Jelek és rendszerek : 2. zárthelyi

Név: ....

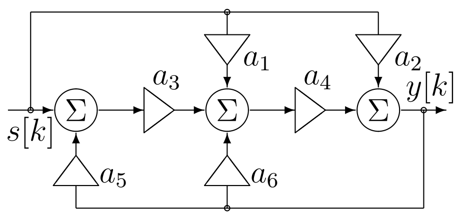
Összpontszám:

Neptun kód: ....

Aláírás: ....

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat* több *igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha $a_1 = 1$, $a_2 = 0{,}3$, $a_3 = 0{,}2$, $a_4 = 1$, $a_5 = -0{,}7$, $a_6 = 0$. A hálózat bemenetén az $s[k]$ diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az $y[k]$ diszkrét kimenő jel van jelen.



☐ Az állapotmátrix 2×2-es.

☐ A rendszeregyenlet $y[k] = -0{,}7y[k-2] + 0{,}5s[k] + s[k-1] + 0{,}2s[k-2]$.

☐ A rendszer állapotmátrixa $\begin{pmatrix} 0 & -0{,}14 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, ha x_1 állapot az első késleltető, x_2 állapot pedig a második kédleltető után helyezkedik el.

☐ Az állapotmátrix sajátérékei a $z(z + 0{,}2) + 0{,}14 = 0$ egyenlet megoldásai, azaz a $\lambda_1 = -0{,}1 + j0{,}721$ és a $\lambda_2 = -0{,}1 - j0{,}721$ komplex konjugált számpár.

☐ A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika zérusai.

☐ A rendszer időtartománybeli viselkedése nem számítható ki a $W(z)$ függvényből.

☐ A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.

- Egy diszkrét idejű rendszer által egy adott $s[k]$ gerjesztőjelre adott válasz

☐ kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből a rendszeregyenletek segítségével.

- [ ] mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.
- [ ] kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel $S(\vartheta)$ diszkrét Fourier-transzformáltjának és a rendszer $W(\vartheta)$ átviteli karakterisztikájának a szorzata.
- [ ] kiszámítható, mint az $s[k]$ gerjesztőjelnek és a rendszer $v[k]$ ugrásválasz-függvényének a diszkrét konvolúciója.
- [ ] kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.
- [ ] amplitúdója kiszámítható a $W(e^{j\vartheta})$ átviteli katakterisztikából, ha ismerjük a bemenő jelet.
- [ ] belépő gerjesztőjel esetén minden rendszerre belépőjel lesz.

- Egy egy bemeneti változóval és egy kimeneti változóval rendelkező, folytonos idejű rendszer állapotegyenlete a következő:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= 4x_1(t) + 6x_2(t) + 2s(t) & (1) \\ \dot{x}_2(t) &= 2x_1(t) + s(t) & (2) \\ y(t) &= -2x_1(t) + 3x_2(t) + s(t) & (3) \end{aligned}$$

.

- [ ] A rendszer működése leírható a $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ rendszermátrixszal.
- [ ] Az átviteli karakterisztkika kiszámításához a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix $\begin{pmatrix} s-4 & 6 \\ 2 & s \end{pmatrix}$.
- [ ] Az átviteli karakterisztkika kiszámításához a $(s\mathbf{I}-\mathbf{A})$ mátrix inverzében a nevezőben szereplő determináns $(s-4)s-12$, melynek gyökei $\lambda_1 = 6$ és $\lambda_2 = -2$.
- [ ] Az átviteli karakterisztkika kiszámításához a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix inverzében a számlálóban szereplő, előjeles aldeterminánsokból álló "adjungált" mátrix $\begin{pmatrix} s(s-4) & 12 \\ 12 & (s-4)s \end{pmatrix}$.
- [ ] Az átviteli karakterisztkika kiszámításakor a $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})$ mátrix inverzének és a $\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ vektornak a szorzata a $\begin{pmatrix} 2s+2 \\ s+8 \end{pmatrix}$ vektor.
- [ ] Az átviteli karakterisztika $W(s) = (-s+20)/(s^2-4s-12)$.
- [ ] A kimeneti jel Laplace-transzformáltja $Y(s) = (s^2-5s+8)/(s^2-4s-12)$.

- A diszkrét idejű rendszerek

☐ impulzusválasza a frekvenciatartományban kiszámíthatóvá teszi a kimeneti jel viselkedését a frekvenciatartományban: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az impulzusválasz és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjainak szorzataként.

