

**SZÉCHENYI ISTVÁN EGYETEM
AUTOMATIZÁLÁSI TANSZÉK**

Elektrotechnika jegyzet

Készítette: dr. Hodossy László főiskolai docens előadásai alapján Tomozi György

Győr, 2004.

Tartalomjegyzék

1. Hálózatok analízise	5
1.1. Egyenáramú hálózatok	5
1.1.1. Alapfogalmak:.....	5
1.1.2. Passzív és aktív elemek.....	5
1.1.2.1. Generátorok típusai.....	5
1.1.3. Hálózatszámítási törvények, módszerek.....	6
1.1.3.1. Ohm törvénye.....	6
1.1.3.2. Kirchhoff törvények.....	7
1.1.3.3. Ellenállásredukció.....	7
1.1.3.4. A Delta - Csillag átalakítás.....	8
1.1.3.5. A csillag- delta átalakítás.....	8
1.1.3.6. Áramosztó, feszültségosztó képlet.....	9
1.1.3.7. Csomóponti potenciálok módszere /CsPM/.....	10
1.1.3.8. Hurokáramok módszere /HÁM/.....	11
1.1.3.9. Szuperpozíció.....	11
1.1.4. Helyettesítő generátorok tétele.....	12
1.1.4.1. Thévenin-tétel.....	12
1.1.4.2. Norton-tétel.....	13
1.1.5. Kétpólusok teljesítménye és hatásfoka.....	13
1.1.5.1. Illesztések.....	13
1.2. Váltakozó áramú hálózatok	15
1.2.1. Szinuszos áramú hálózatok.....	15
1.2.1.1. A szinuszos mennyiség leírása.....	15
1.2.1.2. Egyszerű hálózatok.....	16
1.2.1.3. Szinuszos mennyiségek komplex leírása.....	18
1.2.1.4. Teljesítményszámítás, teljesítményillesztés.....	19
1.2.1.5. Az impedancia frekvenciafüggése.....	21
1.2.2. Háromfázisú hálózatok.....	26
1.2.2.1. Csillag – kapcsolat.....	28
1.2.2.2. Delta - kapcsolat.....	29
1.2.3. Periodikus áramú hálózatok.....	30
1.2.3.1. Középértékek.....	30
1.2.3.2. A periodikus jelek felbontása.....	31
1.2.3.3. A műszerek indikációja.....	32
1.3. Átmeneti jelenségek	32
1.3.1. Soros RC kör.....	32
1.3.2. Soros RL kör.....	35
2. A mágneses tér	36
2.1. Erőhatás két párhuzamos áramvezető között.....	36
2.2. Az áram mágneses tere.....	37
2.3. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció).....	37
2.4. A mágneses fluxus.....	38
2.5. A mágneses térerősség.....	38
2.6. A gerjesztési törvény (Maxwell IV.).....	39
2.6.1. A végtelen hosszú egyenes vezető mágneses tere.....	39
2.7. Lorentz - féle erő.....	40
2.8. Nyugalmi és mozgási indukció.....	40
2.8.1. Mozgási indukció.....	40
2.9. Önindukció, önindukciós tényező.....	41
2.10. Kölsönös indukció, kölcsönös inductivitás.....	42
2.11. A mágneses tér energiája.....	42
2.12. Mágneses tér anyagban.....	43
2.12.1. Alkalmazási példák.....	43
2.12.1.1. Egyenes tekercs /szolenoid/.....	43
2.12.1.2. Depréz rendszerű műszer.....	44
2.12.1.3. Lágyvasas műszer.....	45
2.12.1.4. Elektrodinamikus műszer.....	46

3.	Villamos tér.....	46
3.1.	Coulomb törvény.....	47
3.2.	Gauss - tétel.....	47
3.3.	A feszültség származtatása.....	48
3.4.	A kapacitás.....	48
4.	Villamos gépek.....	49
4.1.	Transzformátorok.....	49
4.1.1.	Egyfázisú transzformátorok.....	50
4.1.1.1.	Egyfázisú transzformátor szerkezete.....	51
4.1.1.2.	Helyettesítő kapcsolási vázlat.....	51
4.1.1.3.	Üresjárás.....	52
4.1.1.4.	Terhelés.....	53
4.1.1.5.	Rövidzárás.....	54
4.1.1.6.	Drop (százalékos rövidzárási feszültség).....	54
4.1.2.	Háromfázisú transzformátorok.....	55
4.1.2.1.	Csillag-csillag kapcsolású transzformátor.....	56
4.1.2.2.	Háromszög kapcsolású transzformátorok.....	56
4.1.3.	Transzformátorok párhuzamos üzeme.....	56
4.1.4.	Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok terheléseloszlása különböző drop esetén.....	57
4.1.5.	Különleges transzformátorok.....	57
4.1.5.1.	Takarékkapcsolású transzformátorok.....	57
4.1.5.2.	Mérőtranszformátorok.....	58
4.1.5.2.1.	Feszültségváltó.....	58
4.1.5.2.2.	Áramváltó.....	59
4.2.	Aszinkron gépek.....	60
4.2.1.	Szerkezet.....	60
4.2.2.	Működés (motor).....	60
4.2.2.1.	Kalickás motor.....	61
4.2.2.2.	Forgó mágneses tér.....	62
4.2.2.3.	Szlip (csúszás).....	63
4.2.2.4.	Teljesítmény viszonyok.....	64
4.2.2.5.	M-n jellőgörbe.....	65
4.2.2.6.	Helyettesítő kép.....	66
4.2.2.7.	Kördiagram.....	66
4.2.2.8.	Indítás.....	66
4.2.2.8.1.	Kalickás motorok.....	67
4.2.2.8.2.	Csúszógyűrűs motorok.....	68
4.2.2.8.3.	Mélyhornyú és kétkalickás motorok.....	68
4.2.2.9.	Fordulatszám változtatás.....	69
4.2.2.9.1.	Szlip változtatása.....	69
4.2.2.9.2.	Pólusszám változtatása.....	70
4.2.2.9.3.	Állórész-frekvencia változtatása.....	71
4.2.3.	Egyfázisú aszinkron motorok.....	71
4.2.4.	Segéd fázisú motorok.....	72
4.3.	Egyenáramú gépek.....	72
4.3.1.	Szerkezeti felépítés (motor, generátor).....	72
4.3.2.	Működés.....	73
4.3.3.	Armatúreakció.....	74
4.3.4.	Egyenáramú gépek osztályozása.....	75
4.3.4.1.	Külső gerjesztésű motor (párhuzamos is).....	76
4.3.4.2.	Soros gerjesztésű motor.....	76
4.3.4.3.	Vegyes gerjesztésű motor.....	78
4.3.5.	Fordulatszám változtatás.....	79
4.3.6.	Indítás.....	80
4.3.7.	Fékezés.....	81
4.3.7	Egyenáramú generátorok.....	82
4.3.7.1	Külső gerjesztésű generátor.....	83
4.3.7.2	Párhuzamos gerjesztésű generátor (Jedlik Ányos: öngerjesztés elve).....	85
4.3.7.3	Vegyes gerjesztésű generátor.....	86
4.3.7.4	Ward-Leonard hajtás.....	87
4.4.	Szinkrongépek.....	88

4.4.1.	Áramköri modell	88
4.4.2.	Generátor	89
4.4.3.	Motor	89
4.4.4.	Indítás (motorként)	90
5.	Áramirányítók	90
5.1.	Egyenirányítók	91
5.1.1.	1F1U1Ü – 1 fázisú 1 utas 1 ütemű kapcsolás	92
5.1.2.	1F1U2Ü (1 fázisú, 1 utas, 2 ütemű) egyenirányító	93
5.1.3.	1F2U2Ü (1 fázisú, 2 utas, 2 ütemű) egyenirányító	93
5.1.4.	3F1U3Ü (3 fázisú, 1 utas, 3 ütemű) egyenirányító	94
5.1.5.	3F2U6Ü 3 fázisú hídkapcsolás (GRAETZ)	95
5.1.6.	Terhelések	95
5.1.6.1.	Akkumulátor típusú terhelés	95
5.1.6.2.	Ohmos-induktív terhelés	96
6.	Teszt sor a középiskolában tanultak felelevenítésére	96

1. Hálózatok analízise

1.1. Egyenáramú hálózatok

1.1.1. Alapfogalmak:

- Az elektrotechnikában használatos legfontosabb alapegységek:
- Áramerősség:

Jele: I

Mértékegysége: Amper, pA, nA, μ A, mA, A, kA

- Feszültség:

Jele: U

Mértékegysége: Volt, μ V, mV, V, kV, MV

- Teljesítmény :

Jele: P

A villamos teljesítmény a következő képletekkel számítható:

$$P = U \cdot I = I^2 \cdot R = \frac{U^2}{R}$$

Mértékegysége: Watt, nW, mW, W, kW, MW, GW

- Ellenállás:

Jele: R

Az ellenállás a következő képletekkel számítható:

$$R = \frac{U}{I}$$

Mértékegységei: Ohm, m Ω , Ω , k Ω , M Ω , G Ω

$R = \frac{\rho \cdot l}{A}$, ahol ρ = fajlagos ellenállás, mértékegysége: $\left[\frac{\Omega \cdot \text{mm}^2}{\text{m}} \right]$, l = a vezető hossza, A = vezető keresztmetszete

Az ellenállás hőmérsékletfüggő: $R_{(\vartheta)} = R_0 \cdot [1 + \alpha \cdot (\vartheta - \vartheta_0)]$, ahol ϑ a hőmérséklet ($^{\circ}\text{C}$, $^{\circ}\text{K}$), α a hőmérsékleti tényező: $\pm \left(\frac{1}{^{\circ}\text{C}} \right)$

- Vezetés:

Jele: G

Mértékegysége: S (Siemens)

A vezetés az ellenállás reciproka, tehát

$$G = \frac{1}{R}$$

1.1.2. Passzív és aktív elemek

Az egyenáramú hálózatok passzív elemeket (ellenállás) és aktív elemeket (generátor) tartalmazhatnak.

1.1.2.1. Generátorok típusai

- Feszültséggenerátorok:

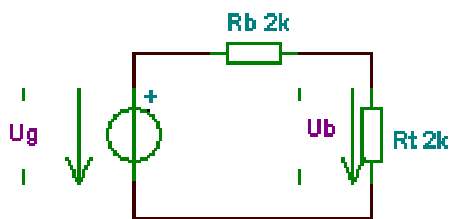
Jele:



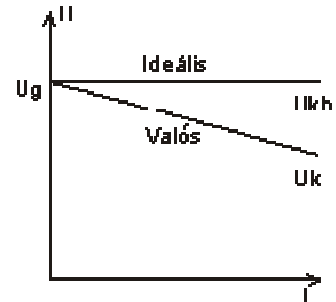
1. ábra

Megkülönböztetünk ideális és valós feszültséggenerátorokat.

Az ideális feszültséggenerátort a forrásfeszültséggel (U_g) jellemezhetjük. (A feszültségnyíl a pozitív sarktól a negatív felé mutat.) A valóságban a feszültséggenerátorok forrásfeszültsége nem állandó, ill. figyelembe kell vennünk még a generátor belső ellenállását is, nagyobb áram esetén ezen esik a feszültség.



2. ábra

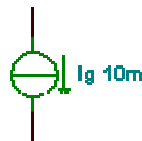


3. ábra

Áramkörünk akkor közelítene legjobban az ideálishoz, ha az R_b belső ellenállás értéke mérhetetlenül kis értékű lenne.

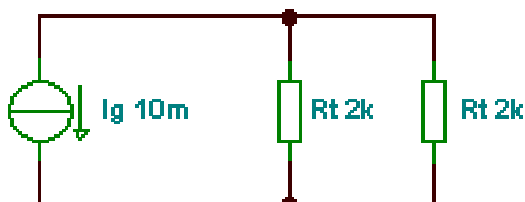
– **Áramgenerátorok:**

Jele:

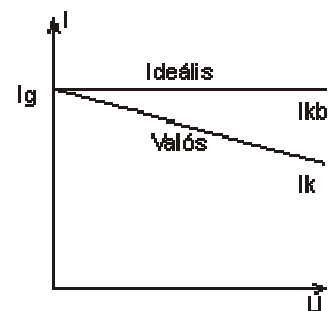


4. ábra

A feszültséggenerátorokhoz hasonlóan megkülönböztetünk valós és ideális áramgenerátorokat. A valós áramgenerátor forrásárama nem állandó, valamint modell készítésekor a belső ellenállást (R_b) is figyelembe kell venni.



5. ábra



6. ábra

1.1.3. Hálózatszámítási törvények, módszerek

1.1.3.1. Ohm törvénye

A feszültség, az áram és az ellenállás közötti összefüggést írja le.

Alakjai: $R = \frac{U}{I}, U = R \cdot I, I = \frac{U}{R}$.

1.1.3.2. Kirchhoff törvények

I. Csomóponti törvény: A csomópontba befolyó és kifolyó áramok összege 0.

$$\sum I_k = 0$$

II. Huroktörvény: Bármely hurokra a feszültségforrások algebrai összege 0.

$$\sum U_k = 0$$

Az egyenáramú hálózatokban fellépő jelenségek törvényszerűségeit a két Kirchhoff egyenlet írja le. Ezek szerint az áramok előjeles összege bármely csomópontra nulla, a feszültségek előjeles összege, pedig bármely hurokra nulla.

Az egyenlet felírása során minden áramhoz és feszültséghez előzetesen irányt rendelünk, az áram iránya megegyezik a pozitív töltések áramlási irányával, a feszültségek iránya pedig a nagyobb potenciálú helyről a kisebb potenciálú hely felé mutat. Amely mennyiség irányát nem ismerjük, arra önkényes referenci irányt veszünk fel. Az ellenállás áramára és feszültségére azonos irányt szokás felvenni.

Az alábbi képlettel megkapjuk, hogy hány független hurok ill. csomóponti egyenletet lehet felírni:

$$N_a = N_h + N_{cs} - 1$$

Ahol N_a az ágak száma, N_h a hurkok száma és N_{cs} a csomópontok száma.

Az Ohm és Kirchhoff törvények az egyenáramú hálózatokat elegendően jellemzik és alkalmazásukkal minden egyenáramú hálózatszámítási feladat megoldható.

1.1.3.3. Ellenállásredukció

Ha több ellenálláson, melyek egy ágban helyezkednek el, ugyanaz az áram folyik keresztül, akkor sorba vannak kapcsolva és eredőjük az alábbi módon számítható:

$$R_s = \sum R_k$$

Párhuzamosan kapcsoltnak nevezzük az ellenállásokat, ha rajtuk ugyanaz a feszültség lép fel, ilyenkor végpontjuk egy-egy csomóponthoz kapcsolódik, eredőjük az alábbi módon számítható:

$$\frac{1}{R_p} = \sum \frac{1}{R_n}$$

Két ellenállás esetén:

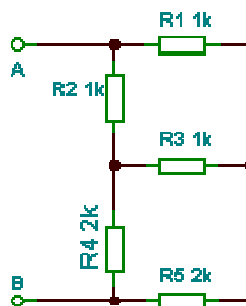
$$R_p = R_1 \times R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Több párhuzamosan kapcsolt ellenállás esetében az összefüggés értelemszerűen alkalmazandó.

$$R_p = [(R_1 \times R_2) \times R_3] \times \dots \times R_n$$

Először egyszerre mindig csak két ellenállásra alkalmazzuk a „repluszt”, majd utána sorban a többiekre.

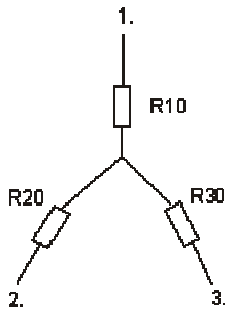
Példák:



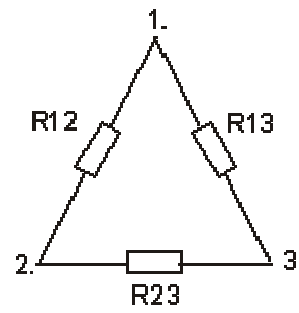
7. ábra

1.1.3.4. A Delta - Csillag átalakítás

Ezen áramkör eredőjének számítása nem megoldható soros és párhuzamos kapcsoláshoz használatos képletekkel, itt az ún. csillag - delta átalakításra van szükség.



8. ábra



9. ábra

A csillag- és a deltakapcsolás leggyakrabban az erősáramú hálózatokban fordul elő.

A két kapcsolás kölcsönösen átalakítható egymásba: a csillagkapcsolás deltakapcsolássá és viszont. A delta - csillag átalakításkor úgy kell megválasztani a csillagkapcsolás R_{10} , R_{20} és R_{30} elemeit, hogy a hálózat többi része szempontjából egyenértékű legyen az R_{12} , R_{13} és R_{23} ellenállások alkotta deltakapcsolás, azaz bármelyik két kapocs között ugyanakkora legyen az ellenállás, miközben a harmadik kapocs árammentesnek tekintjük. Ily módon az alábbi három egyenlethez jutunk:

$$\text{I. } R_{10} + R_{20} = R_{12} \times (R_{23} + R_{13}) = \frac{R_{12}(R_{23} + R_{13})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{II. } R_{20} + R_{30} = R_{23} \times (R_{13} + R_{12}) = \frac{R_{23}(R_{13} + R_{12})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

$$\text{III. } R_{10} + R_{30} = R_{13} \times (R_{12} + R_{23}) = \frac{R_{13}(R_{12} + R_{23})}{R_{12} + R_{13} + R_{23}}$$

Az első és a harmadik egyenlet összegéből a másodikat kivonva $2R_{10}$ értékének kifejezését kapjuk. Hasonlóan fejezhetjük ki a másik két csillagellenállást is.

$$R_{10} = \frac{R_{12} \cdot R_{13}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{20} = \frac{R_{12} \cdot R_{23}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{30} = \frac{R_{13} \cdot R_{23}}{R_{DELTA}}$$

$$R_{delta} = R_{12} + R_{13} + R_{23}$$

1.1.3.5. A csillag- delta átalakítás

Hasonlóképpen számítható:

$$R_{12} = \frac{R_{10} \cdot R_{20}}{R_{CSILLAG}}$$

$$R_{13} = \frac{R_{10} \cdot R_{30}}{R_{CSILLAG}}$$

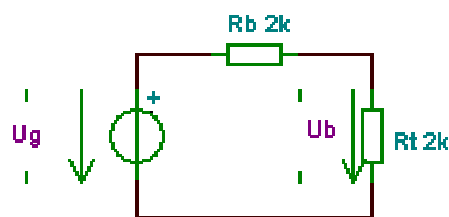
$$R_{23} = \frac{R_{20} \cdot R_{30}}{R_{CSILLAG}}$$

$$\frac{1}{R_{CSILLAG}} = \frac{1}{R_{10}} + \frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{30}}$$

Az itt leírt módszerekkel tetszőleges elrendezésű ellenállás hálózat eredője bármelyik két pólusára nézve meghatározható.

1.1.3.6. Áramosztó, feszültségosztó képlet

– Feszültségosztó



10. ábra

Két sorba kapcsolt ellenállás részfeszültségei a feszültségosztó képlettel számíthatók:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

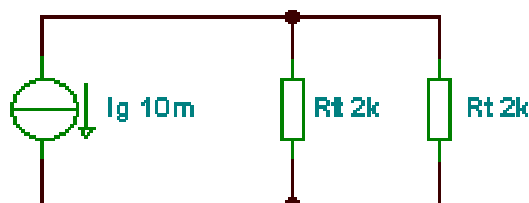
és

$$U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Illetve általános alakban:

$$U_k = U \cdot \frac{R_k}{\sum_{i=1}^n R_i}$$

– Áramosztó



11. ábra

Két párhuzamosan kötött ellenállás részáramai a következő képlettel számíthatók:

$$I = I_1 + I_2 \Rightarrow I_1 = I - I_2 \Rightarrow R_1 \cdot I_1 = R_2 \cdot I_2$$

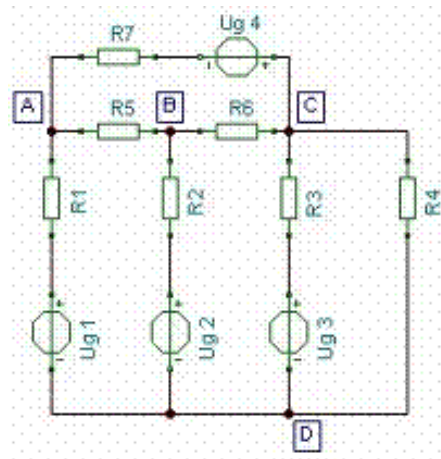
$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{R_{EREDŐ} (kivéve R_1)}{R_1 + R_{EREDŐ}} I$$

1.1.3.7. Csomóponti potenciálok módszere /CsPM/

A módszer alap gondolata a következő. Valamely hálózatban folyó áramok nagysága független attól, hogy a hálózatnak egy tetszőleges csomópontja mekkora potenciálon van egy tetszőleges külső, a hálózattal konduktív kapcsolatban nem lévő ponthoz képest. Ennek következtében a hálózat egyik csomópontjának potenciálját önkényesen felvehetjük, pl. nullának tekinthetjük. Ha az áramokat az Ohm törvényből kiszámítjuk, vagyis az ág által összekötött két csomópont potenciáljának különbségét az ág ellenállásával elosztjuk és ezekkel az áramokkal a csomóponti egyenleteket felírjuk, akkor $N_{cs}-1$ független egyenletet kapunk. Ezen egyenletek megoldása $N_{cs}-1$ potenciált eredményez. Minthogy az N -ik csomópont potenciálját önkényesen felvehetjük, a feladatot megoldottuk, hiszen minden csomópont potenciálját ismerjük és az áramokat az Ohm törvényből számíthatjuk. A csomóponti potenciálok meghatározásánál természetesen a hálózatot tápláló generátorokat is figyelembe kell venni.

A módszer alkalmazását egy példán keresztül mutatjuk be.



12. ábra

Ágak száma: 7

Csomópontok száma: 4 (D-be 4 vezeték fut bel!)

Független hurkok száma: 4

Ág = $N_h + N_{cs} - 1$

Az ismeretlennek tekintett csomóponti potenciálok:

$U_A; U_B; U_C; U_D;$

Legyen: $U_D=0!!!$

A csomóponti egyenleteket felírva a csomópontokra:

$$A: \frac{U_A - U_{g1}}{R_1} + \frac{U_A + U_{g4} - U_C}{R_7} + \frac{U_A - U_B}{R_5} = 0$$

$$B: \frac{U_B - U_{g2}}{R_2} + \frac{U_B - U_A}{R_5} + \frac{U_B - U_C}{R_6} = 0$$

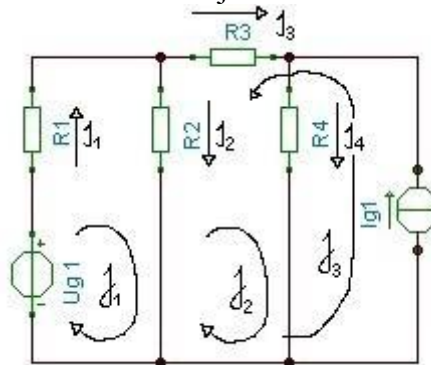
$$C: \frac{U_C - U_{g3}}{R_3} + \frac{U_C}{R_4} + \frac{U_C - U_{g4} - U_A}{R_7} + \frac{U_C - U_B}{R_6} = 0$$

Az egyenletrendszer megoldása az $U_A; U_B; U_C$ csomóponti potenciálokat szolgáltatja.

Figyelem! Ha $R_1 = 0 \Rightarrow U_A = U_{g1}$

1.1.3.8. Hurokáramok módszere /HÁM/

A módszer alkalmazását egy példán keresztül mutatjuk be.



