

Jelek és rendszerek : Zárthelyi

Név:

Összpontszám:

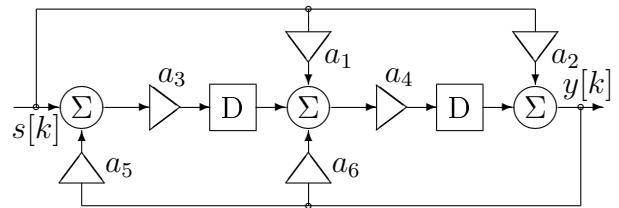
--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha $a_1 = 0$, $a_2 = 0,5$, $a_3 = 0,3$, $a_4 = 1$, $a_5 = -0,6$, $a_6 = -0,8$. A hálózat bemenetén az $s[k]$ diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az $y[k]$ diszkrét kimenő jel van jelen.



- Az állapotmátrix 3×3 -as.
 - A rendszeregyenlet $y[k] = -0,8y[k-1] - 0,6y[k-2] + 0,5s[k] + 0,3s[k-2]$.
 - A rendszer állapotmátrixa $\begin{pmatrix} 0 & -0,18 \\ 1 & -0,8 \end{pmatrix}$, ha x_1 állapot az első késleltető, x_2 állapot pedig a második késleltető után helyezkedik el.
 - Az állapotmátrix sajátértékei a $z(z + 0,8) + 0,18 = 0$ egyenlet megoldásai, azaz a $\lambda_1 = -0,4 + j0,141$ és a $\lambda_2 = -0,4 - j0,141$ komplex konjugált számpár.
 - A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika pólusai.
 - A rendszer nem időinvariáns, csak kauzális, mivel a kimenő jel nem lesz állandó az időben.
- Egy folytonos idejű rendszer által egy adott $s(t)$ gerjesztőjelre adott válasz
 - kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel $S(j\omega)$ Fourier-transzformáltjának és a rendszer $W(j\omega)$ átviteli karakterisztikájának a szorzata.
 - kiszámítható a rendszer állapotváltozóinak ismeretében az állapotegyenletek segítségével.
 - kiszámítható, mint az $s(t)$ gerjesztőjelnek és a rendszer $v(t)$ ugrásválaszfüggvényének a konvolúciója.

- leírható egy időfüggvénnyel.
- mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.
- amplitúdója kiszámítható az amplitúdóra vonatkozó Bode-diagramból, ha ismerjük a bemenő jelet.

- Egy folytonos idejű rendszert az $S(s) = 6/(s + 6)$ Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s + 3}{s^2 + 7s + 10}$$

- A rendszernek van egy zérusa az $s = 3/4$ komplex körfrekvencián.
- A rendszernek van egy pólusa az $s = -5$ komplex körfrekvencián.
- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $s = 10$ komplex körfrekvencián, amihez $\xi = 7/2$ tényező tartozik.
- A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.
- A rendszer válaszána Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s^2 + 18)/((s+2)(s+5)(s+6))$.
- A válasz az időtartományban az $y(t) = -2,5e^{2t} + 34e^{5t} - 31,5e^{6t}$.
- A $\lim_{t \rightarrow 0^+} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullában $y(0^+) = 0$ értékkel lezdődik.
- A $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullához közelít kellően hosszú idő elteltével.
- A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 2 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen.

- Egy diszkrét idejű jel

- megadására alkalmas lehet egy $s[k]$ függvény, mely a $k = 0$ pont előtt $-\infty$ értéket vesz fel.
- megadható egy rekurzív formulával.
- a diszkrét Dirac-delta függvény eltoltja.
- rekurzív formulája csak homogén differenciaegyenlet lehet.