☐ állapotegyenletének ismeretében kiszámítható a $W(z)$ átviteli karakterisztikája, amely SISO rendszerekre $\det(z\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \cdot \mathbf{c}^T \mathrm{adj}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{b} + D$, ahol az állapotegyenlet $\mathbf{x}[k+1] = \mathbf{A}\mathbf{x}[k] + \mathbf{b}s[k]$, $y[k] = \mathbf{c}^T\mathbf{x}[k] + Ds[k]$, az "adj" jelölés pedig a mátrix előjeles aldeterminánsaiból álló mátrixot takarja.

☐ súlyfüggvénye a Dirac-impulzusra (diszkrét delta impulzusra) adott válaszjel.

☐ impulzusválaszának és a bemeneti jelnek a szorzata adja meg a rendszer kimenőjelet az időtartományban.

☐ állapotegyenlete egy a forrásjeleket, illetve az állapotváltozókat és azok k-beli egyszeres eltoltját tartalmazó vektorok közötti mátrixegyenletből és egy a forrásjelvektorok és az állapotváltozó-vektorok felhasználásával a kimeneti jeleket megadó mátrixegyenletből áll.

☐ rendszeregyenlete SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n-edrendű differenciaegyenlet.

☐ ugrásválaszának deriváltjának és a bemeneti jelnek a konvolúciója adja meg a kimeneti jelet.

- Egy diszkrét idejű jel megadására alkalmas

☐ egy differenciálegyenlet.

☐ ha folytonos idejű jelből származik a diszkrét idejű jelünk, akkor a folytonos idejű jelnek bizonyos időpillanatokban felvett értékeiből álló sorozat, ahol a nevezett időpillanatok általában fix időközönként, egy véges időintervallumban helyezkednek el és a sorozat elemei csak végtelen pontossággal vannak megadva.

☐ lehet egy $s[k]$ sorozat $k \in \mathbb{Z}$-re, mely kauzális belépőjelek esetén a $k = 0$ pont előtt 0 értéket vesz fel.

☐ sorozatot mindig belépő függvényből mintavételezték.

☐ sorozat előall a Dirac-delta diszkrét idejű megfelelőjének k indexben eltolt verzióinak lineáris kombinációjaként.

☐ grafikus ábrázolás mindig tetszőleges időpillanatban megadja a jelet.

- Egy a k indextartományban K periódushosszal rendelkező diszkrét idejű periodikus gerjesztő jel

☐ diszkrét Fourier-sorba fejthető.

☐ spektrumvonalainak hossza $\vartheta = \omega T_s$, ha a diszkrét periodikus jelünk egy $T = 2\pi/\omega$ periódusidejű folytonos jelnek T_s időnkénti mintavételezéseként keletkezik.

- Egy folytonos idejű rendszert az $S(s) = 6/(s+5)$ Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s^2+3}{s^2+8s+12}$$

.

☐ A rendszernek van egy zérusa az $s = 3/4$ komplex körfrekvencián.

☐ A rendszernek van egy pólusa az $s = -6$ komplex körfrekvencián.

☐ A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $s = 12$ komplex körfrekvencián, amihez $\xi = 8/2$ tényező tarozik.

☐ A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.

☐ A rendszer válaszának Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s^2+18)/((s+2)(s+5)(s+6))$.

☐ A válasz az időtartományban az $y(t) = -2,5e^{-2t} + 34e^{-5t} - 31,5e^{-6t}$.

☐ A $\lim_{t\to 0+} y(t) = \lim_{s\to\infty} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullában $y(0+) = 0$ érékkel lezdődik.

☐ A $\lim_{t\to\infty} y(t) = \lim_{s\to 0+} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullához közelít kellően hosszú idő elteltével.

☐ A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 2 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen.

- Egy diszkrét idejű, k változójú gerjesztő jel

☐ amplitúdó- és fázisspektruma is ϑ-ban 2π periódussal rendelkezik.

☐ spektruma mindig vonalas.

☐ spektruma nem periodikus jelek esetén is vonalas, hiszen az $S(e^{j\vartheta}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s[k]e^{-j\vartheta k}$ a k változóban diszkrét.

☐ hatására egy lineáris rendszer kimenetén – egy tranziens után – minden esetben periodikus jel jelenik meg, melynek periódusának hossza 2π.

☐ mely egy folytonos jel mintavételezésével keletkezett, felírható $\vartheta = \omega/T_s$ körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként, ahol T_s a mintavételezési idő.