13. ábra

A hálózatban kijelöltük a független hurkokat és ezekben felvettünk olyan fiktív hurokáramokat (J_1, J_2, J_3), amelyek e hurkoknak megfelelő zárt körben folynak az ellenállásokon és generátorokon keresztül. Az ágáramok ezen hurokáramok eredőjeként foghatók fel.

$$\begin{aligned} I_1 &= J_1 \\ I_2 &= J_1 - J_2 + J_3 \\ I_3 &= J_2 - J_3 \\ I_4 &= J_2 \\ I_{g1} &= J_3 \end{aligned}$$

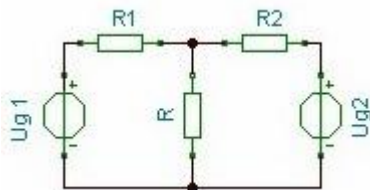
A hurokáramok a hurok egyenletekből határozhatók meg:

$$\begin{aligned} -U_{g1} + R_1 J_1 + R_2 (J_1 - J_2 + J_3) &= 0 \\ R_2 (-J_1 + J_2 - J_3) + R_4 J_2 &= 0 \\ J_3 &= I_{g1} \end{aligned}$$

Az egyenletrendszer megoldásával nyert J_1, J_2, J_3 hurokáramok segítségével az ágáramok már könnyen számíthatók.

1.1.3.9. Szuperpozíció

A szuperpozíció olyan eljárás, amelynek során a hatásokat egyenként vizsgáljuk, majd ezek előjelhelyes eredőjét képezzük. A módszer alkalmazását egy példa kapcsán mutatjuk be.



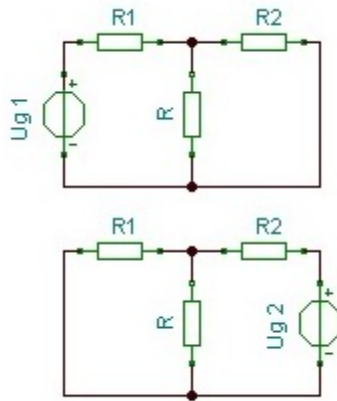
14. ábra



15. ábra

Feltétel: csak lineáris elemekből állhat a hálózat

Egyszerre mindig csak egy generátor hatását vizsgáljuk, a másikat dezaktivizáljuk (hatástalanítjuk), azaz feszültséggenerátor helyére rövidzárát, áramgenerátor helyére szakadást képzelünk.



16. ábra

A fentiek alapján az alábbi összefüggések írhatók fel:

$$I'_R = I'_1 \cdot \frac{R_2}{R + R_2}$$

$$I''_R = I''_2 \cdot \frac{R_1}{R + R_1}$$

$$I'_1 = \frac{U_{g1}}{R_1 + R \times R_2}$$

$$I''_2 = \frac{U_{g2}}{R_2 + R \times R_1}$$

és végül

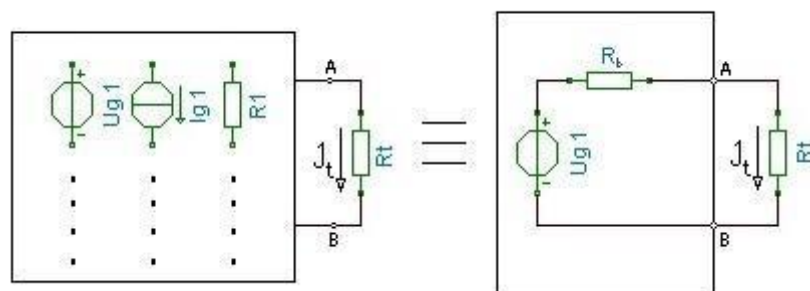
$$I = I'_R + I''_R$$

1.1.4. Helyettesítő generátorok tétele

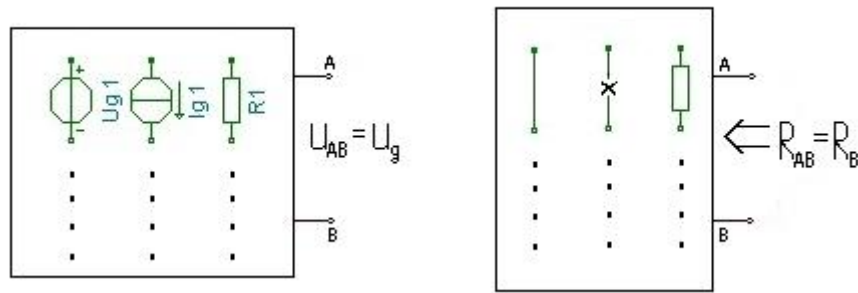
A tétel értelmében bármely hálózat egy kiválasztott ágára nézve helyettesíthető akár egy feszültséggenerátor és egy ellenállás soros kapcsolásával, akár egy áramgenerátor és egy ellenállás párhuzamos kapcsolásával. Az előbbit Thévenin tételének, az utóbbit Norton tételének szokás nevezni.

1.1.4.1. Thévenin-tétel

A feszültséggenerátoros vagy Thévenin-féle helyettesítő képet akkor alkalmazzuk, ha a terhelő ellenállás jóval nagyobb a belső ellenállásnál. A gyakorlatban ezzel találkozhatunk gyakrabban.



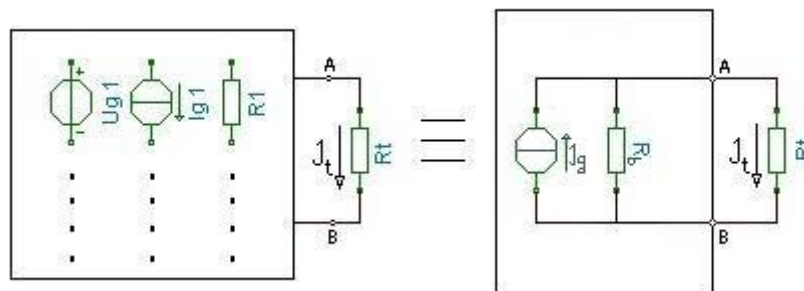
17. ábra



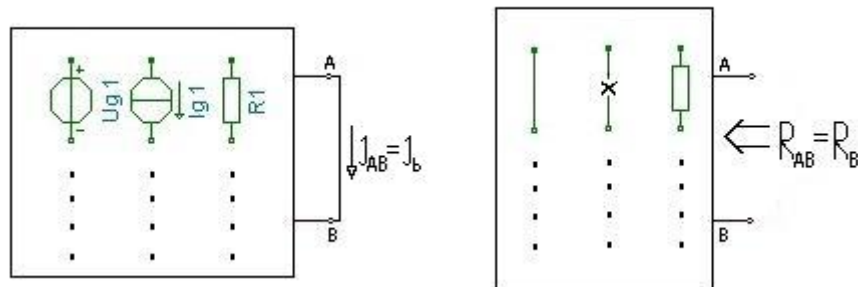
18. ábra

1.1.4.2. Norton-tétel

Áramgenerátoros vagy Norton féle helyettesítő képet használunk akkor, ha a terhelő ellenállás sokkal kisebb, mint a belső ellenállás.



19. ábra

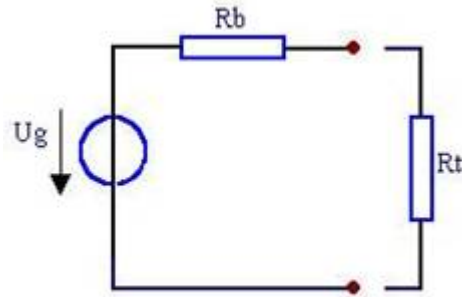


20. ábra

1.1.5. Kétpólusok teljesítménye és hatásfoka

1.1.5.1. Illesztések

A valóságos feszültség- és áramforrások belső ellenállása a terhelő ellenálláshoz képest nem mindig elhanyagolható. A valóságos aktív kétpólusok által szolgáltatott teljesítménynek csak egy része hasznosítható a terhelésen, más része a belső ellenálláson vesz el. Tekintsük a 21. ábra szerinti egyszerű áramkört. Thévenin tétele értelmében minden hálózat ilyen alára redukálható, tehát e hálózaton nyert eredményeink általános érvényűek.



21. ábra

A körben folyó áram:

$$I = \frac{U_g}{R_b + R_t}$$

És a terhelésre jutó teljesítmény:

$$P = I^2 \cdot R_t = U_g^2 \cdot \frac{R_t}{(R_b + R_t)^2}$$

Az aktív kétpólus hatásfoka:

$$\eta = \frac{P_{\text{hasznos}}}{P_{\text{hasznos}} + P_{\text{veszteség}}} = \frac{I^2 \cdot R_t}{I^2 (R_b + R_t)} = \frac{R_t}{R_b + R_t}$$

Vizsgáljuk meg, hogy mi a feltétele annak, hogy az aktív kétpólus a legnagyobb teljesítményt szolgáltatassa, tehát keressük meg a $P=f(R_t)$ függvény maximumát. A függvény szélső értéke ott van, ahol:

$$\frac{dP}{dR_t} = U_g^2 \cdot \frac{(R_b + R_t)^2 - 2(R_b + R_t) \cdot R_t}{(R_b + R_t)^4} = 0$$

Vagyis ahol:

$$(R_b + R_t)^2 = 2 \cdot (R_b + R_t) \cdot R_t$$

Illetve:

$$R_b + R_t = 2 \cdot R_t$$

Azaz:

$$R_t = R_b$$

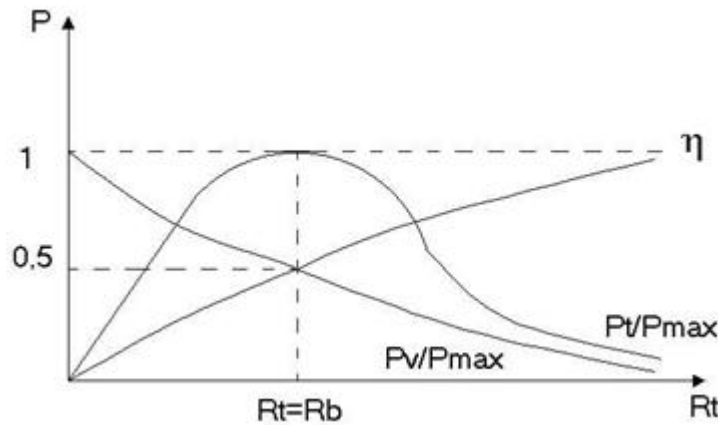
Ez az egyetlen szélsőérték hely. a $P = f(R_t)$ folytonos függvény $0 \leq R_t < \infty$ intervallumában. Az intervallum $R_t = 0$ és $R_t = \infty$ határain $P = 0$, minden más R_t értéknél pozitív, amiből következik, hogy a szélsőérték maximum. A legnagyobb teljesítmény tehát:

$$P_{\text{max}} = \frac{U_g^2}{4R_b}$$

És a hatásfok:

$$\eta = \frac{R_b}{2R_b} = 0,5$$

Az ábra az aktív kétpólus teljesítményét, veszteségét és hatásfokát mutatja a terhelés függvényében.



22. ábra

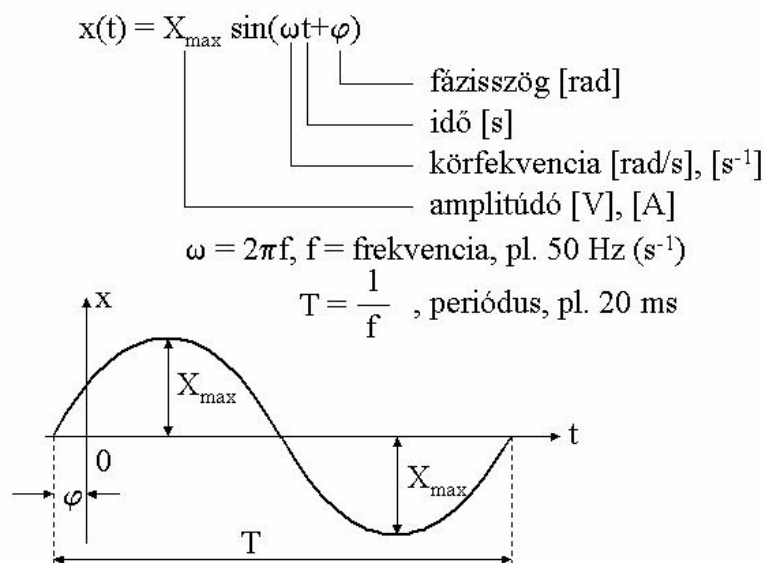
1.2. Váltakozó áramú hálózatok

1.2.1. Szinuszos áramú hálózatok

Ebben a fejezetben a hálózatszámítás legfontosabb problémakörét tárgyaljuk: az időben szinuszosan változó forrásfeszültségű ill. forrásáramú generátorok hatására létrejövő állandósult áramok és feszültségek számítását, amelyek ugyancsak szinuszos lefolyásúak.

1.2.1.1. A szinuszos mennyiség leírása

Az időben állandó mennyiségeket nagy betűvel jelöljük, az időben változó mennyiségeket, pedig kis betűvel.



23. ábra

Az ábrán látható szinuszos jelet három adat jellemez: az amplitúdója \hat{U} , a periódusideje T és a kezdőfázisa φ . Például feszültség esetén matematikailag a következőképpen adhatjuk meg a szinuszos jelet:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t + \varphi\right) [V]$$

A gyakorlatban a csúcserték helyett inkább az effektív értéket használják, amely szinuszos jel esetén:

$$U_{\text{eff}} = \frac{\hat{U}}{\sqrt{2}}$$

A periódusidő reciproka a frekvencia:

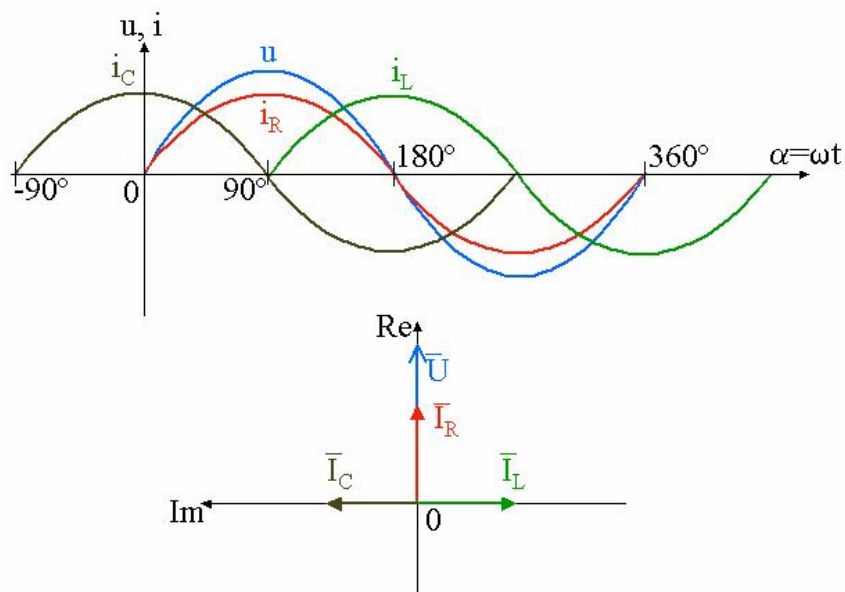
$$f = \frac{1}{T} [\text{Hz}]$$

Célszerű bevezetni az $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} \left[\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$ definícióval a körfrekvenciát, így a szinuszosan változó feszültséget a következő alakban is meg lehet adni:

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) = \sqrt{2} \cdot U \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi)$$

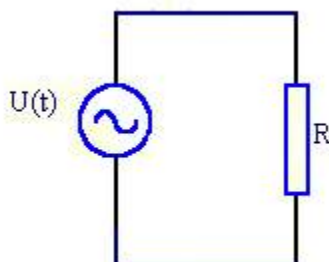
1.2.1.2. Egyszerű hálózatok

A szinuszos forrásfeszültségű generátorra kapcsoljunk rendre egy ellenállást, egy induktivitást és egy kondenzátort. A generátor feszültségét $u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ alakban adjuk meg. Írjuk fel rendre a körben folyó áramokat:



24. ábra

– **Ellenállás esetén:**

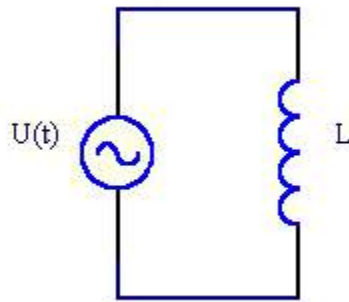


25. ábra

$$u(t) = \hat{U} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$i_R(t) = \frac{u(t)}{R} = \frac{\hat{U}}{R} \cdot \sin(\omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

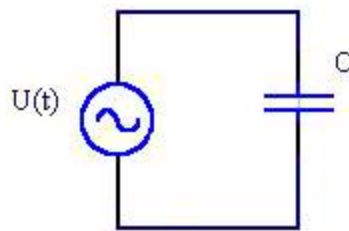
– **Induktivitás esetén:**



26. ábra

$$i_L(t) = \frac{1}{L} \int u \cdot dt = \frac{\hat{U}}{L \cdot \omega} \cdot (-\cos \omega \cdot t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2})$$

– **Kondenzátor esetén:**



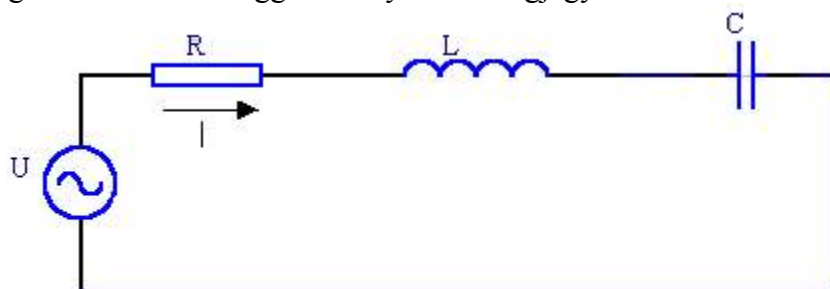
27. ábra

$$i_C(t) = C \cdot \frac{du}{dt} = C \cdot \omega \cdot \hat{U} \cdot \cos \omega \cdot t = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t + \frac{\pi}{2})$$

Tehát az ellenállás árama a feszültséggel fázisban van / $\varphi = 0$ /, a kondenzátoré $\frac{\pi}{2}$ -vel siet

/ $\varphi = \frac{\pi}{2}$ /, a tekercs pedig $\frac{\pi}{2}$ -vel késik / $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ / a feszültséghez képest.

A CIVIL szó segítségével ez az összefüggés könnyebben megjegyezhető.



28. ábra

$$i(t) = \hat{I} \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$u(t) = u_R + u_L + u_C = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int idt$$

Könnyen belátható, hogy több ágat tartalmazó hálózat esetén a számítás egyre hosszadalmasabb és körülményesebb, ezért célszerűnek látszik más módszert választani a számításokhoz, amellyel könnyen és gyorsan kapunk szemléletes eredményt. Éppen ezért nagy jelentőségű a komplex algebrát felhasználó ún. szimbolikus módszer, amelyet a következő szakaszban ismertetünk.

1.2.1.3. Szinuszos mennyiségek komplex leírása

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 = -1$$

$$x = \pm\sqrt{-1}$$

Ismeretes, hogy egy Z komplex szám algebrai ill. exponenciális alakja:

$$\bar{z} = x \pm jy = z \cdot e^{\pm j\varphi}$$

A két alak közti kapcsolatot az Euler-reláció adja meg:

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi$$

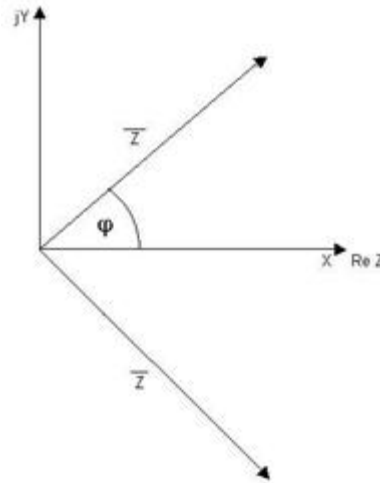
$$x = \operatorname{Re} \cdot \bar{z} = z \cdot \cos \varphi$$

$$\text{Így } y = \operatorname{Im} \cdot \bar{z} = z \cdot \sin \varphi$$

$$z = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$$

A komplex számot a komplex számsíkon vektorával szoktuk ábrázolni.



29. ábra

$$\bar{z} = x + jy = z(\cos \varphi + j \sin \varphi) = z \cdot e^{j\varphi}$$

*Komplex konjugált z^** : azonos abszolút értékű, de ellentétes előjelű a fázisszöge

$$\bar{z}^* = x - jy = z(\cos \varphi - j \sin \varphi) = z \cdot e^{-j\varphi}$$

$$\bar{z}_1 + \bar{z}_2 = (x_1 + jy_1) + (x_2 + jy_2) = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2)$$

$$\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2} = \frac{z_1}{z_2} [\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 - \varphi_2)] = \frac{z_1}{z_2} \cdot e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)}$$

$$\bar{z}_1 \cdot \bar{z}_2 = z_1 \cdot z_2 [\cos(\varphi_1 + \varphi_2) + j \sin(\varphi_1 + \varphi_2)] = z_1 \cdot z_2 \cdot e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}$$

Bevezetve az $\bar{u}_{(t)} = \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)}$ komplex időfüggvényt, segítségével megadhatunk egy szinuszosan változó mennyiséget is:

$$u = \hat{U} \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi) = \operatorname{Re} \bar{u}$$

Maga az \bar{u} komplex pillanatérték egy olyan vektor, amelynek hossza \hat{U} , pillanatnyi szöge $(\omega t + \varphi)$, és ω szögsebességgel forog pozitív irányban. Az \bar{u} valós pillanatérték e körben forgó vektor vetülete a valós tengelyre.

Képezzük az $\bar{u}_{(t)}$ függvény deriváltját illetve integráltját:

$$\frac{d\bar{u}}{dt} = j \cdot \omega \cdot \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = j \cdot \omega \cdot \bar{u}$$

$$\int \bar{u} dt = \frac{1}{j} \cdot \hat{U} \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = \frac{1}{j\omega} \cdot \bar{u}$$

azaz a deriválás $j\omega$ -val való szorzást, az integrálás $j\omega$ -val való osztást jelent.

Vezessük be a komplex csúcserték és komplex effektív érték fogalmát a következőképpen:

$$\bar{\hat{U}} = \hat{U} \cdot e^{j\varphi}, \bar{U} = U \cdot e^{j\varphi} \text{ azaz } \bar{U} = \frac{\bar{\hat{U}}}{\sqrt{2}}$$

A szinuszos mennyiséget a komplex effektív értékének vektorával ábrázoljuk.

1.2.1.4. Teljesítményszámítás, teljesítményillesztés

Az előző fejezetben már utaltunk arra, hogy az egyenáramú hálózatszámításnál megismert módszerek, tételek alkalmazhatóak a szinuszos áramú hálózatoknál is.

Egyedüli kivétel a teljesítményszámítás.

A feszültség és az áram pillanatnyi értékének szorzata a pillanatnyi teljesítmény.

