

Jelek és rendszerek : Zárthelyi

Név:

Összpontszám:

--	--	--

Neptun kód:

Aláírás:

Kitöltési útmutató: A feladatok megoldásánál azt kell eldönteni, hogy az üres négyzetekkel jelölt állítások közül melyik igaz, ill. hamis. *VIGYÁZAT: Előfordulhat több igaz vagy hamis állítás is!* A kitöltés módja a következő: Ha véleménye szerint az állítás igaz, a kis négyzetbe írjon nagy **I** betűt, ha pedig hamis, nagy **H** betűt. Minden jó találatért 2 pont, rossz válaszáért azonban -1 pont (azaz levonás) jár. Ha a négyzetbe nem ír választ, nem kap pontot. Ne használjon piros színű tollat!

- Egy folytonos idejű rendszer által egy adott $s(t)$ gerjesztőjelre adott válasz

kiszámítható a frekvenciatartományban, mint a gerjesztőjel $S(j\omega)$ Fourier-transzformáltjának és a rendszer $W(j\omega)$ átviteli karakterisztikájának a konvolúciója.

kiszámítható a rendszer állapotváltozóiból és a forrásjel(ek)ből az állapotegyenletek segítségével.

kiszámítható, mint az $s(t)$ gerjesztőjelenek és a rendszer $w(t)$ impulzusválaszfüggvényének a szorzata.

kauzális rendszer és belépő gerjesztőjel esetén belépőjel lesz.

mindig korlátos, ha a bemenő jel korlátos és a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

amplitúdója kiszámítható az amplitúdóra vonatkozó Bode-diagramból, ha ismerjük a bemenő jelet.

- Egy folytonos idejű rendszert az $S(s) = 6/(s + 5)$ Laplace-transzformálttal rendelkező jellel gerjesztjük, a rendszer leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(s) = \frac{4s^2 + 3}{s^2 + 8s + 12}$$

A rendszernek van egy zérusa az $s = -3/4$ komplex körfrekvencián.

A rendszernek van egy pólusa az $s = -6$ komplex körfrekvencián.

A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $s = 12$ komplex körfrekvencián, amihez $\xi = 8/2$ tényező tartozik.

A rendszer gerjesztés-válasz stabilis, mivel a zérusa negatív valós szám.

- A rendszer válaszáának Laplace-transzformáltja $Y(s) = (24s^2 + 18)/((s+2)(s+5)(s+6))$.
- A válasz az időtartományban az $y(t) = -2,5e^{-2t} + 34e^{-5t} - 31,5e^{-6t}$.
- A $\lim_{t \rightarrow 0^+} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény nullában $y(0^+) = 24$ értékkel kezdődik.
- A $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} sY(s)$ képlet alapján a válaszfüggvény $18/6$ -hoz közelít kellően hosszú idő elteltével.
- A teljes rendszer grafikus ábrázolásában legalább 3 integrátor elem van, mivel két állapotváltozó szükséges ahhoz, hogy 2 pólus legyen, egy integrátor pedig a viiszacsatoló ágba szükséges.

• Egy diszkrét idejű jel

- megadására alkalmas lehet egy $s[k]$ képlet, ahol $k \in \mathbb{Z}$.
- megadására alkalmas egy differenciálegyenlet.
- reprezentálhat egy fuzzy halmazt.
- a Heaviside-függvény néven ismeretes.

• Egy SISO rendszer állapotegyenlete a következő:

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -2x_1(t) - x_2(t) + 3s(t), \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_1(t) - 3x_2(t) - 2s(t), \\ y(t) &= 4x_1(t) + 2x_2(t) - s(t),\end{aligned}$$

- A rendszermátrix $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$.
- A rendszermátrix sajátértékei $\lambda_1 = \lambda_2 = -1$.
- A λ_1 sajátértékhez tartozó Lagrange-mátrix $\mathbf{L}_1 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} -3 & -1 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$, a λ_2 -höz tartozó Lagrange-mátrix pedig $\mathbf{L}_2 = \frac{1}{3} \cdot \begin{pmatrix} 6 & 1 \\ 2 & 7 \end{pmatrix}$.
- Az állapotokra vonatkozó homogén differenciálegyenlet megoldása a Lagrange-mátrixokkal kifejezhető, mint $e^{\mathbf{A}t} = e^{-\det(\mathbf{L}_1)t}(-4) + e^{-\det(\mathbf{L}_2)t}(-1)$.
- A bemenő jelet az állapotokkal összekötő vektor $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$, egy oszlopvektor.
- Mivel a rendszermátrix mindkét sajátértéke negatív, a rendszer gerjesztés-válasz stabilis.

- A diszkrét idejű rendszerek leírására alkalmas

- állapotegyenlet egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) közötti másodfokú differenciálegyenlet(rendszer)ből és egy a forrásjel(ek) és az állapotváltozó(k) felhasználásával a kimeneti jeleket megadó egyenlet(rendszer)ből áll.
- rendszeregyenlet SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edrendű differenciaegyenlet.
- ugrásválasznak és a bemeneti jelnek a konvolúciós integrálja adja meg a kimeneti jelet.
- rendszeregyenlet SISO rendszerek esetén egy a bemeneti jel és a kimeneti jel közötti n -edfokú polinomegyenlet.
- impulzusválasza a frekvenciatartományban kiszámíthatóvá teszi a kimeneti jel viselkedését a frekvenciatartományban: a kimeneti jel frekvenciatartománybeli alakja megkapható az impulzusválasz és a bemeneti jel Fourier-transzformáltjainak szorzataként.
- átviteli karakterisztika a súlyfüggvény konvolúciója.

