

Jelek és rendszerek : 2. zárthelyi

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- Egy folytonos idejű rendszert az $S(s) = 6/(s + 6)$ Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s + 3}{s^2 + 7s + 10}$$

- A rendszernek van egy zérusa az $s = -3/4$ komplex körfrekvencián.
- A rendszernek van egy pólusa az $s = -5$ komplex körfrekvencián.
- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $s = 10$ komplex körfrekvencián, amihez $\xi = 7/2$ tényező tartozik.
- A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.
- A rendszer válaszának Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s^2 + 18)/((s+2)(s+5)(s+6))$.
- A válasz az időtartományban az $y(t) = -2,5e^{-2t} + 34e^{-5t} - 31,5e^{-6t}$.
- A $\lim_{t \rightarrow 0^+} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullában $y(0^+) = 0$ értékkel lezdődik.
- A $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullához közelít kellően hosszú idő elteltével.
- A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 2 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen.

- Egy a k indextartományban K periódushosszal rendelkező diszkrét idejű periodikus gerjesztő jel

- spektruma vonalas.
- spektrumvonalainak hossza $\vartheta = \omega T_s$, ha a diszkrét periodikus jelünk egy $T = 2\pi/\omega$ periódusidejű folytonos jelnek T_s időnkénti mintavételezésekként keletkezik.
- spektrumában $\omega = 2\pi/T$ lépésenként amplitúdóugrás lép fel.
- hatására egy lineáris rendszer kimenetén – egy tranziens után – szintén periodikus jel jelenik meg, melynek periódusának hossza megegyezik a gerjesztő jel periódusának hosszával.
- mely egy $T = 2\pi/\omega$ periódusidejű, folytonos periodikus jel mintavételezésével keletkezett, felírható $\vartheta_p = p\omega T_s$ körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként, ahol T_s a mintavételezési idő. Egy lineáris rendszeren a periodikus jelünk által kiváltott válaszjel nem számítható ki az egyes ϑ_p körfrekvenciájú tagjainak hatásainak szuperpozíciójaként, mivel érvényes a Golpalott-törvény.

- Egy diszkrét idejű jel megadására alkalmas

- lehet egy $s[k]$ sorozat $k \in \mathbb{Z}$ -re, mely kauzális belépőjelek esetén a $k = 0$ pont előtt 0 értéket vesz fel.
- egy differenciálegyenlet.
- egy másodfokú egyenlet.
- sorozatot mindig belépő függvényből mintavételezték.
- sorozat előáll a Dirac-delta diszkrét idejű megfelelőjének k indexben eltolt verzióinak lineáris kombinációjaként.
- differenciaegyenlet csak homogén differenciaegyenlet lehet.

- Egy diszkrét idejű, k változójú gerjesztő jel

- spektruma mindig vonalas.
- hatására egy lineáris rendszer kimenetén – egy tranziens után – minden esetben periodikus jel jelenik meg, melynek periódusának hossza 2π .

- Egy diszkrét idejű SISO rendszer állapotegyenlete a következő:

$$x_1[k+1] = 4x_1[k] + 6x_2[k] + 2s[k]$$

$$x_2[k+1] = 2x_1[k] + s[k]$$

$$y[k] = -2x_1[k] + 3x_2[k] + s[k].$$

A rendszermátrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

A rendszermátrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -4 & -6 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Az átviteli karakterisztika kiszámításához a $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$ mátrix inverzében a számlálóban szereplő, előjeles aldeterminánsokból álló "adjungált" mátrix $\begin{pmatrix} z & 2 \\ 6 & z - 4 \end{pmatrix}$.

Az átviteli karakterisztika kiszámításához a $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$ mátrix inverzében a számlálóban szereplő, "adjungált" mátrix $\begin{pmatrix} z - 4 & -6 \\ -2 & z \end{pmatrix}$.

Az átviteli karakterisztika kiszámításakor a $z\mathbf{I} - \mathbf{A}$ mátrix inverzének és a $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ vektornak a szorzata a $\begin{pmatrix} -2z + 6 \\ 3z - 24 \end{pmatrix}$ vektor.

A kimeneti jel z-transzformáltja $Y(z) = (z^2 - 5z + 8)/(z^2 - 4z - 12)$.

Mivel a $W(z)$ átviteli karakterisztika egyik pólusa negatív, a másik meg pozitív, a rendszer nem gerjesztés-válasz stabilis.

- A diszkrét idejű rendszerek leírására alkalmas

állapotegyenlet egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) közötti differenciálegyenlet(rendszer)ből és egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) felhasználásával a kimeneti jeleket megadó differenciálegyenlet(rendszer)ből áll.

rendszeregyszerű SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edrendű differenciaegyenlet.

súlyfüggvény a diszkrét delta impulzusra adott válaszjel.

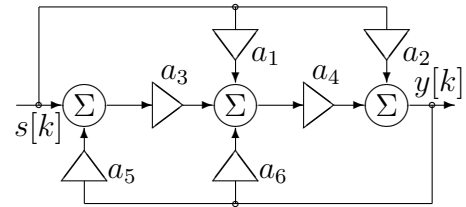
impulzusválasz és a bemeneti jel szorzata adja meg a kimenőjelet.

ugrásválasz deriváltjának és a bemeneti jelnek a konvolúciója adja meg a kimeneti jelet.

impulzusválasza a frekvenciatartományban kiszámíthatóvá teszi a kimeneti jel viselkedését a frekvenciatartományban: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az impulzusválasz és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjainak szorzataként.

átviteli karakterisztika a súlyfüggvény Fourier-transzformáltja.

- Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha $a_1 = 0$, $a_2 = 0,5$, $a_3 = 0,3$, $a_4 = 1$, $a_5 = -0,6$, $a_6 = -0,8$. A hálózat bemenetén az $s[k]$ diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az $y[k]$ diszkrét kimenő jel van jelen.



Az állapotmátrix 2×2 -es.

A rendszeregyenlet $y[k] = -0,8y[k-1] - 0,6y[k-2] + 0,5s[k] + 0,3s[k-2]$.

Az állapotmátrix sajátértékei a $z(z + 0,8) + 0,18 = 0$ egyenlet megoldásai, azaz a $\lambda_1 = -0,4 + j0,141$ és a $\lambda_2 = -0,4 - j0,141$ komplex konjugált szímpár.

A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika zérusai.

A rendszer időtartománybeli viselkedése nem számítható ki a $W(z)$ függvényből.

A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.

- Egy diszkrét idejű rendszer által egy adott $s[k]$ gerjesztőjelre adott válasz

kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel $S(\vartheta)$ diszkrét Fourier-transzformáltjának és a rendszer $W(\vartheta)$ átviteli karakterisztikájának a diszkrét konvolúciója.

minden esetben kiszámítható a rendszeregyenletet, mint rekurzív formulát használva, tetszőleges k_i értékre, ha ismerjük az $s[k]$ bemenőjelet a kezdetektől a k_i értékig.

kiszámítható, mint az $s[k]$ gerjesztőjelenek és a rendszer $v[k]$ ugrásválaszfüggvényének a diszkrét konvolúciója.

kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.

kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből a rendszeregyenletek segítségével.

mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

amplitúdója kiszámítható a $W(e^{j\vartheta})$ átviteli katarakterisztikából, ha ismerjük a bemenő jelet.

$\delta[k]$ gerjesztőjel esetén maga a súlyfüggvény.