– **Ohmos ellenállás esetén:**

$$U_{(t)} = U_m \sin \omega \cdot t$$

$$I_{(t)} = \frac{U_m \cdot \sin \omega t}{R} = I_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

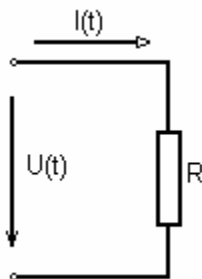
$$P_{(t)} = U_{(t)} \cdot I_{(t)} = U_m \cdot I_m \cdot \sin \omega \cdot t = 2 \cdot U \cdot I \cdot \sin^2 \omega \cdot t$$

$$\sin^2 \omega \cdot t = \frac{1 - \cos 2\omega \cdot t}{2}$$

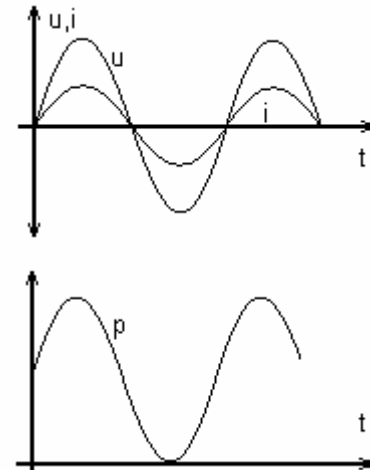
$$P_{(t)} = U \cdot I \cdot (1 - \cos 2\omega \cdot t) = P \cdot (1 - \cos 2\omega \cdot t)$$

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt$$

$$P = U_R \cdot I_R \text{ (hatásos teljesítmény)}$$



30. ábra



31. ábra

– **Induktivitás esetén:**

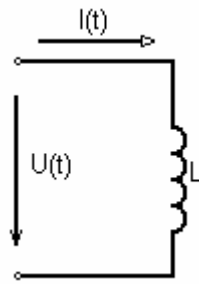
$$i_{(t)} = I_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$u_{(t)} = U_m \cdot \cos \omega \cdot t = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)} = 2UI \sin \omega t \cdot \cos \omega t = 2P \cdot \sin \omega \cdot t \cdot \cos \omega \cdot t$$

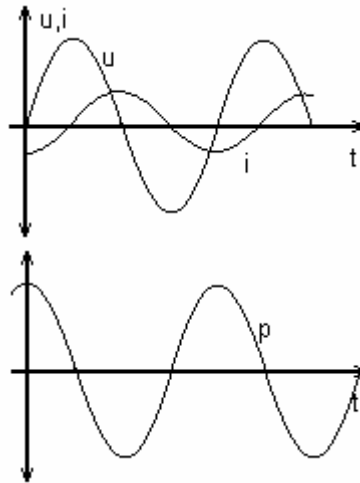
$$\sin x \cdot \cos x = \frac{\sin^2 x}{2}$$

$$P_{(t)} = U \cdot I \cdot \sin 2\omega \cdot t$$



32. ábra

$$P = U_L \cdot I_L \text{ (meddő teljesítmény, munkát nem végez)}$$



33. ábra

– **Kapacitás esetén:**

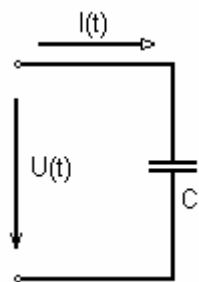
$$i_{(t)} = I_m \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$u_{(t)} = \frac{1}{C} \cdot \int i dt = -U_m \cos \omega \cdot t$$

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)} = -2U \cdot \cos \omega \cdot t \cdot I \cdot \sin \omega \cdot t$$

$$P_{(t)} = -P \cdot \sin 2\omega \cdot t$$

$$P = -U_C \cdot I_C \text{ (meddő teljesítmény)}$$



34. ábra

– **Általában:**

$$P_{(t)} = u_{(t)} \cdot i_{(t)}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi \text{ [W] (hatásos teljesítmény)}$$

$\cos \varphi$: teljesítménytényező

$$Q = U I \sin \varphi \text{ [VAR] (meddő teljesítmény)}$$

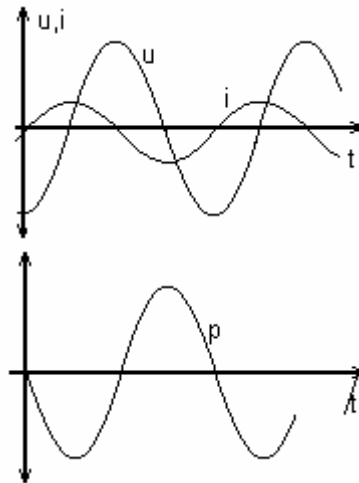
$$S = U \cdot I \text{ [VA] (Látszólagos teljesítmény)}$$

$$\bar{S} = \bar{U} \cdot \bar{I}^* = U I e^{j\varphi} = U I (\cos \varphi + j \sin \varphi) = S (\cos \varphi + j \sin \varphi) = P + jQ \text{ [VA] (komplex teljesítmény)}$$

$$P=UI\cos\varphi= S \cos\varphi=RI^2$$

$$Q=UI\sin\varphi= S \sin\varphi=XI^2$$

$$S=UI =ZI^2$$



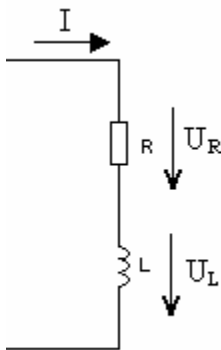
35. ábra

Teljesítményillesztés esetén a maximális teljesítmény kifejezése most is:

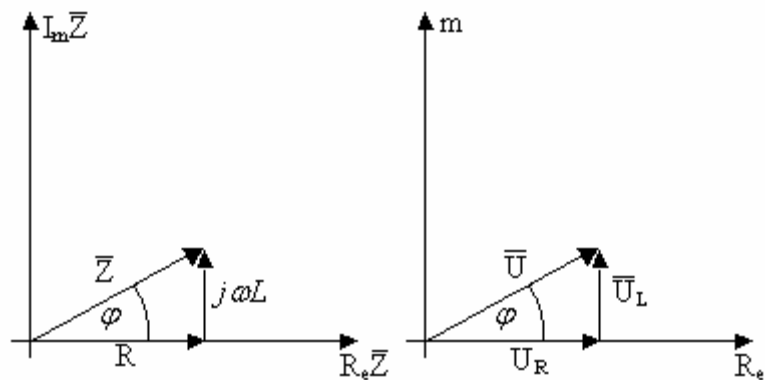
$$P = \frac{U_g^2}{4R_b}$$

ilyenkor $\bar{Z}_t = \bar{Z}_b^* = R_b - jX_b$ vagyis a terhelő impedancia a belső impedancia konjugáltja. A hatásfok ekkor 50%.

1.2.1.5. Az impedancia frekvenciafüggése



36. ábra



37. ábra

A gyakorlatban gyakran szükséges, hogy valamely passzív kétpólus impedanciájának frekvenciafüggését ismerjük. Például, ha egy erősítőt már illesztettünk úgy, hogy a teljesítmény maximális legyen, azt veszszük észre, hogy a lejátszott zene mégsem lesz az „igazi”. Ez azért van, mert az erősítőnk csak egy bizonyos frekvenciatartományban adja le a kívánt teljesítményt, a többi frekvenciatartományt kevésbé erősíti. Vizsgáljuk meg az alábbi ábrán látható soros **RL** kapcsolást.

Az impedancia komplex kifejezése:

$$\bar{Z} = R + j\omega L$$

Az impedancia abszolút értéke és fázisszöge:

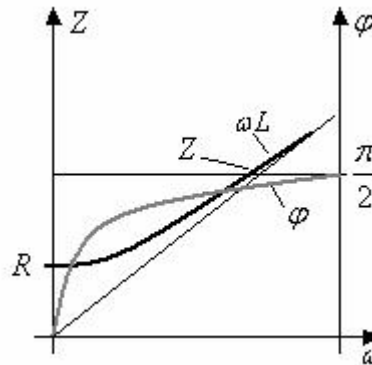
$$Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$$

$$\varphi = \arctg \frac{\omega L}{R}$$

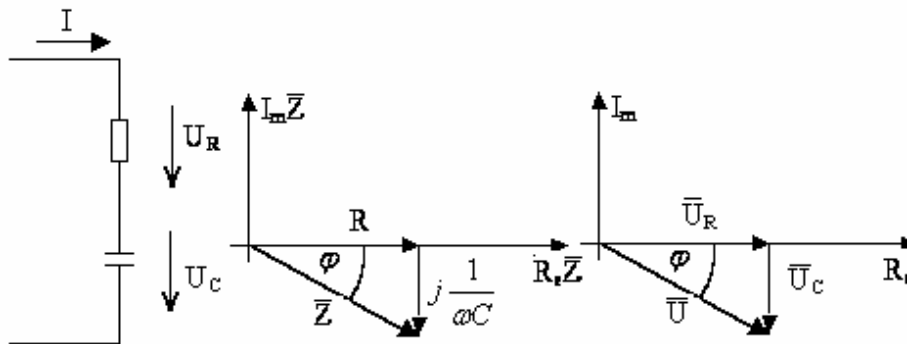
Vizsgáljuk meg $\omega = 0$ és $\omega \rightarrow \infty$ esetén ezen kifejezéseket

$$\begin{aligned} Z_{(\omega=0)} &= R & Z_{(\omega \rightarrow \infty)} &= \infty \\ \varphi_{(\omega=0)} &= 0 & \varphi_{(\omega \rightarrow \infty)} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

A Z és φ változását ω függvényében az alábbi ábra mutatja.



38. ábra



39. ábra

Az előzőekhez hasonlóan vizsgáljuk meg a soros **RC** kör impedanciáját is.

Az impedanciára vonatkozó összefüggések:

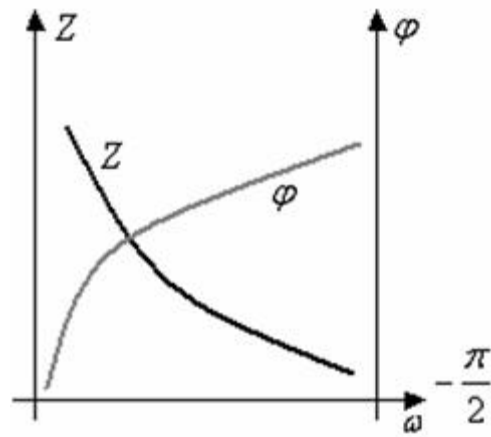
$$\bar{Z} = R + \frac{1}{-j\omega C} = R - j \frac{1}{\omega C}$$

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$$

$$\varphi = -\arctg \frac{1}{\omega RC}$$

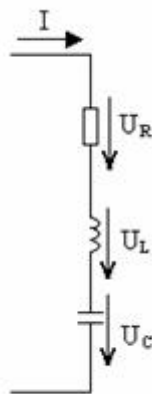
$$\begin{aligned} Z_{(\omega=0)} &\rightarrow \infty & Z_{(\omega \rightarrow \infty)} &= R \\ \varphi_{(\omega=0)} &\rightarrow -\frac{\pi}{2} & \varphi_{(\omega \rightarrow \infty)} &= 0 \end{aligned}$$

A megfelelő görbék az alábbi ábrán láthatók.



40. ábra

Vizsgáljunk meg most egy soros **RLC** kört.



41. ábra

Az előzőekhez hasonlóan írjuk fel a kör eredő impedanciáját.

$$\bar{Z} = R + j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$

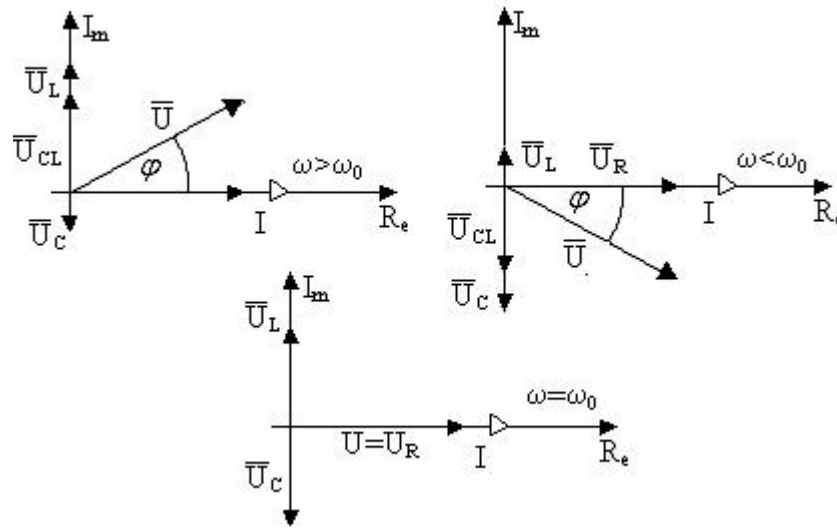
Az impedancia abszolút értéke és fázisszöge:

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\varphi = \operatorname{arctg} \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}$$

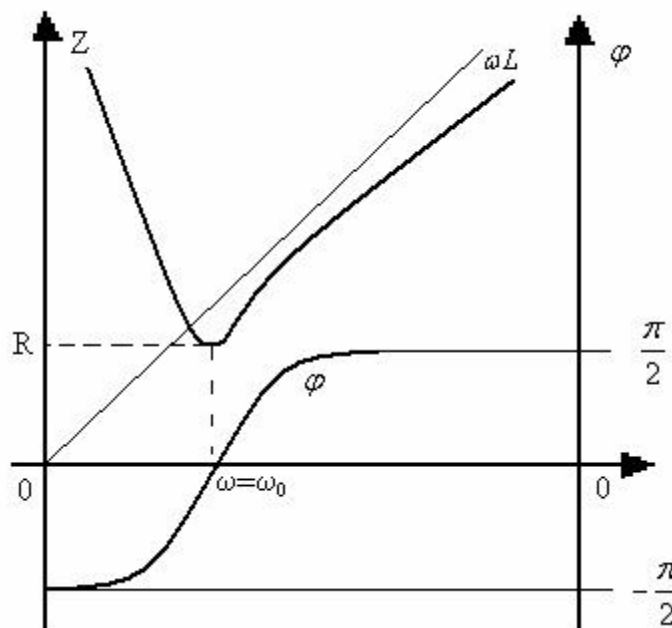
Igen jellegzetes az a frekvencia, ahol:

$$\omega L - \frac{1}{\omega C} = 0, \text{ azaz } \omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$



42. ábra

ahol ω_0 az úgynevezett rezonancia körfrekvencia. $\omega < \omega_0$ esetén a soros rezgőkör kapacitív jellegű, $\omega > \omega_0$ esetén pedig induktív jellegű, míg $\omega = \omega_0$ esetén tiszta ellenállásként viselkedik.



43. ábra

Az R ellenállás általában valamilyen veszteséget reprezentál, ez többnyire a tekercs vesztesége. A rezgőkör ideális esetben ($R=0$), akkor rezonancia esetén $Z_0 = 0$ lenne, vagyis tetszőlegesen kis feszültség hatására végtelen nagy áram lépne fel.

A valóságban mindig van veszteség (a tekercs Ohmos tagja miatt), de a kialakuló maximális áram így is jelentős lehet.

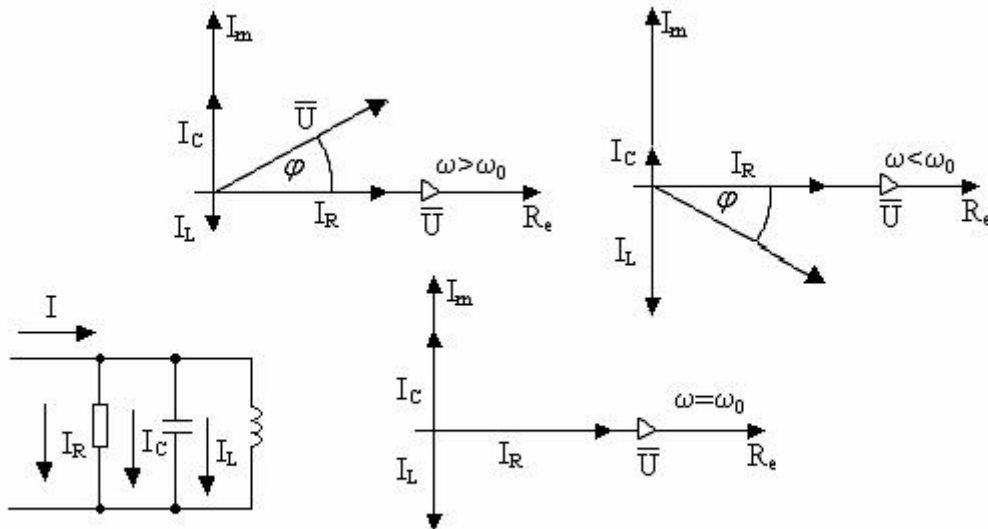
Az ideális állapot megközelítésének jellemzésére használjuk a Q_0 jósági tényezőt.

Definíciószerűen:

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R} = \frac{1}{\omega_0 RC} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

Q_0 annál nagyobb, minél kisebb az R értéke, vagyis minél jobb a rezgőkör.

A következő ábrán egy tiszta párhuzamos rezgőkör látható, illetve az áramok és feszültségek vektorábrái különböző frekvenciákon.



44. ábra

Ebben a kapcsolásban a viszonyok teljesen hasonlóak, mint a soros rezgőkör esetében, csak az impedancia és az admittancia, ill. a feszültség és áram szerepe cserélődik fel.

Az admittancia

$$\bar{Y} = \frac{1}{R} + j\omega C + \frac{1}{j\omega L} = \frac{1}{R} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)$$

ennek abszolút értéke és fázisszöge:

$$Y = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}$$

$$\varphi = \arctg\left(\omega CR - \frac{R}{\omega L}\right)$$

Az $\omega C - \frac{1}{\omega L} = 0$ feltételből

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

az antirezonáns körfrekvencia.

A rezonancia jósági tényezőt az alábbi alakban célszerű definiálni:

$$Q_0 = \frac{R}{\omega_0 L} = \omega_0 RC$$

ez ismét annál nagyobb, minél jobb a rezgőkör.

A párhuzamos rezgőkör veszteségeit a tekercsel sorba kötött ellenállással is figyelembe lehet venni (valóságos tekercs belső ellenállása).

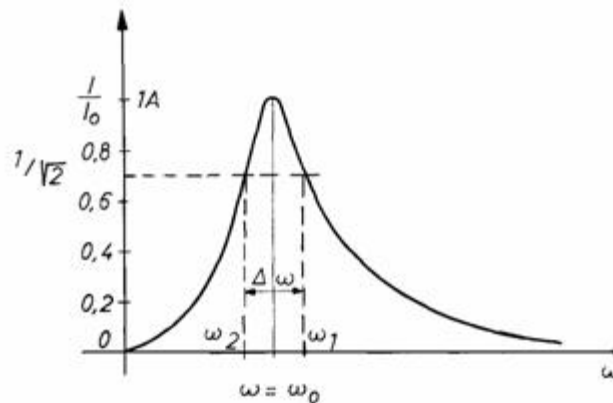
A rezgőkörök jóságát nemcsak a Q_0 jósági tényezővel, hanem $\Delta\omega$ sávszélességgel is szokásos jellemezni.

Ha $\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, soros rezgőkör esetén az áramerősség és így a veszteség is maximális. Legyen ω_1 és

ω_2 az a két körfrekvencia, melyen a veszteség a felére csökken, vagyis az áramerősség a $\sqrt{2}$ -ed része a maximálisnak. A sávszélesség ekkor:

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{\omega_0}{Q_0}$$

$$I_{(\omega_1)} = I_{(\omega_2)} = \frac{I}{\sqrt{2}} I_{\omega_0}$$



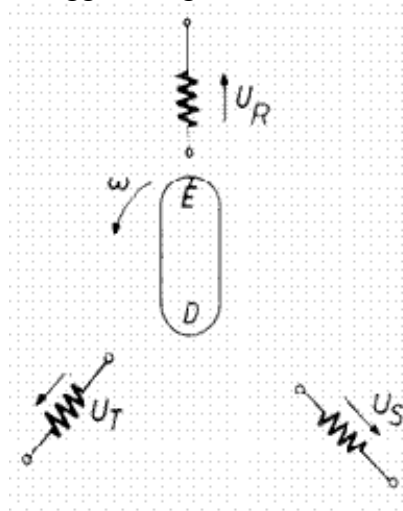
45. ábra

Az áram helyébe természetesen az impedancia is írható.

1.2.2. Háromfázisú hálózatok

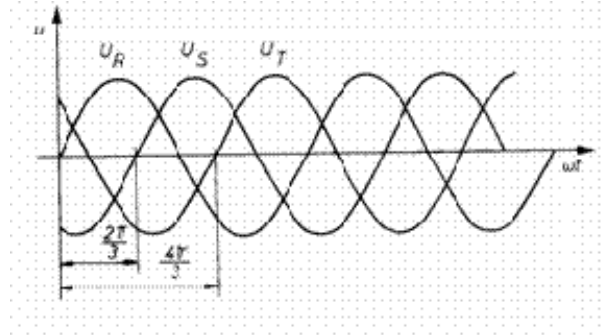
A többfázisú rendszerek a váltakozó áramú hálózatok egy típusát képviselik. Gyakorlati fontosságuk indokolja külön tárgyalásukat. Az erőművekben a villamos energiát háromfázisú formában állítják elő, és így szállítják tovább a nagyfeszültségű hálózatok segítségével. A háromfázisú rendszer mellett használatos még a kétfázisú is (kisebb motorok), valamint a 6 és 12 fázisú (egyenirányítás), de ezek gyakorlati jelentősége jóval kisebb. A többfázisú rendszerekben egymáshoz képest eltérő fázisú, de azonos frekvenciájú váltakozó feszültségek és áramok mérhetők.

Szimmetrikus háromfázisú feszültséget pl. úgy állíthatunk elő, hogy három egyforma tekercset helyezünk el a térben úgy, hogy azok egymáshoz képest 120° -ra vannak és ezek terében egy állandó mágnessel forgatunk állandó szögsebességgel. A tekercsekben azonos amplitúdójú, de egymáshoz viszonyítva 120° -os fáziseltérésű feszültségek indukálódnak, ha a tekercsek közé helyezett mágnes, vagy a mágneses mezőben elhelyezett tekercsek állandó szögsebességgel forognak.



46. ábra

Az alábbi ábra mutatja a szimmetrikus háromfázisú feszültségek időfüggvényeit.



477. ábra

Ha feltételezzük, hogy a tekercsekben szinuszos lefolyású feszültségek indukálódnak, akkor időfüggvényeik rendre:

$$U_1 = U_M \cdot \sin \omega t$$

$$U_2 = U_M \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

$$U_3 = U_M \sin\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)$$

A komplex effektív értékek:

$$\bar{U}_1 = U$$

$$\bar{U}_2 = U \cdot e^{-j\frac{2\pi}{3}}$$

$$\bar{U}_3 = U \cdot e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

A rövidebb írásmód kedvéért célszerű bevezetni a következő egységvektort.

$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} = -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}$, ezzel a feszültségek így is felírhatók.

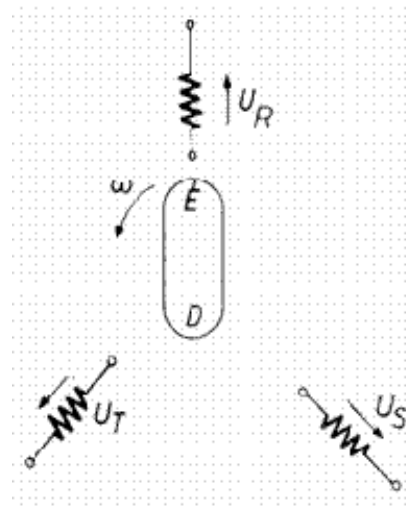
$$\bar{U}_1 = U$$

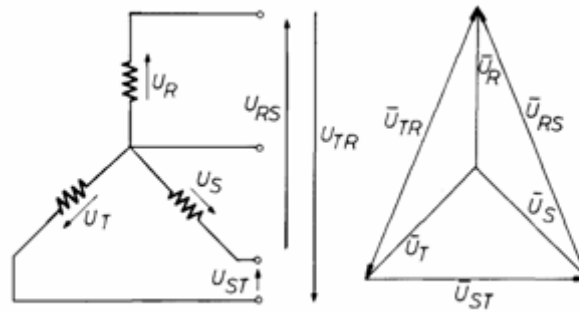
$$\bar{U}_2 = a^2 U$$

$$\bar{U}_3 = a U$$

Az a vektor tulajdonságából következik, hogy szimmetrikus esetben $\bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{U}_3 = 0$.