- Egy rendszerünk leírható az alábbi átviteli karakterisztikával:

$$W(j\omega) = 15 \left(\frac{2 \cdot 10^3}{j\omega} \right) \cdot \frac{1 + \frac{j\omega}{5 \cdot 10^4}}{\left(1 + \frac{j\omega}{1 \cdot 10^3}\right) \left(1 + 1,1 \frac{j\omega}{3 \cdot 10^5} + \frac{j^2 \omega^2}{9 \cdot 10^{10}}\right)}$$

- A rendszernek van egy másodfokú póluspárja az $\omega = 3$ krad/s körfrekvencián, amihez $\xi = 1,1/2$ tényező tartozik.
- Az első, konstans tényező miatt a fáziskarakterisztikában 0° -os tag jelenik meg.
- A második tényező miatt a fáziskarakterisztikában -90° -os tag jelenik meg, az amplitúdókarakterisztika pedig egy -40 dB/D meredekségű tag jelenik meg, mely a tengelyt az $\omega = 2$ krad/s körfrekvencián metszi.
- A zérus miatt az amplitúdókarakterisztikában $+20$ dB/D-os tag jelenik meg az $\omega = 50$ krad/s körfrekvenciától kezdődően. Ez a tag az $\omega = 50$ krad/s körfrekvencián éppen 3 dB értéket vesz fel.
- Az egyszeres pólus miatt az amplitúdókarakterisztikában -20 dB/D-os tag jelenik meg az $\omega = 1$ krad/s körfrekvenciától kezdődően, a fáziskarakterisztikában pedig az $\omega = 1$ krad/s körfrekvenciától kezdve egy $-45^\circ/D$ meredekségű fáziseltolás jelenik meg.
- A teljes amplitúdó- és fázismenet kiszámítható az egyes tényezők amplitúdó-, illetve fázisjárulékaiknak összegeként, ha decibelben számítjuk az amplitúdót és fokban a fázist.
- A rendszernek van egy zérusa az $\omega = 1$ krad/s körfrekvencián.

A rendszernek van egy pólusa az $\omega = 1$ rad/s körfrekvencián.

• Egy az időtartományban T periódusidővel rendelkező periodikus gerjesztő jel

spektruma folytonos.

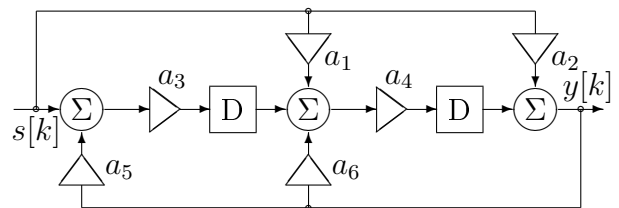
spektrumvonalainak hossza $\omega = 2\pi/T$.

Fourier-sorba fejthető.

hatására egy lineáris rendszer kimenetén szintén periodikus jel jelenik meg, melynek periódusideje megegyezik a gerjesztő jel periódusidejének egész számú többszörösével.

felírható $\omega_k = k \cdot 2\pi/T$ körfrekvenciájú tagok lineáris kombinációjaként. Egy lineáris rendszeren a periodikus jelünk által kiváltott válaszjel nemszámítható ki az egyes ω_k körfrekvenciájú tagjainak hatásainak szuperpozíciójaként, mivel érvényes a Golpalott-törvény.

• Az ábrán látható lineáris SISO rendszerről a következő állítások igazak, ha $a_1 = 0$, $a_2 = 0,5$, $a_3 = 0,3$, $a_4 = 1$, $a_5 = -0,6$, $a_6 = -0,8$. A hálózat bemenetén az $s[k]$ diszkrét gerjesztőjel, kimenetén pedig az $y[k]$ diszkrét kimenő jel van jelen.



Az állapotmátrix 2×2 -es.

A rendszeregyenlet $y[k] = -0,8y[k-1] - 0,18y[k-2] + 0,5s[k] + 0,3s[k-2]$.

A rendszer állapotmátrixa $\begin{pmatrix} 0 & -0,6 \\ 1 & -0,8 \end{pmatrix}$, ha x_1 állapot az első késleltető, x_2 állapot pedig a második késleltető után helyezkedik el.

Az állapotmátrix sajátértékei a $z(z + 0,8) + 0,6 = 0$ egyenlet megoldásai, azaz a $\lambda_1 = -0,4 + j0,663$ és a $\lambda_2 = -0,4 - j0,663$ komplex konjugált számpár.

A rendszer állapotmátrixának sajátértékei ugyanazok a számok lesznek, mint az átviteli karakterisztika zérusai.

A rendszer időinvariáns, de nem kauzális.