (z-4)z \end{pmatrix}$ .
- Az átviteli karakterisztika kiszámításakor a  $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$  mátrix inverzének és a  $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$  vektornak a szorzata a  $\begin{pmatrix} -2z+6 \\ 3z-24 \end{pmatrix}$  vektor.
- Az átviteli karakterisztika  $W(z) = (-7z+20)/(z^2-4z-12)$ .