Háromfázisú feszültség előállítás:

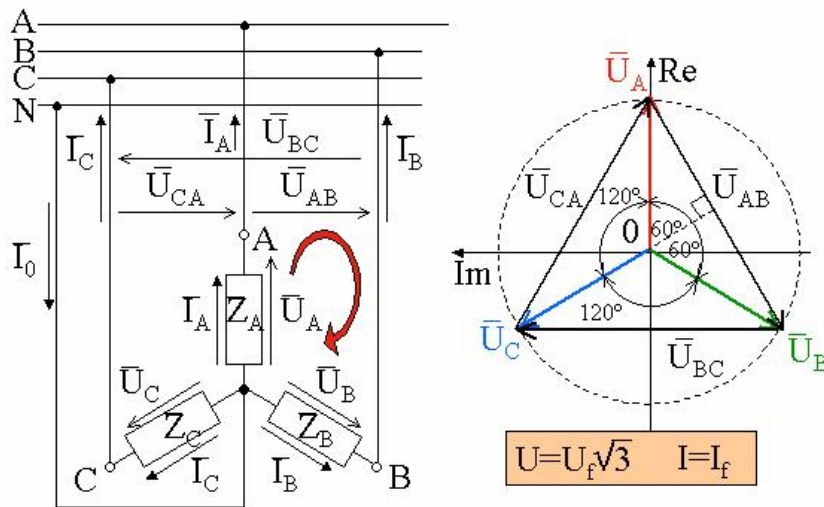




48. ábra

Az ábra tekercseit kétféleképpen szokás összekapcsolni. Az egyik esetben a tekercseknek az egyik végpontját kapcsoljuk össze, így jön létre az ún. csillag - kapcsolás.

1.2.2.1. Csillag – kapcsolás



49. ábra

A három tekercs közösített pontja a csillagpont, melyet rendszerint földelnek, nulla potenciálúvá tesznek. A csillag - kapcsolású rendszerben a fogyasztókat is csillagba kapcsolják. A generátor energiáját négy vezetéken juttatjuk a fogyasztókhoz. A generátor és a fogyasztók csillagpontját összekötő vezeték a nulla vezeték. A generátor fázistekercseinek másik kivezetéseit a fogyasztókkal kapcsolják össze. A fázisvezetékek és a nulla vezeték között mérhetők a fázisfeszültségek:

$$U_1 = U_2 = U_3 = U_f .$$

Két fázisvezeték között a vonalfeszültség mérhető pl.: a fenti ábra a lapján.

$$\begin{aligned} \bar{U}_{12} &= \bar{U}_1 - \bar{U}_2 \\ \bar{U}_{23} &= \bar{U}_2 - \bar{U}_3 \\ \bar{U}_{31} &= \bar{U}_3 - \bar{U}_1 \end{aligned}$$

A vonalfeszültségek hasonlóan a fázisfeszültségekhez – egymáshoz képest 120°-os fáziseltérésben vannak. Amplitúdójuk, ill. effektív értékük azonos. Az ábra alapján belátható, hogy:

$$U_{12} = U_{23} = U_{31} = U_V = \sqrt{3} \cdot U_f .$$

Az ábra alapján az is látható, hogy csillag - kapcsolás esetén a vezetékeken ugyanaz az áram folyik, mint a fázisokban, azaz a vonaláramok megegyeznek a fázisáramokkal.

Ha a csillag - kapcsolású fogyasztó aszimmetrikus és a nulla vezetéknek számottevő ellenállása van (esetleg elszakad), a terhelés csillagpontja s a generátor csillagpontja között feszültség mérhető. Ez az ún. csillagpont eltolódás jelensége. A csillagpont eltolódásának komplex feszültségét Millmann tételével határozhatjuk meg.

$$\bar{U}_0 = \frac{\bar{Y}_1 \bar{U}_a + \bar{Y}_2 \bar{U}_b + \bar{Y}_3 \bar{U}_c}{\bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3 + \bar{Y}_0}, \text{ ahol } \bar{Y} \text{ érték a terhelő admittanciák, } \bar{Y}_0 \text{ a nulla vezeték admittanciája és } \bar{U}$$

értékek a generátoroldali szimmetrikus fázisfeszültségek.

A terhelő admittanciák feszültségei az alábbiak szerint határozhatók meg:

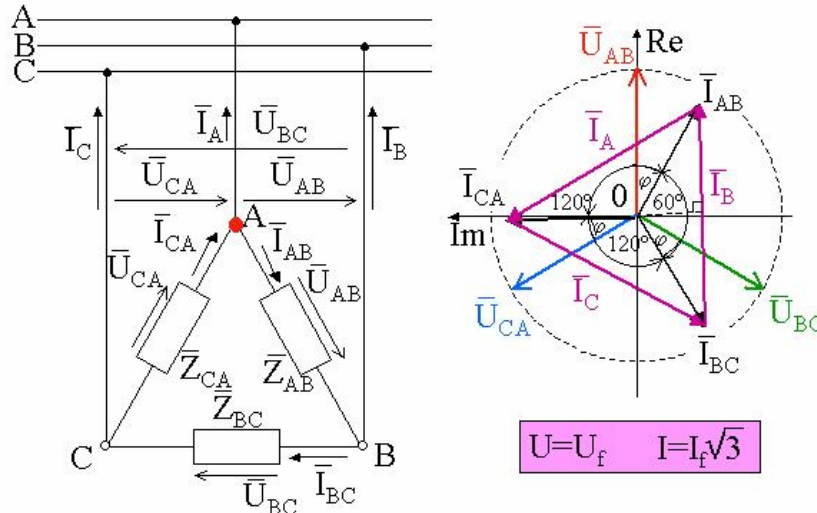
$$\bar{U}_1 = \bar{U}_a - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_2 = \bar{U}_b - \bar{U}_0$$

$$\bar{U}_3 = \bar{U}_c - \bar{U}_0$$

1.2.2.2. Delta - kapcsolás

A három tekercs másik gyakori kapcsolási módja az ún. háromszög - vagy delta - kapcsolás.



50. ábra

Ebben a kapcsolásban a fázisfeszültségek egyben a vonalfeszültséget is adják: $U_v = U_f$.

A csillag - kapcsolás vektorábrája a delta - kapcsolásra is igaz, ha a feszültségek helyére áramokat írunk. Ebből az analógiából következik, hogy szimmetrikus áramrendszer esetén, amikor $I_1 = I_2 = I_3 = I_f$ és $I_{12} = I_{23} = I_{31} = I_v$. A vonali áramok és fázisáramok kapcsolata $I_v = \sqrt{3} \cdot I_f$, ahol a vonali áramokat az

$$\bar{I}_{12} = \bar{I}_1 - \bar{I}_2$$

$$\bar{I}_{23} = \bar{I}_2 - \bar{I}_3$$

$$\bar{I}_{31} = \bar{I}_3 - \bar{I}_1$$

összefüggésekből határozhatjuk meg.

A háromfázisú teljesítmények

Egy háromfázisú fogyasztó teljesítménye a fázisteljesítményekből határozható meg:

$\Sigma P = P_1 + P_2 + P_3$, ahol $P_1 = U \cdot I_1 \cdot \cos \varphi$; P_1 az 1. fázis hatásos teljesítménye. Szimmetrikus esetben delta és csillag kapcsolás esetén egyaránt a fázisteljesítmények egyenlők, így

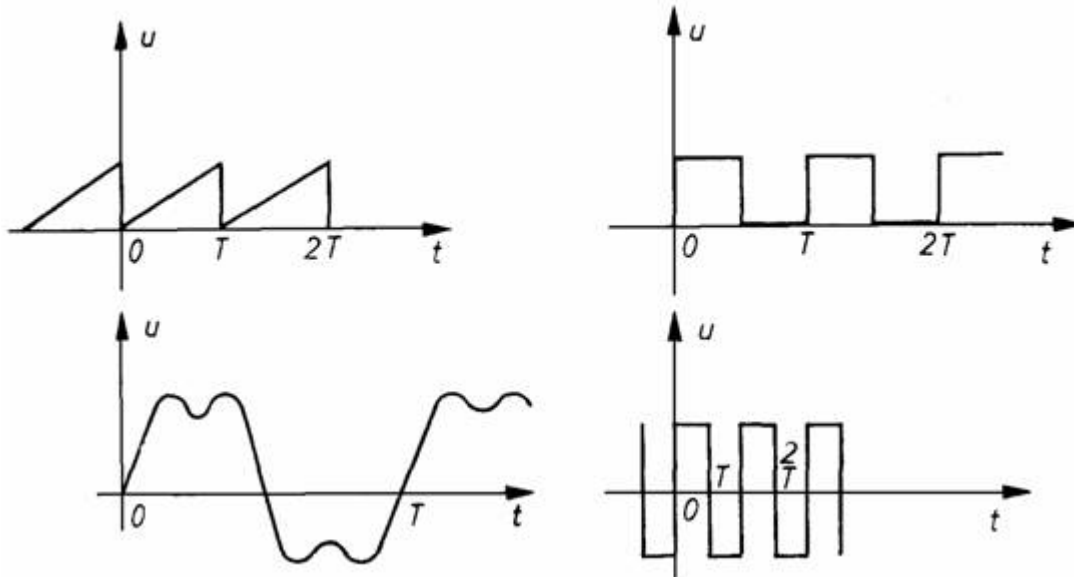
$\Sigma P = 3P_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \cos \varphi$, ill. vonali mennyiségekre átvérve $\Sigma P = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \cos \varphi$. Hasonló eredményt kapunk a meddőteljesítményekre is: $\Sigma Q = 3Q_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v \cdot \sin \varphi$, ill. a látszólagos teljesítményre $\Sigma S = 3S_f = 3 \cdot U_f \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot U_v \cdot I_v$. Ha a fogyasztói impedanciák nem egyenlők, vagy ha a generátor fázisfeszültségei nem alkotnak szimmetrikus rendszert, a háromfázisú rendszer aszimmetrikussá válik. Ilyenkor a teljes rendszert kell vizsgálni. Teljesen általános aszimmetrikus feszültségrendszer esetén az ún. szimmetrikus összetevők módszerével több szimmetrikus feszültségrendszerre bontjuk szét az aszimmetrikus rendszert, és ezzel számolunk tovább.

1.2.3. Periodikus áramú hálózatok

Az előző fejezetben a periodikus jelek legegyszerűbb és leggyakrabban előforduló típusával, a szinuszosan változó mennyiségekkel foglalkoztunk. Szinuszos jelet állítanak elő az erőművi generátorok és szinuszos folyamatok vizsgálatára vezethető vissza az általánosabb periodikus folyamatok vizsgálata is. Általánosabb periodikus változású forrásmennyiség esetén az áramok és feszültségek ugyancsak periodikusak lesznek állandósult állapotban, és periódusidejük megegyezik a forrásmennyiség periódusidejével, de alakjuk nem egyezik meg a forrásmennyiségével. Következik ez abból, hogy szinuszos jel deriváltja és integráltja is szinuszos, valamint különböző kezdőfázisú szinuszos mennyiségek összege ismét szinuszos mennyiség. Más függvények esetén (kivéve az exponenciális függvényt) ezek a megállapítások nem érvényesek.

Egy függvény periodikus, ha teljesül, hogy $f(t)=f(t+nT)$, $n=0, 1, 2, \dots$

Néhány, a gyakorlatban előforduló periodikus jelet mutat az alábbi ábra:



51. ábra

1.2.3.1. Középértékek

A periodikus mennyiséget az egy periódusra értelmezett függvény jellemzi. Gyakorlati szempontból elegendő lehet néhány jellemző adat, így pl. a különböző középértékek megadása. Az alábbiakban ezeket foglaljuk össze áram esetén.

Az egyszerű középérték az egy periódusra vonatkozó átlag.

$$I_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i dt$$

I_a az abszolút középérték, amely az áram abszolút értékének egyszerű középértéke.

$$I_a = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |i| dt$$

A négyzetes középérték vagy effektív érték az egy periódusra vonatkozó négyzetes középérték:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 dt}$$

Két alapjellemező tényezőt szoktak definiálni. A k_f formátényező az effektív érték és az abszolút középérték hányadosa.

$$k_f = \frac{I}{I_a} \geq 1,$$

a k_M csúcstényező a csúcserték és az effektív érték hányadosa:

$$k_M = \frac{\hat{I}}{I} \geq 1$$

– **Feszültség esetén ugyanezen középértékek:**

Egyszerű középérték:

$$U_e = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T u_{(t)} dt$$

Abszolút középérték:

$$U_a = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T |u| dt$$

Négyzetes középérték vagy effektív érték a jel négyzetének a periódusátlagából vont négyzetgyök.

$$U = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T u^2 dt}$$

– **Alakjellemező tényezők:**

Formatényező:

$$k_f = \frac{U}{U_a} \geq 1$$

Csúcs tényező:

$$k_M = \frac{\hat{U}}{U} \geq 1$$

Torzítási tényező:

$$k_d = \frac{I_1}{I}$$

Klirr - faktor:

$$k = \frac{\sqrt{I^2 - I_1^2}}{I}$$

Természetesen sem a középértékek, sem az alaktényezők nem határozzák meg egyértelműen a periodikus mennyiség lefolyását.

1.2.3.2. A periodikus jelek felbontása

A periodikus folyamatok vizsgálatának egy lehetséges módja az ún. Fourier - analízis. Legyen $f(t)$ egy periodikus függvény, amelynek periódusideje T , a hozzá tartozó körfrekvencia ω . Az $f(t)$ függvény végtelen tagszámú szinuszos és koszinuszos függvények összegével előállítható.

$f(t) = F_0 + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots + B_1 \sin \omega t + \dots$, tömörebb formában:

$$f_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t),$$

ahol

$$F_0 = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \cos k\omega t dt$$

$$B_k = \frac{2}{T} \cdot \int_0^T f_{(t)} \cdot \sin k\omega t dt$$

A Fourier - sor az alábbi formában is felírható:

$$F_{(t)} = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \cos(k\omega t + \varphi_k),$$

ahol

$$F_k = \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$$\varphi_k = \arctg\left(\frac{B_k}{A_k}\right)$$

A Fourier - analízis lehetővé teszi a periodikus áramú hálózatok számítását a szinuszos áramú hálózatokkal kapcsolatban megismert technikával. A periodikus jelet szinuszos és koszinuszos összetevőkre bontva a szuperpozíció elv alapján történik a számítás. Ehhez ismerni kell a $k\omega$ frekvenciához tartozó impedanciákat. Ezeket a szokásos módon számíthatjuk, csak az induktivitások impedanciáját $jk\omega L$, a kondenzátorok impedanciáját pedig $\frac{1}{jk\omega C}$ alakban kell helyettesítenünk.

A periodikus jelek hatásos teljesítménye egyenlő az egyes harmonikusok hatásos teljesítményének összegével.

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k \cdot I_k \cdot \cos \varphi_k = U_0 I_0 + U_1 I_1 \cos \varphi_1 + U_2 I_2 \cos \varphi_2 + \dots$$

Definíciószerűen a meddő teljesítményre is hasonló összefüggés írható fel.

1.2.3.3. A műszerek indikációja

A műszerek kalibrálása: Szinuszos jel effektív értéke

Lágyvasas és elektrodinamikus műszerek kitérése: a jel négyzetével arányos effektív értékre érzékenyek.

Deprez - műszer (állandó mágneses)

= állásban: egyszerű középérték

~ állásban: abszolút középérték

Szinuszos esetben:

$$k_f = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = 1,11$$

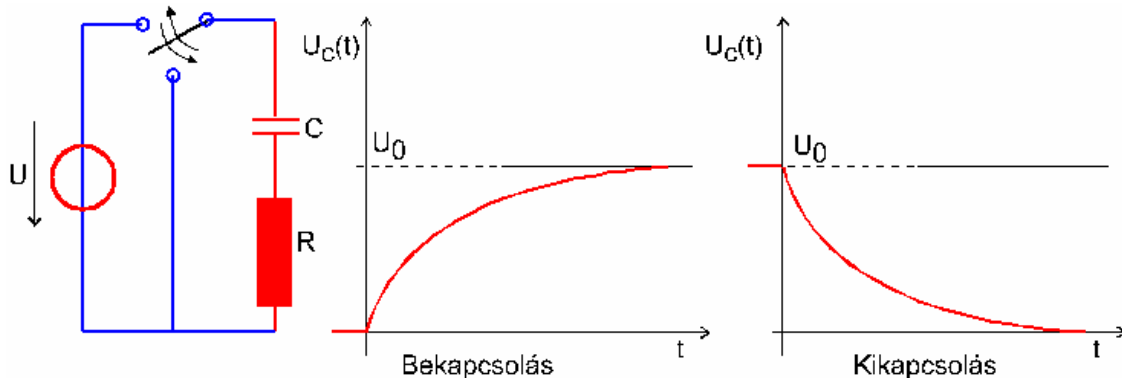
$$I_{\text{Deprez}} = k_f I_a$$

$$I_a = \frac{I_{\text{Deprez}}}{k_f} = 0,9 I_{\text{Deprez}}$$

1.3. Átmeneti jelenségek

1.3.1. Soros RC kör

Kapcsoljunk egy soros RC körre U egyenfeszültséget (a bekapcsolás előtt a kondenzátor töltésmentes volt).



52. ábra

– Bekapcsolás

A folyamatot az alábbi összefüggésekkel lehet követni:

$$U_R + U_C = U_g$$

$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i dt = U_g$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} = -\frac{i}{C}$$

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$$

Időállandó: $\tau = RC [s]$

$$\ln|i| = -\frac{t}{\tau} + K$$

$$i = e^{-\frac{t}{\tau} + K} = e^{-\frac{t}{\tau}} \cdot e^K$$

Kezdeti feltétel: $t = 0, i = \frac{U_g}{R}$

$$\frac{U_g}{R} = e^K$$

A körben folyó áram:

$$i = \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Az ellenállás feszültsége:

$$U_R = R \cdot i = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

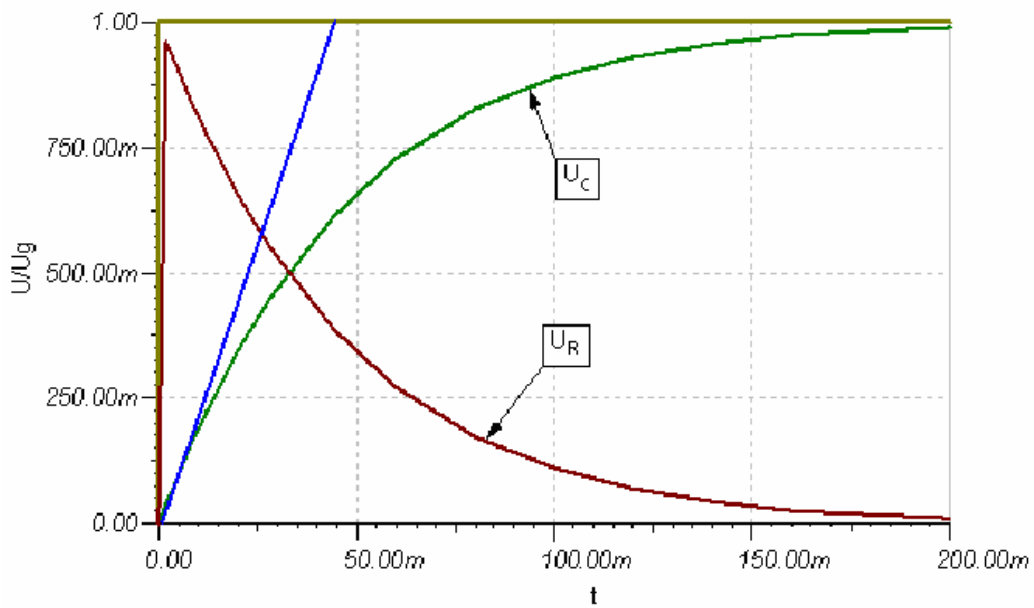
A kondenzátor feszültsége: $U_C = \frac{1}{C} \cdot \int i dt = \frac{1}{C} \int \frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} dt = \frac{1}{C} \cdot \frac{U_g}{R} \left[-\tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right]_0^t = \frac{U_g}{\tau} \left[-\tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \tau \right]$

$$U_C = U_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Néhány jellemző időpontban a kondenzátor feszültsége: $t = \tau \Rightarrow U_C = U_g \cdot (1 - e^{-1}) \approx 0,63U_g$

$$U_C \approx 0,99U_g \Rightarrow t = 5\tau$$

Az ellenállás és a kondenzátor feszültségének időbeli változását mutatja az alábbi ábra.



53. ábra

– Kikapcsolás

$$U_R + U_C = 0$$

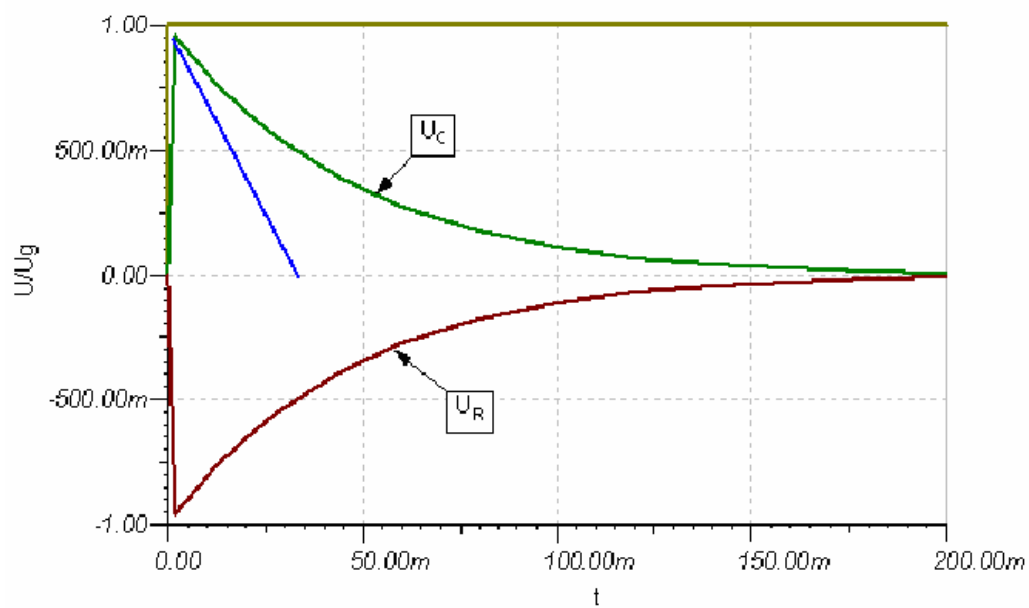
$$R \cdot i + \frac{1}{C} \cdot \int i dt = 0 \quad / \frac{d}{dt}$$

$$R \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \cdot i = 0$$

$$i = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_R = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

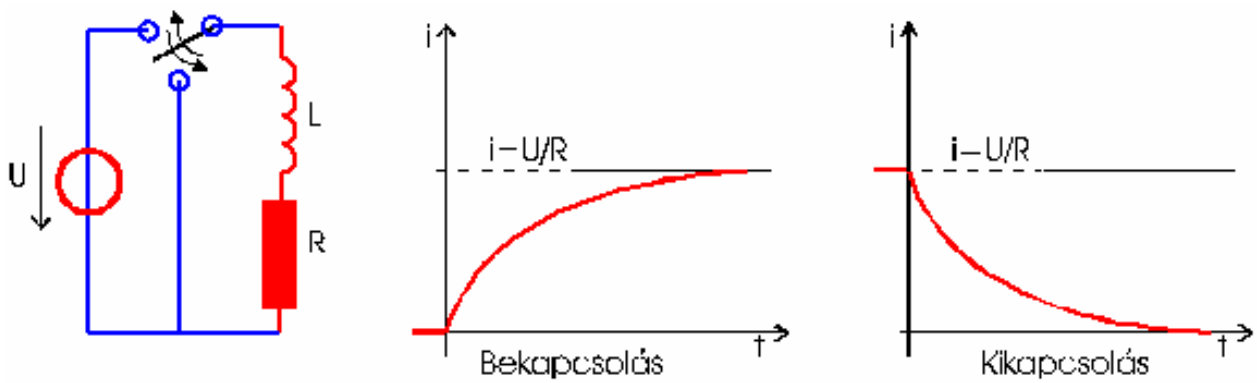
$$U_C = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



54. ábra

1.3.2. Soros RL kör

Kapcsoljunk egy soros RL körre U egyenfeszültséget (a bekapcsolás előtt a tekercs árammentes volt).