- Egy SISO rendszer állapotegyenlete a következő:

$$\dot{x}_1(t) = -2x_1(t) - x_2(t) + 3s(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -2x_1(t) - 3x_2(t) - 2s(t)$$

$$y(t) = 4 \cdot x_1(t) + 2x_2(t) - s(t)$$

- A rendszermátrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -1 & 3 \\ -2 & -3 & -2 \\ 4 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.
- A rendszermátrix sajátértékei $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$.
- A λ_1 sajátértékhez tartozó Lagrange-mátrix $\mathbf{L}_1 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, a λ_2 -höz tartozó Lagrange-mátrix pedig $\mathbf{L}_2 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -6 & -1 \\ -2 & -7 \end{pmatrix}$.
- Az állapotokra vonatkozó homogén differenciálegyenlet megoldása a Lagrange-mátrixokkal kifejezhető, mint $e^{\mathbf{A}t} = e^{-\det(\mathbf{L}_1)t}(-4) + e^{-\det(\mathbf{L}_2)t}(-1)$.
- A bemenő jelet az állapotokkal összekötő vektor $\mathbf{B} = (3 \ -2)$, egy sorvektor.
- Mivel a rendszermátrix mindkét sajátértéke negatív, a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

- A diszkrét idejű rendszerek leírására alkalmas

- állapotegyenlet egy az állapotváltozó(k) közötti differenciaegyenlet(rendszer)ből és egy a forrásjel(ek) felhasználásával a kimeneti jeleket megadó egyenlet(rendszer)ből áll.
- rendszeregyenlet SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edrendű differenciaegyenlet.
- impulzusválasz és a bemeneti jel szorzata adja meg a kimenőjelet.
- rendszeregyenlet SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edfokú polinomegyenlet.
- impulzusválasza a frekvenciatartományban kiszámíthatóvá teszi a kimeneti jel viselkedését a frekvenciatartományban: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az impulzusválasz és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjainak szorzataként.
- átviteli karakterisztika az ugrásválasz függvény Fourier-transzformáltja.

- Egy rendszerünk leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(j\omega) = -16 \left(\frac{7 \cdot 10^3}{j\omega} \right) \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{6 \cdot 10^4}}{\left(1 + \frac{j\omega}{1 \cdot 10^3}\right) \left(1 + 0,1 \frac{j\omega}{2 \cdot 10^5} + \frac{j^2 \omega^2}{4 \cdot 10^{10}}\right)}$$

- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $\omega = 2$ krad/s körfrekvencián, amihez $\xi = 0,1/2$ tényező tartozik.
 - A rendszernek van egy zérusa az $\omega = 1$ krad/s körfrekvencián.
 - A rendszernek van egy pólusa az $\omega = 1$ krad/s körfrekvencián.
 - Az első, konstans tényező miatt a fáziskarakterisztikában 0° -os tag jelenik meg.
 - A második tényező miatt a fáziskarakterisztikában -90° -os tag jelenik meg, az amplitúdó-karakterisztika pedig egy -40 dB/D meredekségű tag jelenik meg, mely a tengelyt az $\omega = 7$ krad/s körfrekvencián metszi.
 - A zérus miatt az amplitúdó-karakterisztikában $+20$ dB/D-os tag jelenik meg az $\omega = 60$ krad/s körfrekvenciától kezdődően. Ez a tag az $\omega = 60$ krad/s körfrekvencián éppen 3 dB értéket vesz fel.
 - Az egyszeres pólus miatt az amplitúdó-karakterisztikában -20 dB/D-os tag jelenik meg az $\omega = 1$ krad/s körfrekvenciától kezdődően, a fáziskarakterisztikában pedig az $\omega = 1$ krad/s körfrekvenciától kezdve egy -45° /D meredekségű fáziseltolás jelenik meg.
 - A teljes amplitúdó- és fázismenet kiszámítható az egyes tényezők amplitúdó-, illetve fázisjárulékaiknak összegeként, ha decibelben számítjuk az amplitúdót és fokban a fázist.
- Egy az időtartományban T periódusidővel rendelkező periodikus gerjesztő jel
 - spektruma vonalás.
 - spektrumvonalainak távolsága $\omega = 2\pi/T$.
 - spektrumában $\omega = 2\pi/T$ lépésenként amplitúdóugrás lép fel.
 - hatására egy lineáris rendszer kimenetén szintén periodikus jel jelenik meg, melynek periódusideje megegyezik a gerjesztő jel periódusidejével.
 - felírható $\omega_k = k \cdot 2\pi/T$ körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként. Egy lineáris rendszeren a periodikus jelünk által kiváltott válaszjel kiszámítható az egyes ω_k körfrekvenciájú tagjainak hatásainak szuperpozíciójaként.