55. ábra

– Bekapcsolás

$$U_R + U_L = U_g$$

$$R \cdot i + L \frac{di}{dt} = U_g$$

Kezdeti feltétel: $t = 0, i = 0$

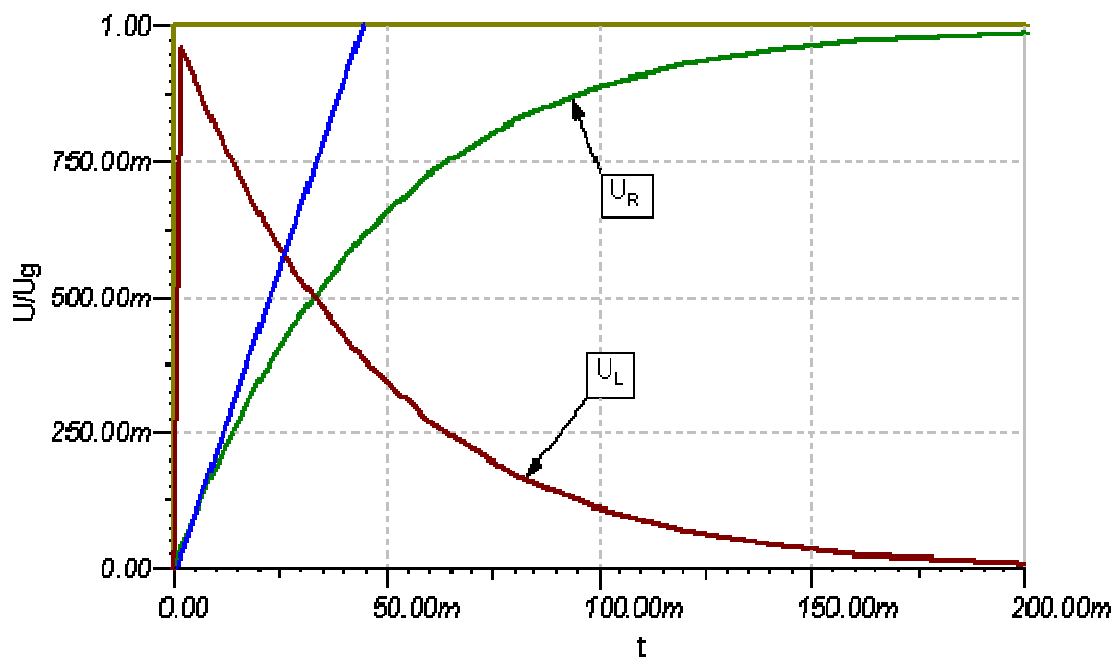
$$i = \frac{U_g}{R} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

Időállandó: $\tau = \frac{L}{R} [s]$

$$U_R = U_g (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$U_L = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A feszültségek időbeli változása az alábbi ábrán látható:



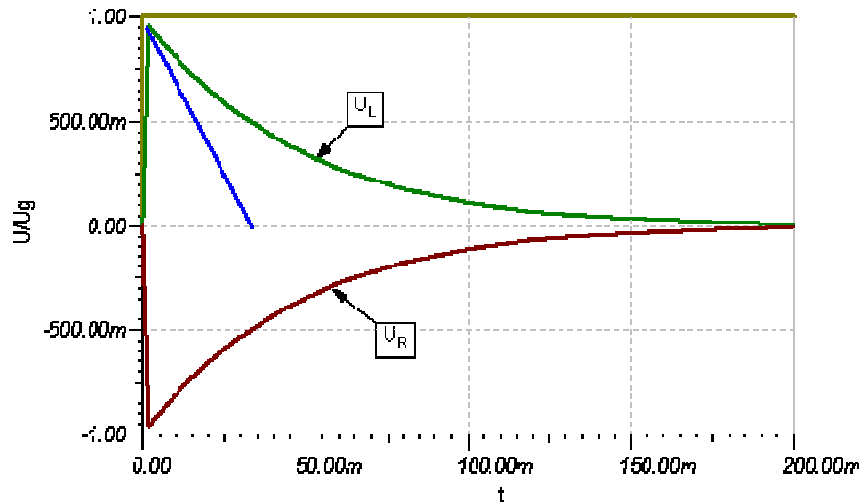
56. ábra

– Kikapcsolás

$$i = -\frac{U_g}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_R = -U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$U_L = U_g \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$



57. ábra

Általában:

$$x_{(t)} = \left[x_{(0^+)} - x_{ss(0^+)} \right] \cdot e^{-\frac{t}{T}} + x_{ss(t)}$$

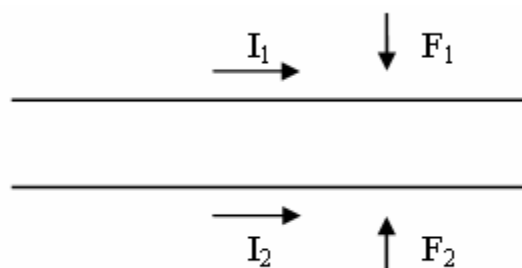
2. A mágneses tér

Az első fejezetben láttuk, hogy a villamos áramot minden esetben töltések áramlása hoz létre. Az áramnak különböző hatásai vannak:

- hőhatás - pl.: villamos fűtőtest
- fényhatás - pl.: gáztöltésű kisülőcsőben (fénycső)
- kémiai - pl.: elektrolitba helyezett két fémpóluson kémiai jelenség játszódik le, vagy akkumulátor töltése
- mágneses - pl.: árammal átjárt vezető közelébe mágnesűt helyezve annak elmozdulását figyelhetjük meg.

A továbbiakban a gyakorlat szempontjából nagyon fontos mágneses hatásokkal foglalkozunk.

2.1. Erőhatás két párhuzamos áramvezető között



58. ábra

Ha két párhuzamos áramvezetőn I_1 ill. I_2 áram folyik, akkor a vezetők között taszító- vagy vonzóerő lép fel (F_1 és F_2) az áramok irányától függően. Kísérletileg kimutatható, hogy ezen erők azonos nagyságúak.

Vákuum környezet esetén ez az erő egy bizonyos $l(m)$ hosszra vonatkoztatva fordítottan arányos a vezetők $d(m)$ távolságával és arányos az $I_1(A)$ és $I_2(A)$ árammal és a vizsgált hosszal:

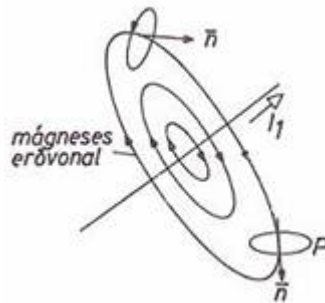
$$F_1 = F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot l [N]$$

ahol μ_0 a vákuum permeabilitása, értéke:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

Mágneses jelenségek tárgyalásánál úgy gondolkodhatunk, hogy a vezetőben folyó áram kondicionálja a teret, azaz különleges, ún. mágneses állapotot hoz létre. Ezt az erőteret minőségileg a mágneses erővonalakkal, mennyiségileg a mágneses térerősség, a mágneses fluxus és a mágneses fluxussűrűség fogalmának bevezetésével írhatjuk le.

2.2. Az áram mágneses tere:

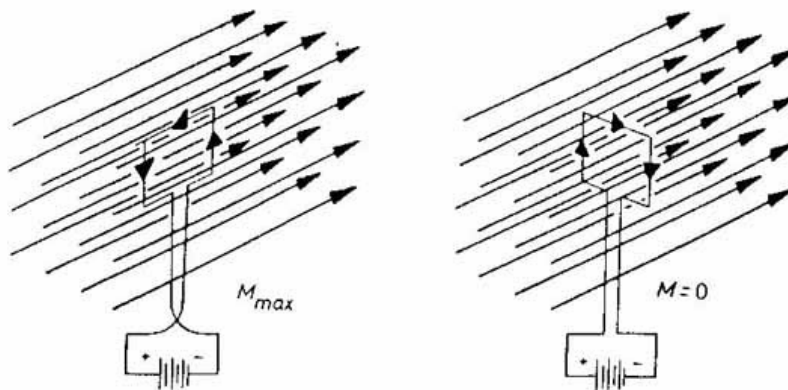


59. ábra

I_1 árammal átjárt hosszú egyenes vezető közelébe próbatekercest helyezünk. A próbatekerics egy I_k állandó egyenárammal átjárt kör alakú zárt vezetőhurok, amely kifeszített A_k felületen igen kicsi. A tekericshez rendelt n normálisvektor a felületre merőleges, értelme a jobbcavar (jobb kéz) szabály szerint van az I_k áramhoz rendelve. Tapasztalat szerint a próbatekericsre nyomaték hat. Ha a tekerics a rögzített P középpontja körül elfordulhat, akkor az 59. ábrán is látható semleges helyzetet veszi fel, amelyben a normális n -el jelöltük és a rá ható nyomaték zérus. Ha a próbatekerics mindig az n normális irányába mozgatjuk, akkor az általa leírt – jelen esetben koncentrikus kör – pályát mágneses erővonalnak nevezzük. Definíció szerint az erővonal iránya megegyezik a próbatekerics normálisának irányával. Az erővonalak irányítása és az I_1 áram iránya között a jobb kéz szabály teremt kapcsolatot. Az erővonalak alakja I_1 -tol független és önmagukban zártak.

2.3. A mágneses fluxussűrűség (mágneses indukció)

A mágneses térbe helyezett próbatekerics P középpontja körül természetes helyzetéből elforgatva a 90° -os helyzetben kapjuk a legnagyobb nyomatékot, amely arányos a próbatekerics áramával és feszültségével.



60. ábra

Az arányossági tényező neve mágneses indukció:

$$B_p = \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} = \text{áll.}$$

Ezzel a kifejezéssel csak a mágneses tér egy adott P pontjának környezetére jellemző átlagos indukció értékét kapjuk meg. A P pont mágneses állapotát jellemző érték:

$$B = \lim_{A_k \rightarrow 0} \frac{M_{\max}}{I_k \cdot A_k} \left[\frac{Vs}{m^2} = T \right]$$

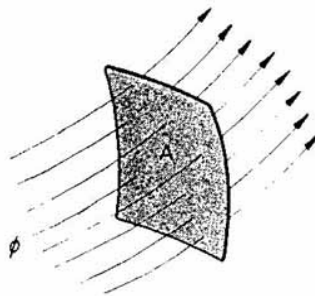
Definíciószerűen az indukció iránya megegyezik a próbatekeres normálisának természetes helyzetben felvett irányával:

$$\vec{B} = \vec{n} \times \vec{B}$$

Az indukcióvektor és az erővonalak között mennyiségi kapcsolatot is lehet definiálni (felületegységen merőlegesen áthaladó erővonalak száma).

2.4. A mágneses fluxus

Az A területű felületen merőlegesen áthaladó indukcióvonal számot mágneses fluxusnak vagy indukciófluxusnak, röviden egyszerűen csak fluxusnak nevezzük és Φ -vel jelöljük.

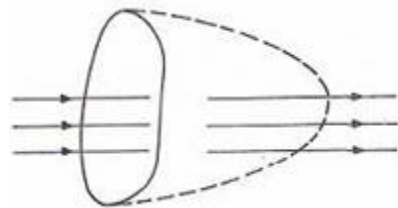


61. ábra

Definíció szerint a mágneses fluxus:

$$\Phi = \int_A B dA, [Vs = Wb]$$

vagyis számértéke arányos az adott felületen áthaladó összes mágneses erővonalak számával. Az A felületet egy zárt görbére tetszőlegesen illeszthetjük.



62. ábra

A mágneses erővonalak zártak, tehát zárt felületre vett integráljuk zérus:

$$\oint_A \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

Ha a mágneses tér homogén, és $d\vec{A}$ és \vec{B} párhuzamos, akkor

$$\Phi = B \cdot A$$

Ha a mágneses tér homogén, valamint $d\vec{A}$ és \vec{B} merőleges egymásra, akkor

$$\Phi = B \cdot A = 0$$

2.5. A mágneses térerősség

Definíció szerint a mágneses térerősség:

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} [A/m]$$

Ahol $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$, az anyagra jellemző abszolút permeabilitás ($\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$). μ_r az anyagjellemző

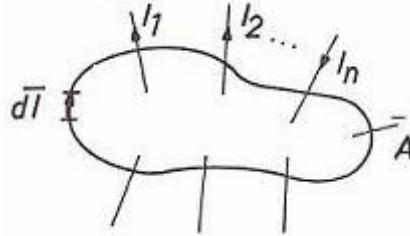
ún. relatív permeabilitás:

μ_r

- ≈ 1 para és diamágneses anyagok
- $\gg 1$ ferromágneses anyagok

A térerősség tehát \mathbf{B} -vel egyirányú. A mágneses erővonalkép a térerősség fogalmához is hozzárendelhető.

2.6. A gerjesztési törvény (Maxwell IV.)



63. ábra

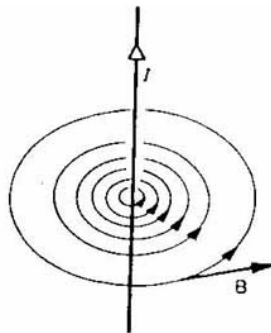
A gerjesztési törvény kísérletekkel igazolható, de matematikailag nehezen vezethető le. Tetszőleges zárt görbére illesztett A felületet I_1, I_2, \dots, I_n áramszálak döfik át. A gerjesztési törvény értelmében a mágneses térerősség zárt görbére vett integrálja egyenlő az áramok előjeles összegével.

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \sum_{i=1}^n I_i = \Theta$$

A $\sum I_i = \Theta$ mennyiséget eredő gerjesztésnek hívjuk. Az eredő gerjesztés pozitív irányát és a körüljárási pozitív irányt ($d\vec{l}$) a jobbkéz szabály kapcsolja össze.

Alkalmazzuk a gerjesztési törvényt egy végtelen hosszú egyenes vezető mágneses terének meghatározásához. Tapasztalat szerint a kialakuló tér hengersizmetrikus, vagyis a vezetőtől r távolságra B mindenütt ugyanakkora értékű és merőleges mind r , mind I irányára, azaz az erővonalak koncentrikus körök.

2.6.1. A végtelen hosszú egyenes vezető mágneses tere



64. ábra

A gerjesztési törvényt egy r sugarú körre felírva:

$$\oint_l \vec{H} d\vec{l} = \oint_l H dl \cdot \cos \varphi = H \cdot \oint_l dl = H \cdot 2 \cdot \pi \cdot r = I$$

amiből

$$H = \frac{I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

vagy

$$B = \frac{\mu \cdot I}{2 \cdot r \cdot \pi}$$

2.7. Lorentz - féle erő

A \mathbf{B} homogén mágneses térbe helyezett I árammal átjárt egyenes vezetőre erő hat, melyet a vezető l hosszúságú szakaszára az alábbi összefüggés alapján határozhatunk meg.

$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B}$$

ahol l iránya I irányával megegyező. Ha l és \mathbf{B} merőleges akkor $F = B \cdot I \cdot l$, ami a 2.1. fejezetben felírt képlettel azonos eredmény, hiszen I_2 áram által az I_1 áramot vezető huzalra, I_1 irányra merőlegesen ható indukció:

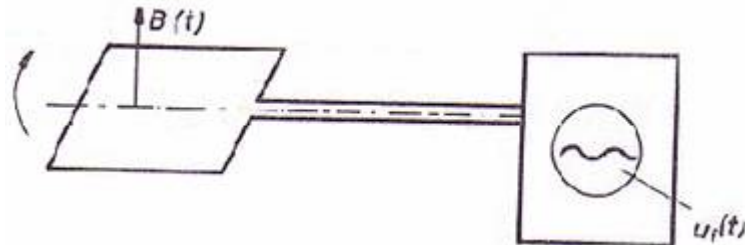
$$B = \frac{\mu_0 \cdot I_2}{2 \cdot \pi \cdot d}$$

2.8. Nyugalmi és mozgási indukció

Az időben változó mágneses tér alapvető összefüggése a Faraday – féle indukció törvénye. E szerint ha egy vezető által körülfogott mágneses fluxus az időben változik, akkor a vezető két vége között indukált feszültség lép fel.

$$u_i(t) = - \frac{d\Phi}{dt}$$

Az indukciótörvény ellenőrzésére sokféle kísérlet állítható össze. Vegyünk pl. egy nagy tekercset és ennek a mágneses terében helyezünk el forgathatóan egy kis vezető keretet.

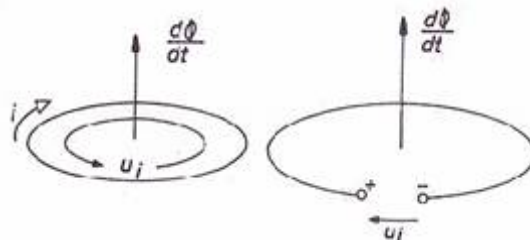


65. ábra

A keret két végét kapcsoljuk pl. oszcilloszkópra. A tekercsre időben változó $u(t)$ feszültséget kapcsolva vizsgáljuk a keretben fellépő $u_i(t)$ feszültséget. Ha $u(t)$ koszinusz görbe szerint változik akkor $u_i(t)$ szinusz görbe szerint változik. Ha a keretet elforgatjuk, a kapott jel alakja hasonló az előbbihez, értéke azonban megváltozik, mégpedig a keretnek B irányra merőleges síkra vett vetületével arányosan.

Az indukciótörvény megfogalmazásakor az egyes mennyiségek iránya közti kapcsolatot is rögzítették.

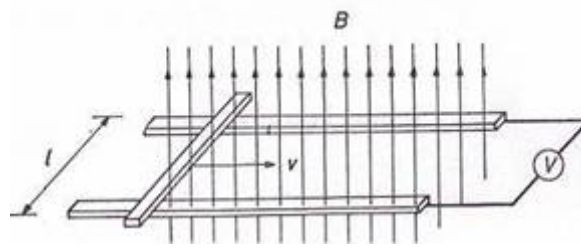
u_i és $\frac{d\Phi}{dt}$ iránya a jobbkéz szabályával van összerendelve. A képletben szereplő negatív előjel a Lenz törvényt fejezi ki: az indukált feszültség által létrehozott áram olyan irányú, hogy az indukált feszültséget létrehozó változást gátolja.



66. ábra

2.8.1. Mozgási indukció

$B =$ állandó indukciójú homogén mágneses térre merőlegesen helyezünk el két párhuzamos vezetőt.



67. ábra

A vezetők végére kapcsoljunk feszültségmérőt és a vezetőköt érintő és rájuk merőleges vezetődarabokat mozgassuk $v = \text{állandó}$ sebességgel. Azt tapasztaljuk, hogy a vezetők végén u_i feszültség lép fel, mely arányos a mozgás sebességével, az indukcióval és a vezetők távolságával

$$u_i = B \cdot l \cdot v$$

Ez a jelenség a mozgási indukció. A két párhuzamos, a mozgó vezető és a mérőműszer zárt hurkot alkot. Miközben a vezető mozog, a hurok által bezárt fluxus változik. A mozgó vezető az időegység alatt $l \cdot v$ felületet sűrol, a vezető által közbezárt fluxus dt idő alatt $d\Phi$ - vel változik (csökken):

$$-d\Phi = B \cdot l \cdot v \cdot dt, \text{ azaz}$$

$$-\frac{d\Phi}{dt} = B \cdot l \cdot v = u_i$$

Formailag ugyanazt az egyenletet kaptuk, mint nyugalmi indukciónál. Nyugalmi indukciónál azonban a vezető és a fluxust létrehozó eszköz egymáshoz képest nyugalomban van és a fluxus változik az időben. A mozgási indukciónál pedig a vezető mozog, és az indukció jelensége akkor is észlelhető, ha a fluxus időben állandó. Nyugalmi indukció vezető nélkül is létrejön, mozgási indukcióhoz vezető jelenléte szükséges.

2.9. Önindukció, önindukciós tényező

A mágneses fluxus a

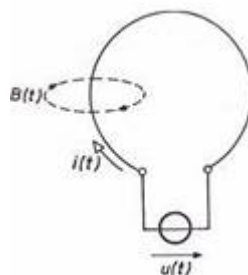
$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A}$$

definíció szerint egy A felületen áthaladó összes erővonalsszámmal, míg a felületegységen áthaladó erővonalsszám a gerjesztő árammal arányos.

$$\Psi = N \cdot \Phi = L \cdot i$$

Ahol az L arányossági tényezőt önindukciós tényezőnek nevezzük, mértékegysége a Henry /H/.

Vizsgáljunk meg egy vezetőhurokot, amelynek kapcsolásai időben változó nagyságú feszültséget szolgáltatató generátort iktatunk.



68. ábra

A zárt áramkörben kialakuló $i(t)$ áram időben változó $B(t)$ mágneses teret, a vezetőkön belül változó fluxust hoz létre, a vezetőkben

$$u_i = -\frac{d\Phi}{dt}$$

nagyságú feszültséget indukál.

A jelenséget önindukciónak nevezzük. Az indukciós feszültség az előzőek alapján

$$u_i = -L \frac{di}{dt}$$

N menetszámú tekercs esetén a vezetőre kifeszített A összefüggő felületet a tekercsben folyó I áram által létesített B indukcióvonalak jelentős része N-szer döfi át. Az A felülettel kapcsolódó fluxus az úgynevezett tekercsfluxus Ψ az egyes menetekkel kapcsolódó fluxusok algebrai összegeként számítható.

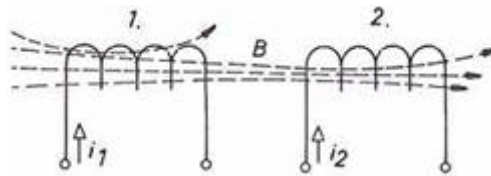
$$\Psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n$$

Az egyes menetekkel kapcsolódó fluxus közel azonos, így $\Psi = N \cdot \Phi$ a tekercs önindukciós tényezője.

Az indukált feszültség

$$u_i = -\frac{d\Psi}{dt} = -N \cdot \frac{d\Phi}{dt} = -L \frac{di}{dt}$$

2.10. Kölcsönös indukció, kölcsönös induktivitás



69. ábra

Az ábra szerinti elrendezésben $i_2 = 0$ és i_1 áram hatására létrejövő indukcióvonalak egy része a 2. tekercsen is áthalad. Az 1. tekercs i_1 árama által létrehozott fluxusnak a 2. tekercssel kapcsolódó része Φ_{12} arányos az i_1 árammal $\Phi_{12} = L_{12} \cdot i_1$, az L_{12} arányossági tényezőt kölcsönös induktivitási tényezőnek nevezzük.

Az áram változásakor a 2. tekercsben indukált feszültség

$$u_{i2} = -\frac{d\Psi_{12}}{dt} = -L_{12} \cdot \frac{di_1}{dt}$$

Ha $i_1 = 0$ és i_2 nem nulla, akkor az 1. tekercssel $\Psi_{21} = L_{21} \cdot i_2$ tekercsfluxus kapcsolódik és az indukált feszültség

$$u_{i1} = -\frac{d\Psi_{21}}{dt} = L_{21} \cdot \frac{di_2}{dt}$$

Bebizonyítható, hogy $L_{12} = L_{21}$.

Ha a két tekercset sorba kapcsoljuk, akkor $i_1 = i_2 = i$. Az u_1 eredő indukált feszültség négy összetevőből áll:

az $L_1 \cdot \frac{di}{dt}$ és $L_2 \cdot \frac{di}{dt}$ önindukciós feszültségek összeadódnak. Ehhez pozitív /illetve negatív/ előjellel adódik hozzá a $2L_{12} \cdot \frac{di}{dt}$ kölcsönös indukcióból származó feszültség, ha a két tekercs mágneses tere erősíti /illetve gyengíti/ egymást:

$$u_i = -(L_1 + L_2 \pm 2L_{12}) \cdot \frac{di}{dt}$$

2.11. A mágneses tér energiája

Egy L induktivitású, R ellenállású tekercsre u feszültséget kapcsolva a Kirchhoff hurokegyenlet

$$u = i \cdot R + \frac{d\Psi}{dt}$$

alakú. Az egyenlet mindkét oldalát formálisan $i \cdot dt$ -vel beszorozva:

$$u \cdot i \cdot dt = i^2 \cdot R \cdot dt + i \cdot d\Psi$$

összefüggés az áramkör energiaegyensúlyát mutatja.

Itt

- $u \cdot i \cdot dt$ – a termelő által a tekercsnek dt idő alatt átadott energia
- $i^2 \cdot R \cdot dt$ – dt idő alatt hővé alakuló energia /a vezeték ohmos ellenállásán/
- $i \cdot d\Psi$ – a tekercs mágneses terében tárolt energia.

A mágneses térben a t idő alatt felhalmozott energia:

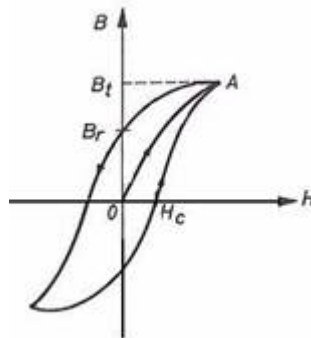
$$W_m = \int_0^{\Psi} i d\Psi = \int_0^i L \cdot i di = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$$

2.12. Mágneses tér anyagban

Már megismertük a B és H közti kapcsolatot, a $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H$ összefüggést. μ_r a relatív permeabilitás, dimenzió nélküli szám, amely megmutatja, hogy hányszorosára nő a permeabilitás az anyag jelenlétében a vákuumhoz viszonyítva. Az ún. dia- és paramágneses anyagokban $\mu_r \approx 1$, az elektrotechnikában fontos szerepet játszó ferromágneses anyagokban $\mu_r \gg 1$, 100-1000, sőt esetenként ennél is nagyobb, de értéke függ H értékétől.

Egy vas típusú (ferromágneses) anyag viselkedését a mágneses térben a B-H jelleggörbe, az ún. mágnesezési görbe mutatja. A mágnesezési görbét kísérleti úton is meg lehet határozni.

– Mágnesezési görbe:



70. ábra

Az O pontból az A felé haladva, azaz a térerősséget növelve az ún. első mágnesezési, vagy szűzgörbét kapjuk. Az A pontból a H-t csökkentve nem az eredeti útvonalon jutunk vissza. A H térerősséget periodikusan változtatva az ábrán látható centrálisan szimmetrikus hiszterézis görbét kapjuk. A görbe nevezetes pontjai: a B_r remanens indukció, a B_t telítési indukció és a H_c koercitív térerősség.

A ferromágneses jelenséget az atommag körül keringő elektronok által képviselt elemi köráramok /elemi iránytűk/ segítségével magyarázhatjuk meg. Külső tér hatására ezek a köráramok a tér nagyságától függően rendeződnek, egy irányba állnak be. A köráramok által keltett mágneses tér a külső térhez hozzáadódik, μ_r - szeresre növeli azt. Ha az elemi köráramok mind beálltak a külső tér hatására, az anyag telítődött, további erőter növelés hatására a $B = \mu_0 \cdot H$ egyenletnek megfelelően nő a mágneses indukció.

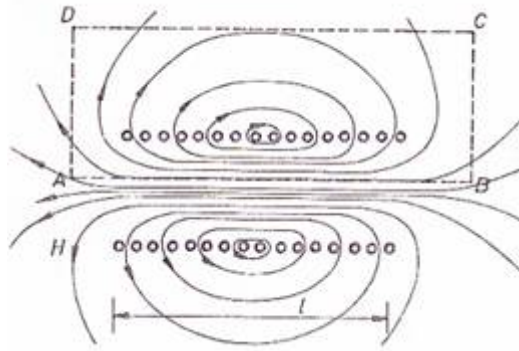
A 70. ábra szerinti periodikus térerősség változtatás alkalmával a vasanyag periodikus átmágnesezése nem veszteségmentes /a vas melegszik/. Egy ciklus során elveszett energia a hiszterézis görbe által körbezárt területnek felel meg.

A ferromágneses anyagokban a veszteséget az ún. hiszterézisveszteség és az örvényáramú-veszteség együttesen okozza. Az előbbi a frekvenciával, az utóbbi a frekvencia négyzetével arányos.

2.12.1. Alkalmazási példák

2.12.1.1. Egyenes tekercs /szolenoid/

Határozzuk meg egy egyenes tekercs önindukció együtthatóját. A tekercs belsejében az erővonal-sűrűség, azaz a mágneses térerősség jóval nagyobb, mint a tekercsen kívül. A tekercs belsejében a mágneses tér közelítőleg homogénnek tekinthető .



71. ábra

Az eddigi megállapítások felhasználásával a gerjesztési törvény az A-B-C-D-A négyszög mentén

$$\oint_{ABCD} \vec{H} d\vec{l} \approx \int_{AB} \vec{H} d\vec{l} = Hl = NI$$

ahol N a menetszám, I a tekercsben folyó áram, l a tekercs hossza.

Így

$$H = \frac{NI}{l}$$

$$\text{és } B = \mu \frac{NI}{l},$$

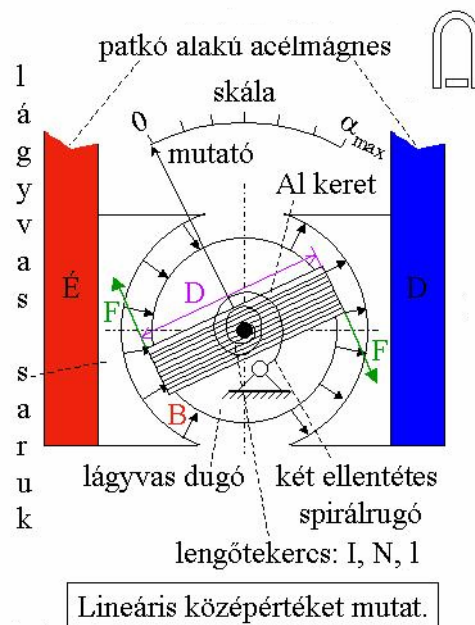
$$\text{valamint a fluxus } \Phi = BA = \mu \frac{NI}{l} A$$

Így az önindukciós együttható:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\Phi}{I} = \mu \frac{N^2 A}{l}$$

2.12.1.2. Depréz rendszerű műszer

A Depréz rendszerű mutatós műszereket egyenfeszültség vagy egyenáram mérésére használják. Az ábra mutatja a műszer elvi vázlatát.



72. ábra

A mérőmű hengeres furatában lágyvasból készült körhenger van, melynek palástján helyezkedik el az áramot vezető tekercs.

A tekercs tengelyéhez van rögzítve a műszer mutatója. Spirálrugó biztosítja, hogy árammentes állapotban a mutató kitérése 0 legyen. Ha a légrésben az indukció értéke B , a tekercs tengelyirányú hossza l , menet-száma N és a tekercsben I áram folyik, akkor a tekercs felületén fellépő erő

$$F = B \cdot l \cdot N \cdot I$$

Állandósult állapotban a rugóerő által kifejtett M_r nyomaték megegyezik az elektromágneses erő M_e nyomatékával.

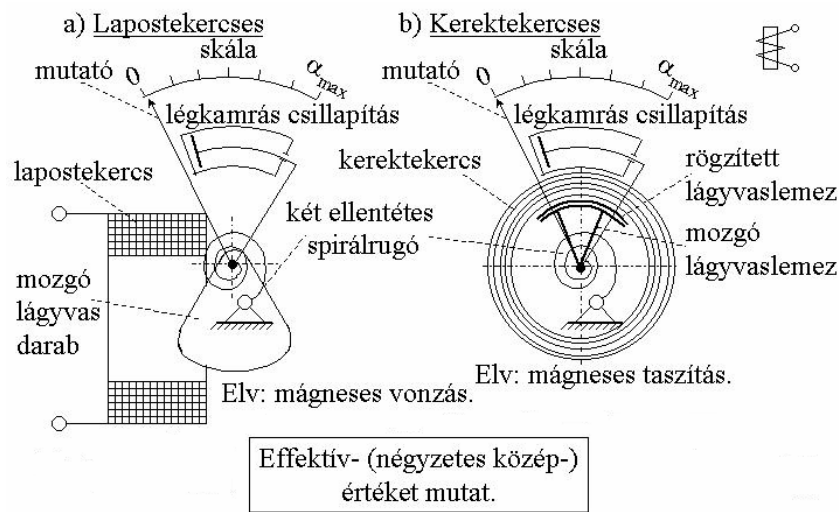
$$M_r = c_r \cdot \alpha$$

$$M_e = 2rF = k_e I$$

$$\text{így, } I = k\alpha$$

ahol α a mutató szögelfordulása. Mivel a műszer forgórészén a mérendő áram folyik keresztül, ennek középértéke, vagyis az egyszerű középérték olvasható le a skálán.

2.12.1.3. Lágyvasas műszer

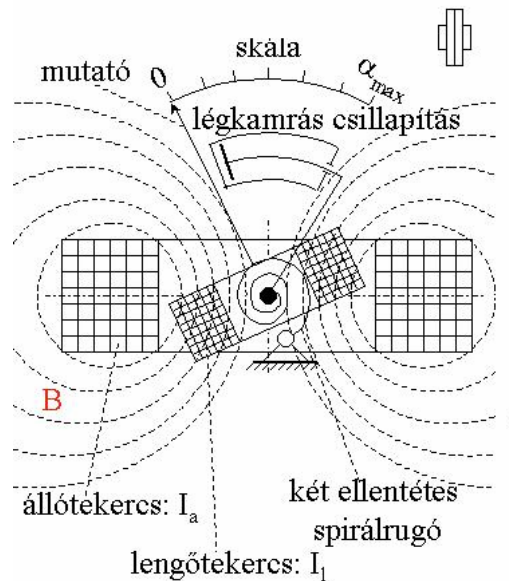


73. ábra

A mérőmű két fő egységből áll. Az állórész egy viszonylag nagy méretű tekercs, ezen folyik át a mérendő áram. Az áram mágneses teret gerjeszt a tekercs belsejében, amely felmágnesezi a tekercsbe kissé benyúló, excentrikusan csapágyazott vaslemezét. A felmágnesezett vaslemez és a tekercs mágneses erőtere között erőhatás lép fel, ennek következtében a vaslemez tengelye körül elfordul, s vele a hozzá rögzített mutató is. Az elfordulás mértéke a vaslemezre ható erőtől függ, ezt viszont a tekercsben lévő mágneses indukció és a vaslemez mágnesezettsége szabja meg. Végül is mindegyik a tekercsben folyó áramtól függ, így a műszer mutatójának kitérése közelítőleg az áram négyzetével arányos.

A műszer kitérése független a tekercsben folyó áram irányától. Váltakozó áram esetén a vaslemez és a mutató tehetetlenségénél fogva nem képes követni a minden pillanatban változó erőhatást. A kitérés az erőhatások középértékének felel meg. Mivel a váltakozó áram négyzetének közepes értéke az effektív áramerősség négyzete, a lágyvasas műszer kitérése az effektív értéktől függ.

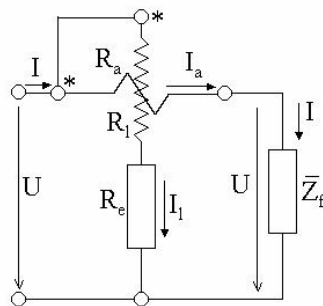
2.12.1.4. Elektrodinamikus műszer



74. ábra

Működési elve részben hasonló a Deprez - rendszerű műszerek működéséhez. A mutató itt is a forgó tekercshez rögzített, ez a tekercs azonban nem egy állandó mágnes erőterében, hanem egy másik, rögzített tekercs erőterében fordul el. Megfelelő kialakítással biztosítható, hogy a forgó tekercsre ható nyomaték arányos legyen az álló és a forgó tekercs áramainak a szorzatával. E nyomaték hatására a forgó tekercs a hozzárögzített mutatóval rugó ellenében elfordul. A műszer mutatójának a kitérése tehát a két tekercs áramának a szorzatával arányos. A két tekercset sorba kapcsolva a kitérés az áram négyzetével lesz arányos.

A dinamikus műszer legfontosabb felhasználási területe a teljesítménymérés.



75. ábra

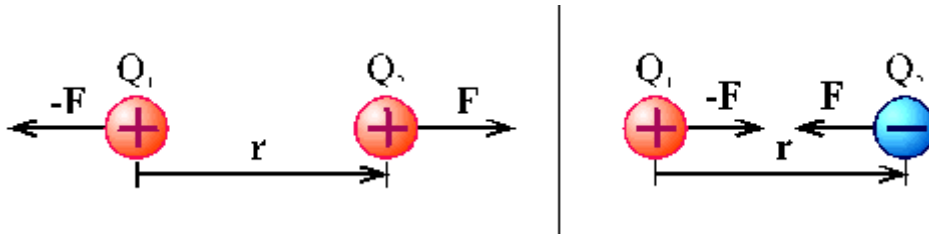
Az egyik tekercsre a feszültséggel, a másikra az árammal arányos jelet kapcsolva – effektív értékek esetén – a hatásos teljesítménnyel arányos kitérést kapunk. Meddő teljesítmény méréséhez a feszültségtekercs áramát a vizsgált feszültséghez képest 90° -os fáziseltérésbe kell hozni. Ez pl. induktív feszültség-előtétellel oldható meg.

3. Villamos tér

Villamos tér önmagában, a mágneses tér jelenléte nélkül csak akkor létezik, ha időben nem változik.

Nyugvó villamos töltések által létrehozott villamos teret statikus villamos térnek nevezzük. A statikus villamos tér időben nem változó villamos tér.

3.1. Coulomb törvény



76. ábra

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

ahol ϵ a permittivitás, amely 2 tényező szorzata:

$$\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$$

$$\epsilon_0 = 8,86 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$$

ϵ_0 a vákuum dielektromos tényezője vagy más néven a vákuum permittivitása és ϵ_r pedig a relatív permittivitás.

A statikus villamos tér örvénymentes, potenciálos, konzervatív erőtér.

A statikus villamos teret a Maxwell - egyenletek, illetve az azokból származtatott egyenletek írják le. A statikus villamos teret a villamos tér térjellemezői, a villamos térerősség és a villamos eltolási vektorok jellemzik. Munkavégző képessége szempontjából a statikus villamos tér (és csak az) viszonylagos módon jellemezhető még a potenciál segítségével is.

A statikus villamos tér tárgyalásával az elektrosztatika tudományága foglalkozik.

A statikus villamos tér csakúgy, mint a villamos tér egyik legfontosabb tulajdonsága, hogy erőhatást gyakorol a benne elhelyezkedő villamos töltésekre. A villamos tér \mathbf{E} [V/m] villamos térerősség vektorral jellemzett pontjába helyezett Q töltésre ható \mathbf{F} erő:

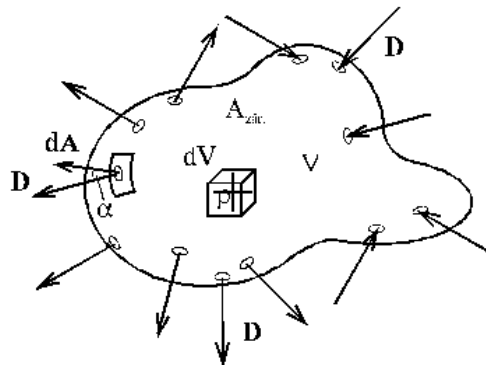
$$\bar{F} = Q \cdot \bar{E}$$

Az erő nagysága arányos a térerősséggel és a töltés nagyságával. Pozitív töltésre a térerősséggel megegyező irányú, negatív töltésre azzal ellentétes irányú erő hat a villamos térben.

3.2. Gauss - tétel

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásosságát kifejező Maxwell - egyenlet (kiegészítő egyenlet).

Az elektrosztatika Gauss-tétele értelmében a villamos térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort, az egyenlő a zárt felület által bezárt térrészben levő összes villamos töltéssel. A villamos eltolási vektor és az elemi felület vektorok skaláris szorzatát kell képezni.



77. ábra

Az elektrosztatika Gauss-tétele a statikus villamos tér forrásos tulajdonságára utal megadja, hogy a térben tetszőlegesen felvett zárt felületre integrálva a villamos eltolási vektort - az eltolási vektorok és a felületvektorok skaláris szorzatát képezve - a zárt felület által körülvelt térrészben levő összes töltéssel egyenlő.

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon} \cdot \frac{Q_0}{r^2}$$

$$\oint_A \bar{E} d\bar{A} = \frac{\sum Q}{\epsilon}$$

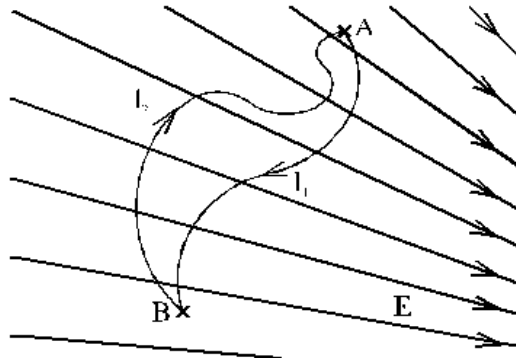
$$\epsilon \bar{E} = \bar{D} \left[\frac{As}{m^2} \right]$$

ahol \mathbf{D} az eltolási vektor. A villamos eltolási vektor a villamos tér adott pontjában a tér töltésszétválasztó képességét adja meg. A villamos eltolás a villamos teret az azt kitöltő közegtől (anyagtól) függetlenül jellemzi.

$$\oint_A \bar{D} d\bar{A} = Q$$

3.3. A feszültség származtatása

A statikus villamos tér konzervatív, örvénymentes, potenciálos erőter, amelyben a zárt útvonalon végzett munka zérus.



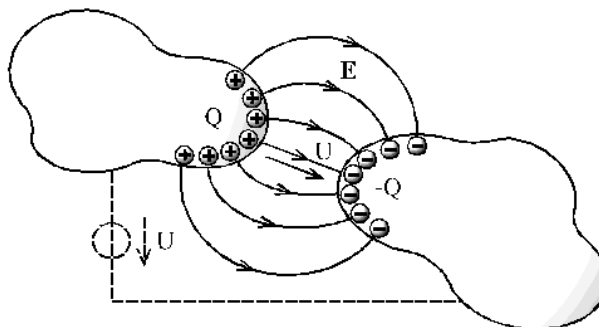
78. ábra

$$W_{AB} = \int_A^B \bar{F} d\bar{l} = Q \int_A^B \bar{E} d\bar{l} = QU_{AB}$$

$$U_{AB} = \frac{W_{AB}}{Q} = \int_A^B \bar{E} d\bar{l}$$

3.4. A kapacitás

Homogén szigetelő közegben (anyagban), egymás környezetében elhelyezkedő két vezető anyagú test kapacitása az egységnyi feszültség hatására a vezető testeken szétváló villamos töltés mennyiségét adja meg.



79. ábra

$$Q = CU$$

$$C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

ahol „A” a felületek nagyságát, d a távolságát jelenti.

Amennyiben a kondenzátorokat párhuzamosan kapcsoljuk, akkor ezek eredőjét az alábbi módon határozhatjuk meg:

$$C_p = \sum_{i=1}^n C_i$$

Soros kapcsolás esetén az eredő:

$$\frac{1}{C_s} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

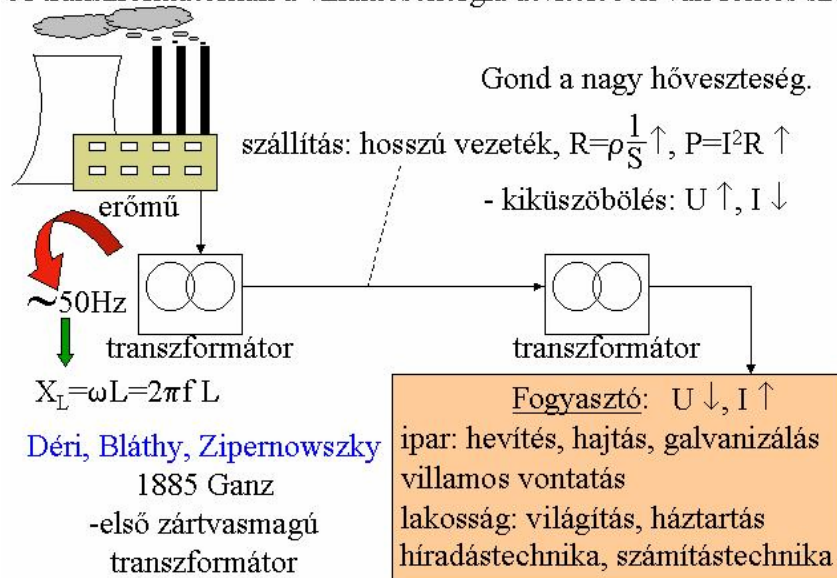
4. Villamos gépek

A villamos gépek – mint minden más gép is – energiát alakítanak át, ezért szokás energiaátalakító berendezésekről beszélni. A transzformátorok villamos energiából villamos energiát képeznek, a forgó villamos gépek többnyire mechanikai energiát alakítanak át villamos energiává vagy fordítva.

4.1. Transzformátorok

A transzformátorokat a műszaki élet legkülönbözőbb területein használják. Alkalmazásukkal a villamos energia jellemzőit (feszültségét, áramerősségét, néha fázisszámát) változtatják meg. Azokat a transzformátorokat, amelyek a villamos energia átvitelében vesznek részt, gyűjtőnéven „erőátviteli” transzformátoroknak nevezzük.

A transzformátornak a villamosenergia átvitelében van fontos szerepe.



80. ábra

Természetesen a műszaki élet egyéb területein is használnak transzformátorokat, pl. elektronika, távközléstechnika, biztonságtechnika, stb. Az alkalmazás célja nagyon változó: feszültség, áram vagy impedancia átalakítása lehet a cél.

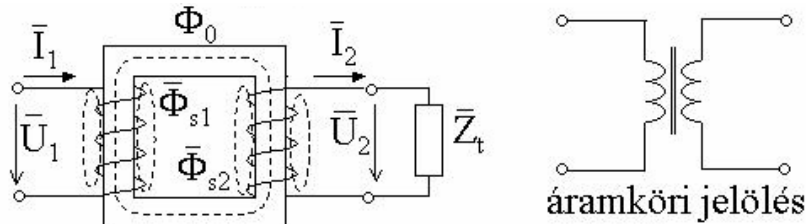
4.1.1. Egyfázisú transzformátorok

A transzformátorok működését az egyfázisú transzformátorok esetén vizsgáljuk. A transzformátorok működési elve a Faraday féle indukción alapszik, azaz:

$$u_i = N \frac{d\Phi}{dt}$$

A transzformátorok legfontosabb szerkezeti eleme a vasmag és az ezen elhelyezett egy vagy több tekercs. A transzformátor vasmagját általában lemezelten készítik, hogy csökkentsék az örvényáramú veszteséget (vasvesztés = örvényáramú + hiszterézis veszteség). A vasmag kialakítása szerint létezik

- mag
 - láncszem
 - köpeny
- típusú transzformátor.



81. ábra

A fenti ábrában Φ_0 az ún. főfluxus, Φ_{s1} és Φ_{s2} a primer és szekunder tekercsen valamint a levegőn keresztül záródó ún. primer és szekunder szórt fluxus.

Az energiaáramlás szempontjából nézve primer tekercsnek nevezzük azt az oldalt, ahova az energiát betápláljuk. Szekunder tekercs az, ahonnan az energiát elvezetjük a fogyasztó/terhelés (Z_t) táplálása érdekében.

Határozzuk meg a transzformátor tekercseiben indukálódó feszültséget:

$$\Phi_0 = \Phi_{0\max} \cdot \sin \omega t$$

Az indukciótörvényt felhasználva:

$$u_{i1} = N_1 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_1 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

$$u_{i2} = N_2 \cdot \frac{d\Phi_0}{dt} = N_2 \cdot \Phi_{0\max} \cdot \cos \omega t$$

Az indukált feszültség maximuma:

$$u_{i\max} = 2\pi f N \Phi_{0\max}$$

$$u_i = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f N \Phi_{0\max} = 4,44 \cdot f N \Phi_{0\max}$$

Azaz az indukált feszültség a tekercsekben:

$$u_{i1} = 4,44 f N_1 \Phi_{0\max}$$

$$u_{i2} = 4,44 f N_2 \Phi_{0\max}$$

A menetszámáttétel nem más, mint a menetszámok aránya:

$$a = \frac{N_1}{N_2}$$

Az indukált feszültségek aránya megegyezik a menetszámáttétellel. Ezt hívjuk feszültségáttétellek:

$$a_u = \frac{U_{i1}}{U_{i2}} = a = \frac{N_1}{N_2}$$

Ezt az áttételt üresjárásban mérve:

$$U_{i2} = U_{20}$$

$$U_{i1} \approx U_1$$

$$a_u \approx \frac{U_1}{U_{20}}$$

Az áramáttétel a feszültségáttétel reciproka:

$$U_{i1} \cdot I_1 = U_{i2} \cdot I_2$$

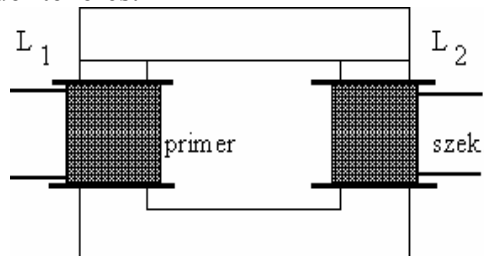
$$a_i = \frac{I_1}{I_2} = \frac{U_{i2}}{U_{i1}} = \frac{1}{a_u} = \frac{1}{a}$$

Az impedanciaáttétel:

$$\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{\frac{U_1}{I_1}}{\frac{U_2}{I_2}} = \frac{U_1}{U_2} \cdot \frac{I_2}{I_1} = a^2$$

4.1.1.1. Egyfázisú transzformátor szerkezete

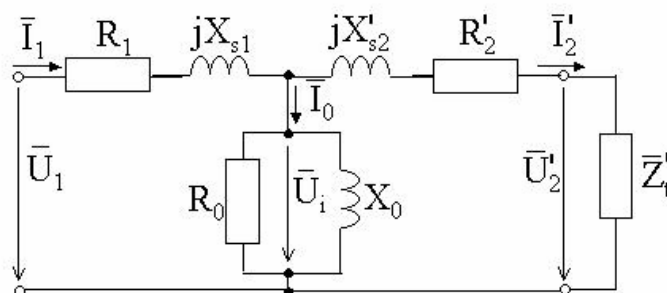
Az alábbi ábra a hagyományos, két tekercses transzformátorok kialakítását mutatja, külön oszlopon helyezkedik el a primer és a szekunder tekercs.



82. ábra

4.1.1.2. Helyettesítő kapcsolási vázlat

Az alábbi ábra mutatja a transzformátorok villamos helyettesítő kapcsolási képét. Ez egy műkapcsolás, amelyhez a transzformátor tényleges fizikai folyamataitól való elvonatkoztatással jutunk. A helyettesítő kapcsolási vázlat ellenállások és reaktanciák kombinációja, amely bizonyos elhanyagolásokkal úgy viselkedik, mint az erőátviteli transzformátor állandósult állapotban.



83. ábra

A helyettesítő kapcsolásban szereplő elemek jelentése:

R_1, R_2 : primer illetve szekunder tekercs ohmikus ellenállása

X_{S1}, X_{S2} : primer illetve szekunder oldali szórási reaktancia

R_0 : vasveszteséget szimbolizáló ellenállás

X_0 : a főfluxust szimbolizáló reaktancia

Z_t : terhelő impedancia

A vessző (') jelentése: szekunder oldali mennyiségek átszámítása/redukálása a primer oldalra az áttétel (a) figyelembe vételével (pl. $R'_2 = a^2 R_2$)

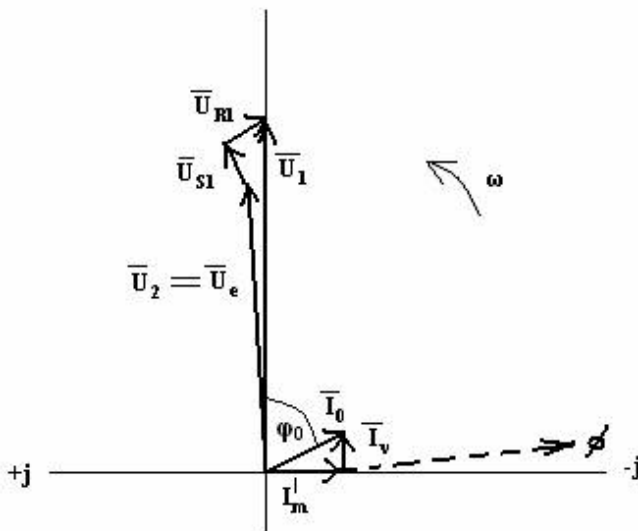
A helyettesítő képben szereplő mennyiségek egymáshoz viszonyított aránya a következő:

$$R_1 : R_2 : X_{S1} : X_{S2} : X_0 : R_0 = 1 : 1 : 2 : 2 : 1000 : 10000$$

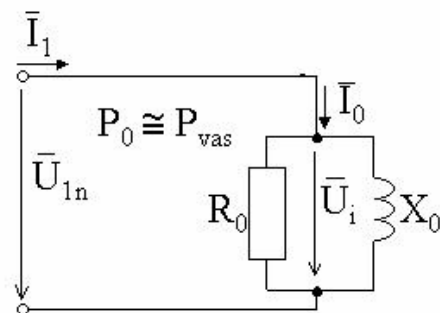
Vizsgáljuk meg a transzformátorok működését különböző üzemállapotban: üresjárásban, névleges terhelésnél és rövidzár esetén.

4.1.1.3. Üresjárás

Üresjárás esetén a transzformátor szekunder kapcsaira nem kapcsolunk terhelést, így a szekunder tekercsben nem folyik áram. Az egyszerűsített helyettesítő kép a 85. ábrán, az üzemállapotra jellemző vektorábra a 84. ábrán látható.



84. ábra



85. ábra

Üresjárás esetén:

$$\cos \varphi \sim 0,1$$

$$I_2' = 0 \Rightarrow \bar{U}_2 = \bar{U}_e$$

$$\bar{U}_e + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} + \bar{U}_1 = 0$$

$$\bar{U}_e = -\bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

ahol:

- U_1 : primer kapcsolófeszültség
- I_v : üresjárás áram wattos komponense
- I_m : üresjárás áram meddő komponense
- I_0 : üresjárás primer áram
- φ_0 : üresjárás fázis szög ($\cos \varphi_0$ üresjárás teljesítmény tényező értéke: $\sim 0,1$)
- U_{R1} : primer tekercs ellenállásán eső feszültség
- U_{S1} : primer tekercs reaktanciáján eső feszültség
- U_e : főfluxus által indukált feszültség

A főfluxus által indukált feszültséget úgy kapjuk meg, hogy az U_1 primer kapcsolófeszültségből levonjuk az üresjárás áram által a primer tekercs ellenállásán és szórási reaktanciáján okozott feszültségeket. Az ohmos feszültség fázisban van az üresjárás árammal, a szórt fluxus által indukált feszültség pedig negyed periódussal siet (induktív feszültség).

4.1.1.4. Terhelés

Terheléskor a szekunder kapcsokra fogyasztókat kapcsolunk. A fogyasztókon és a szekunder tekercsen keresztül megindul az I_2 szekunder áram, illetve a helyettesítő kapcsolási vázlat redukált szekunder tekercsén keresztül az I_2' redukált szekunder áram. Nagyságát és fázisát a fogyasztók szabják meg. A fogyasztók általában wattos és meddő teljesítményt is fogyasztanak. Ezért I_2 , illetve I_2' általában késik a szekunder kapocsfeszültség mögött.

Az üzemállapotra jellemző egyenletek:

$$I_2' \neq 0$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

$$\bar{U}_2' = \bar{U}_e - \bar{U}_{S2}' - \bar{U}_{R2}'$$

A terhelt transzformátor I_1 primer árama nagyobb, mint az I_0 üresjárási primer áram és más a fázisa. Ezért megváltoztak a primer áram által a primer tekercs ellenállásán és szórási reaktanciáján okozott feszültségeseések is:

$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1$$

$$U_{S1} = j \cdot S_1 \cdot I_1$$

Ezért változatlan U_1 primer kapocsfeszültség esetén kis mértékben megváltozik U_e is.

$$U_e = U_1 - I_1 \cdot R_1 - j \cdot X_{S1} \cdot I_1$$

Rövidebben jelölve:

$$U_e = U_1 - U_{R1} - U_{S1}$$

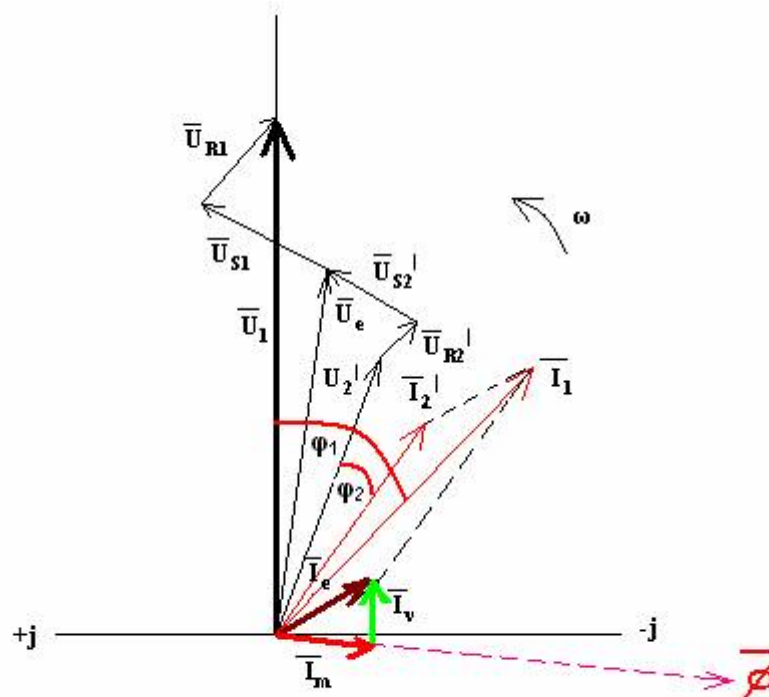
A redukált szekunder kapocsfeszültség:

$$U_2' = U_e - j \cdot X_{S2}' \cdot I_2' - R_2' \cdot I_2'$$

Rövidebben jelölve:

$$U_2' = U_e - U_{S2}' - U_{R2}'$$

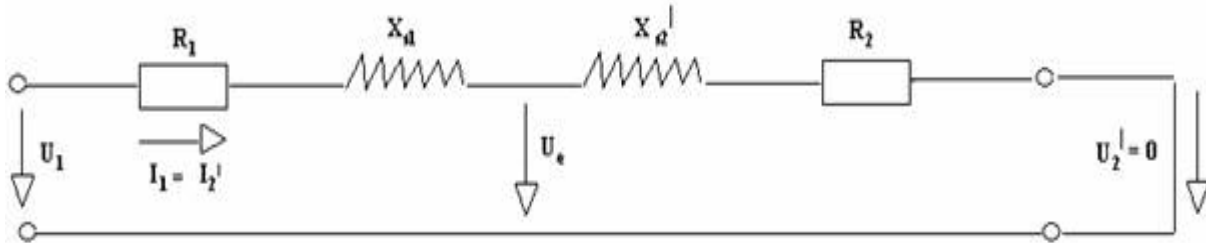
Névleges terhelés esetén az érvényes vektorábra a fentiek alapján az alábbi ábrán látható:



86. ábra

4.1.1.5. Rövidzárás

A rövidzárási állapot az üresjárásival ellentétes szélső terhelési állapot. A szekunder kapcsokat rövidre zárjuk, de ez az állapot nem üzemszerű állapot! Hosszú ideig nem tartható fent, mert a tekercsekben folyó áramok erőssége 10-25-szor nagyobb, mint névleges terhelés esetén. Ez az állapot a transzformátor tönkremenetelét okozhatja ezért különböző védelmeket (pl. megszakítók, olvadó biztosítók) kell beépíteni. A lekapcsolásnak olyan rövid idő alatt kell megtörténnie, hogy a tekercsek ne égjenek el a rövid lekapcsolási idő alatt (nincs idejük felmelegedni). A primer, illetve szekunder árammal arányosan megnövekednek azonban a szórt fluxusok. A szórt fluxusok nagy mechanikai erőt fejtenek ki a tekercsekre a rövidzárási állapotban, ezért a mechanikai méretezésnél ez figyelembe kell venni. Az üzemállapotban érvényes helyettesítő kép az alábbi ábrán látható:



87. ábra

Rövidzárás esetén az alábbi összefüggések érvényesek:

$$I_1 = I_2' = \frac{\bar{U}_1}{R_1 + jX_{S1} + R_2' + jX_{S2}}$$

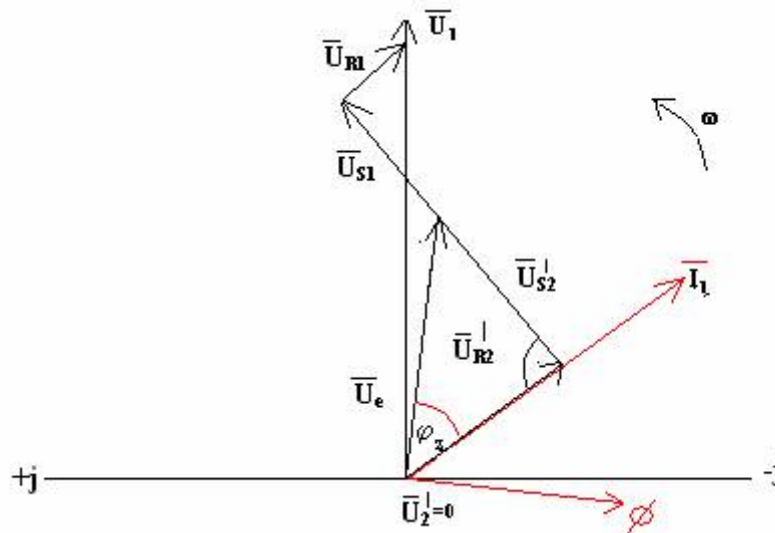
$$I_{1rz} \approx I_{1n} 10 \div 30$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}'$$

$$\bar{U}_e = \bar{U}_1 - \bar{U}_{R1} - \bar{U}_{S1}$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_{R2}' + \bar{U}_{S2}' + \bar{U}_{S1} + \bar{U}_{R1} \Rightarrow \bar{U}_e \approx \frac{\bar{U}_1}{2}$$

A fentiek alapján a rövidzárában érvényes vektorábra:



88. ábra

4.1.1.6. Drop (százalékos rövidzárási feszültség)

A transzformátor szekunder kapcsait rövidre zárva, azt a primer feszültséget, amelyenél a primer tekercsben a névleges primer áram (I_{1n}) folyik, rövidzárási feszültségnek nevezzük:

$$U_{1z} = I_{1n} Z_z,$$

természetesen ilyenkor a szekunder tekercsben is a névleges szekunder áram (I_{2n}) folyik. A rövidzárási feszültségnek a névleges primer feszültséghez viszonyított értéke a drop, vagy százalékos rövidzárási feszültség:

$$\varepsilon = \frac{U_{1rz}}{U_{1n}} \cdot 100\% = \frac{I_{1n}}{I_{1rz}} \cdot 100\%$$

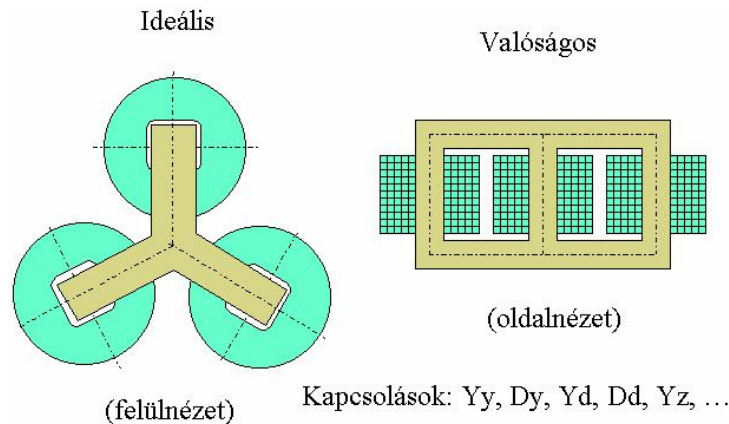
A drop kiszámításával a transzformátor maximális terhelési értékét lehet meghatározni.

A drop tehát a rövidzárási feszültségnek a névleges primer feszültséghez viszonyított értéke százalékos értékben kifejezve. A rövidzárási mérés a rövidzárási feszültség és a tekercs veszteség meghatározására szolgál.

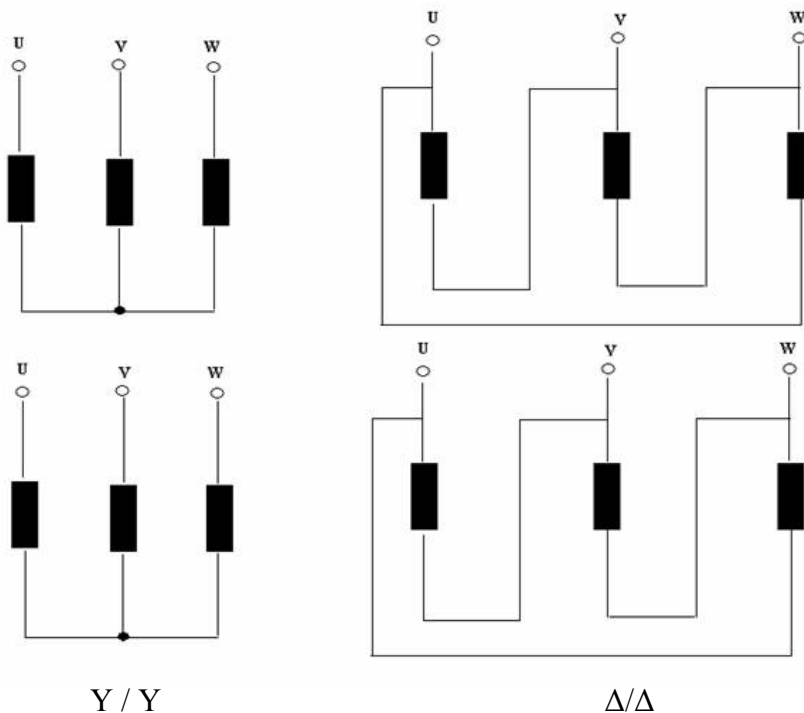
Amennyiben egy transzformátor terhelését növelni kívánjuk, akkor figyelembe kell venni a dropot, mert a kis drop értékű transzformátor túlterhelődik, melegszik és tönkremegy. Ezért általában a transzformátorokat úgy méretezik, hogy még maximális terhelés esetén is legyen 10-20% -os tartaléka.

4.1.2. Háromfázisú transzformátorok

Erőátviteli transzformátorokat tekintve a háromfázisú transzformátoroknak nagyobb a jelentősége, mint az egyfázisúaknak, mivel a villamos energia termelése, elosztása és felhasználása – a gazdasági előnyök miatt – túlnyomórészt háromfázisú rendszerrel történik. Az alábbi ábrákon különböző elrendezésű és kapcsolású transzformátorok láthatók.



89. ábra



90. ábra

4.1.2.1. Csillag-csillag kapcsolású transzformátor

A primer oldalon nincs „0” vezető (szabványos nagyfeszültségű rendszerek). A kiegyenlítő áram a fázis-tekerceken keresztül tud folyni oly módon, hogy mindegyik üresjárású áramhoz hozzáadódik a kiegyenlítő áram egy-egy harmada.

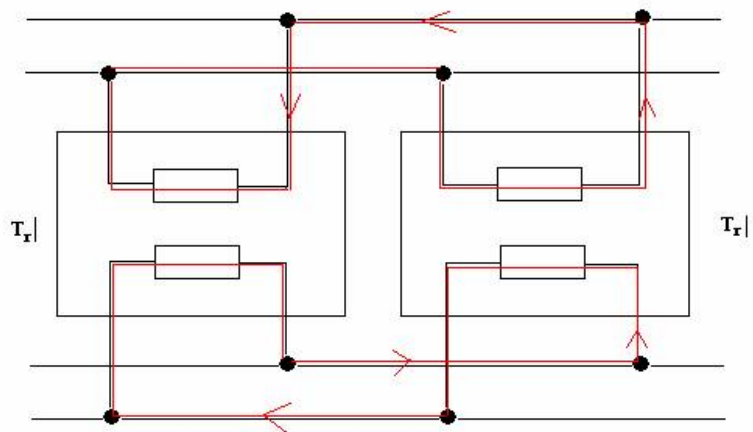
A primer fázis tekercsben a szükséges gerjesztő áramon kívül még a kiegyenlítő áram egy-egy harmada is folyik, melyek minden fázistekercsben azonos fázisúak. Ezek az áramok a szabályos (szimmetrikus) háromfázisú fluxuson felül minden oszlopban azonos fázisú fluxust gerjesztenek. A fluxusok azonos fázisa azt jelenti, hogy irányuk mindhárom oszlopban felfelé, majd egy fél periódus idő múlva lefelé mutat.

4.1.2.2. Háromszög kapcsolású transzformátorok

A háromoszlopos transzformátorok vasmagjában fellépő azonos fluxusok feszültséget indukálnak az egyes fázistekercsekben. Ezek a feszültségek azonos fázisúak, akárcsak az őket indukáló fluxusok, ezért szuperponálódnak (megváltoztatják a fázis feszültségeket, fázisát, jelleggörbe alakját). Ezért a járom fluxusok hatásának kiküszöbölésére a járommenetek alkalmasak. Alkalmazásukkal az oszlopokban folyó fő fluxusok összege minden pillanatban zérus. Hatásukra a járommenetekben olyan áram kering, amelyek gerjesztése az indukáló fluxusok ellen hat. Ezért az azonos fázisú fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek lesznek. A háromszög kapcsolású tekercselés önmagában úgy záródik, hogy mindhárom oszlopot azonos menetszámmal és értelemben járja körül. Hatása ezért olyan, mint a járommeneteké. Az egyfázisú (azonos fázisú zérus – sorrendű) fluxusok elhanyagolhatóan kicsinyek, ha a transzformátor bármelyik tekercselése háromszög kapcsolású. A háromszög kapcsolású tekercselésen belül kering az az áram, amelynek gerjesztése az azonos fázisú fluxusokat lerontja.

4.1.3. Transzformátorok párhuzamos üzeme

Ha adott teljesítmény átvitelére egy transzformátor nem elegendő, akkor több transzformátort kapcsolunk párhuzamosan. Ez azt jelenti, hogy a transzformátorok a teljesítményt közös primer hálózatról veszik fel és közös szekunder fogyasztórendszerre adják le.



91. ábra: Párhuzamosan kapcsolt egyfázisú transzformátorok

A párhuzamos kapcsolást illetve a párhuzamos üzemet az alábbi feltételek egyidejű teljesülése esetén tekinthetjük kifogástalannak:

Párhuzamos üzemhez az alábbiaknak kell teljesülni:

1. Nincs kiegyenlítő áram a párhuzamosan kapcsolt transzformátorok között,
2. Terhelés a transzformátorok között névleges teljesítményeik arányában oszlik meg.

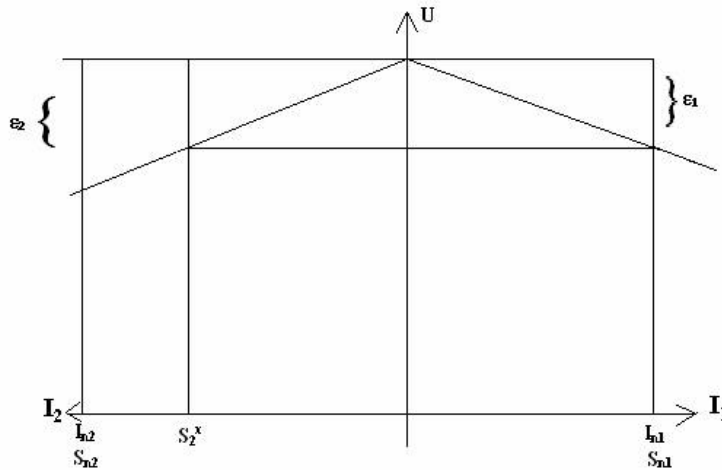
Ezek a feltételek akkor teljesülnek ha:

1. Primer és szekunder feszültségek megegyeznek, azonos az áttétel ($a_1 = a_2$)
2. Fázis feszültségek azonos fázisúak (kapcsolási csoport azonos)

3. A transzformátorok százalékos rövidzárási feszültségei egyenlők (azonos drop) $\varepsilon_1 = \varepsilon_U$

4.1.4. Párhuzamosan kapcsolt transzformátorok terheléeloszlása különböző drop esetén

Ha a párhuzamosan kapcsolt transzformátorok rövidzárási feszültségei nem egyenlők, akkor a terhelésmegoszlás egyenlőtlen. A nagyobb rövidzárási feszültségű transzformátor még nincs kihasználva, leterhelve, amikor a másik már névleges áramával van terhelve. A terhelés tovább már nem növelhető, mert a kis ε -ú transzformátor túlterhelődik. A nagy rövidzárási feszültségű transzformátor árama az ábrából a hasonló háromszögek segítségével számítható. Párhuzamos üzemben csak olyan egységek alkalmazhatók, amelyeknek rövidzárási feszültségei +/- 10% tolerancián belül – egyenlők.



92. ábra

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1$$

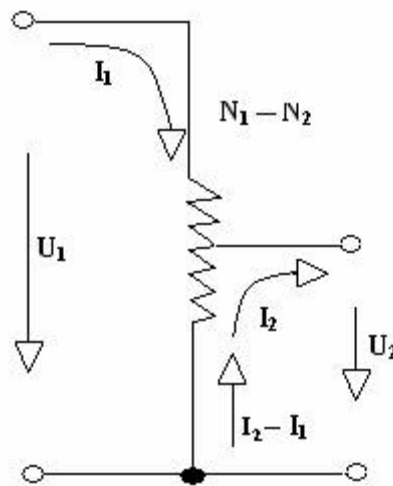
$$S_2^x = S_{n2} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}$$

4.1.5. Különleges transzformátorok

Kialakításuk és felhasználásuk miatt léteznek a hagyományos szerkezetű és felhasználású transzformátoroktól eltérő megoldású berendezések is, ezeket nevezzük különleges transzformátoroknak.

4.1.5.1. Takarékkapcsolású transzformátorok

A takarékkapcsolású transzformátor a váltakozóáramú teljesítmény transzformálására alkalmas legegyszerűbb szerkezet. Az eddig megismert kétkerceses transzformátorral összehasonlítva nevezhetnénk egykerceses transzformátornak is. Elvi kapcsolását mutatja az alábbi ábra:



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

93. ábra

Előnyök:

1. kisebb tekercs- és vasveszteség (mivel a közös menetszámú tekercsrészben a primer és szekunder áram különbsége folyik: $I_2 - I_1$),
2. kisebb méret és súly,
3. egyfázisú és háromfázisú szabályozó transzformátorokként is használhatók

Hátrányok:

1. galvanikus kapcsolat a primer és szekunder tekercs között (biztonsági célú leválasztásra tilos felhasználni!)
2. amennyiben szakadás lép fel az N_2 -nél, akkor $U_2 = U_1$ (életveszélyes lehet!)
3. rövidzárási árama nagy, ui. a teljes primer feszültség az $N_1 - N_2$ menetszámú tekercsrészre esik.

4.1.5.2. Mérőtranszformátorok

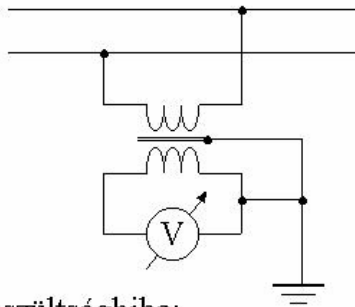
Nagy váltakozó feszültségek és áramok mérésére alkalmas különleges transzformátorok. Segítségükkel lehet a nagy feszültséget és áramot közvetlenül mérhető értékre csökkenteni.

4.1.5.2.1. Feszültségváltó

A feszültségváltó a nagy váltakozófeszültséget alakítja át közvetlenül mérhető értékre, általában 100V-ra. Működése egy üresjárásban dolgozó transzformátoréhoz hasonlít. A primer tekercset a mérendő nagyfeszültségű hálózatra kapcsolják, míg a szekunder tekercsre kötik a feszültségmérőt. A feszültségváltó legfontosabb jellemzője az áttétel pontossága és a leképzés hűsége. Ideális esetben:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = a$$

A feszültség abszolút értékek közötti eltérést a primer feszültségre vonatkoztatva kapjuk az ún. áttételi hibát, míg a fáziseltérés esetén az ún. szöghibát.



feszültséghiba:

$$h = \frac{aU_2 - U_1}{U_1} 100\% \\ (0,1 \dots 3)\%$$

szöghiba:

$$\delta = (4 \dots 40)'$$

94. ábra

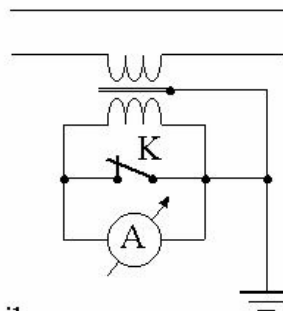
Fontos: A feszültségváltó szekunder kapcsait nem szabad rövidre zárni !

4.1.5.2.2. Áramváltó

Az áramváltó a nagy váltakozóáramot alakítja át közvetlenül mérhető értékre, általában 1 vagy 5A-ra. Működése kissé eltér a hagyományos transzformátorétól. A primer tekercset a mérendő nagy áram útjába sorosan kötik, míg a szekunder tekercsre kötik az árammérőt. A primer és a szekunder oldali gerjesztések egyensúlya alapján:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_2}{N_1} = \frac{1}{a}$$

Az áramváltó esetén is a legfontosabb jellemző az áttétel pontossága és a leképzés hűsége.



áramhiba:

$$h = \frac{I_2/a - I_1}{I_1} 100\% \\ (0,1 \dots 10)\%$$

szöghiba:

$$\delta = (6 \dots 60)'$$

95. ábra

A mérési célú áramváltók jellemző értékei:

$$I_2 = 5A (1A)$$

$$I_1 = 5; 20; 50; 200; 500; 2000 A \dots$$

Fontos: Az áramváltó szekunder körét megszakítani nem szabad!

Ez a fontos megállapítás az áramváltó primer tekercsének soros kapcsolásából következik, ugyanis az áramváltó primer tekercse kényszergerjesztésű, áramát a mérendő hálózat mindenkor terhelése határozza meg. Ezért a szekunder körben végzett javítások előtt a beépített K kapcsolót (95. ábra) rövidre kell zárni! Szakadáskor ugyanis megnő az indukció s ennek hatásaként

- megnő a vasveszteség és
- nagy feszültség lép fel a szekunder tekercsben, ami életveszélyes is lehet!

4.2. Aszinkron gépek

Az aszinkron vagy más néven indukciós gép a legáltalánosabban használt, legegyszerűbb szerkezetű villamos forgógép. Legfontosabb jellemzői:

- Legegyszerűbb szerkezetű forgógép
- Egy- és háromfázisú változat is létezik, 1 kW felett általában mindig háromfázisú
- Legelterjedtebb, üzembiztos gép
- motorként és generátorként is használható
- hátránya: folyamatos fordulatszám változtatás csak külön költséges berendezéssel biztosítható

4.2.1. Szerkezet

Állórész:

- lemezelt (örvényáramok csökkentése miatt)
- háromfázisú tekercs, térben 120°-os eltolással

Forgórész:

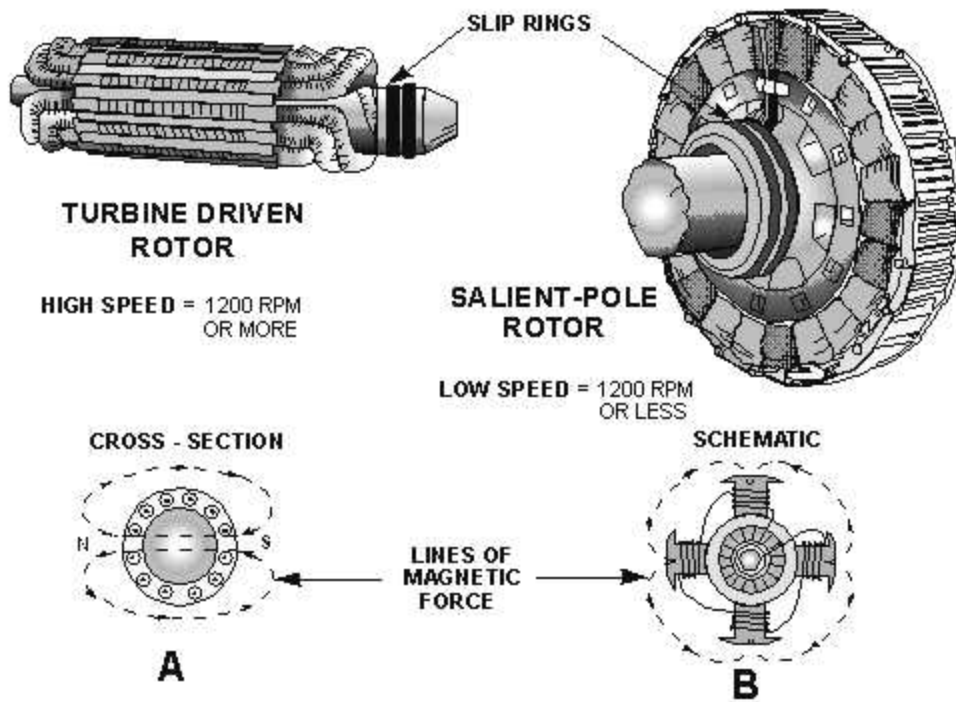
- lemezelt hengeres
- tekercselt (csúszógyűrűs) vagy rövidrezárt (kalickás)

4.2.2. Működés (motor)

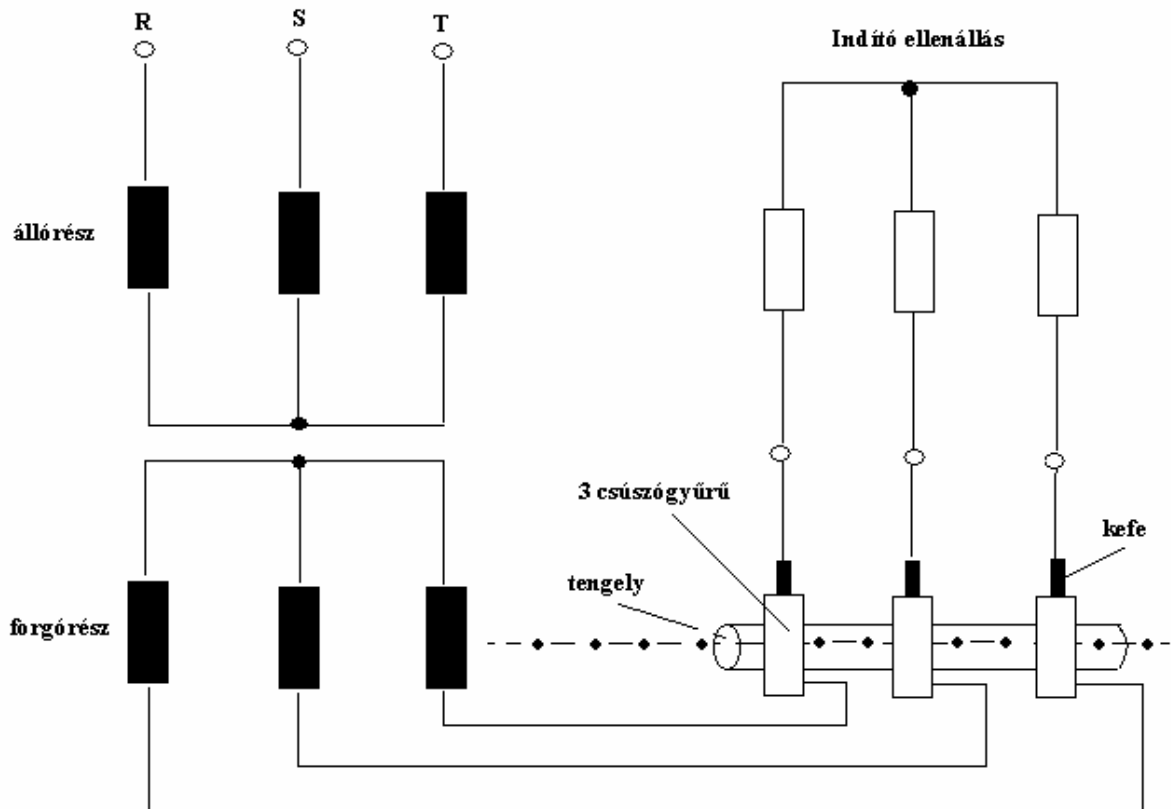
Az aszinkron gépeket leggyakrabban motorként, valamilyen munkagép hajtására használják. Tekintsük át elsőként a háromfázisú változat működését. Az állórészen elhelyezett háromfázisú tekercselésre rákapcsolva a szinuszos háromfázisú feszültséget, az állórészben forgó mágneses tér alakul ki. A forgó mágnesmező az állórészt tápláló hálózat f_1 frekvenciája és a gép p póluspár számával meghatározott szinkron fordulatszámmal forog:

$$n_0 = \frac{f_1}{p} \left[\frac{1}{s} \right]$$

A forgó mágneses tér hatására a forgórészben feszültség indukálódik, melynek hatására a villamosan rövidrezárt forgórészben áram indul meg. Az áram és a mágneses tér kölcsönhatása nyomatékot létesít, amely a forgórészt a mezővel egyező irányban forgásba hozza. Minél jobban közeledik a fordulatszám a szinkron fordulathoz, annál kisebb a forgórészben indukálódó feszültség, mert a forgó mágnesmező és a forgórész közötti relatív sebesség annál jobban csökken. Ha a forgórész elérte a szinkron fordulatszámot, a mezőhöz képest relatív nyugalomba kerül, a tekercseiben nem indukálódik feszültség, nem jön létre áram és így nyomaték sem keletkezik. A gép csak a szinkrontól különböző fordulatszám mellett tud nyomatékot kifejteni. Ezért nevezik nem szinkron, azaz aszinkron motornak. Terhelés hatására megnövekszik a forgórész árama, ami 3-6%-os fordulatszám csökkenést okoz. Az alábbi ábrák mutatják a gép forgórészének szerkezetét és a villamos kapcsolást.



96. ábra

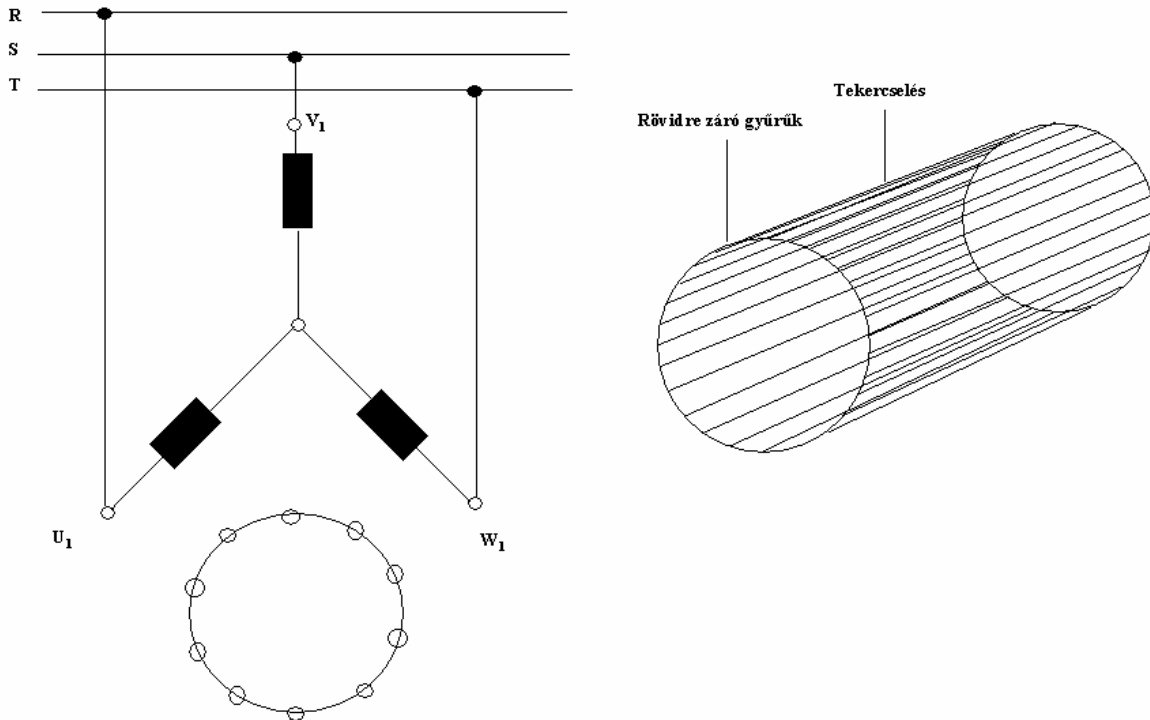


97. ábra

4.2.2.1. Kalickás motor

A kalickás forgórészeken nincs tekercselés és csúszógyűrű. A „tekercselés” a hornyokban elhelyezett rudakból áll (hornyokként egy rúd), amelyeket a forgórész homlokoldalán egy-egy rövidrezáró gyűrű kalickává egyesít. A kalicka olyan többfázisú tekercsnek tekinthető, amelynek annyi fázisa van, ahány horony van a forgórészén. A kalickás forgórész elvben tetszőleges pólusszámra használható.

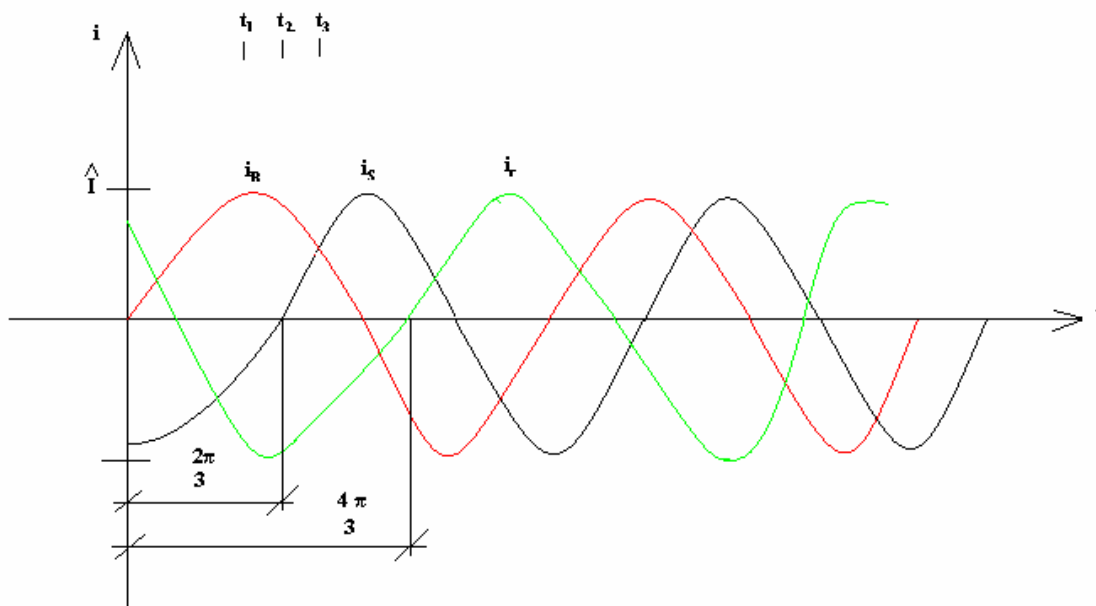
Indítási tulajdonságai: mivel indító ellenállásra nincs mód, ezért kedvezőtlenebbek, mint a csúszógyűrűs forgórészűeké.



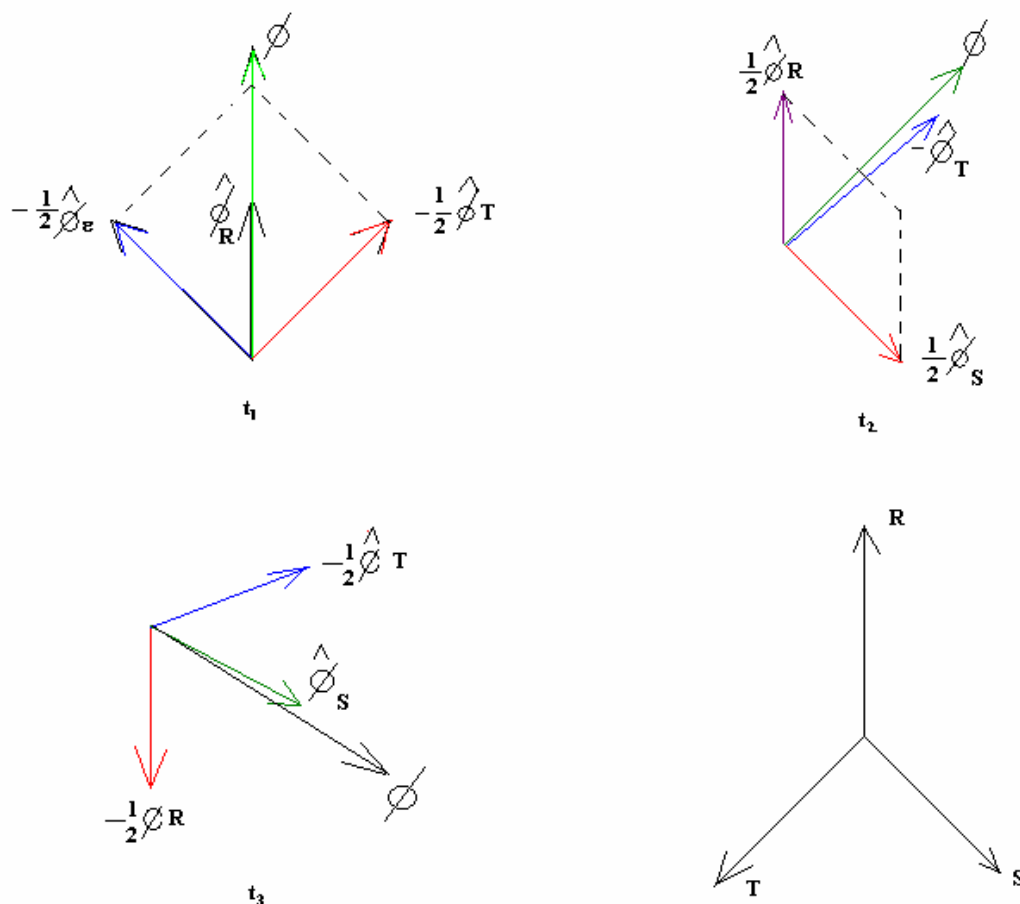
98. ábra

4.2.2.2. Forgó mágneses tér

Az alábbi ábrák szemléltetik a forgó mágneses tér kialakulását:



99. ábra



100. ábra

$$t_2 = t_1 + 60^\circ$$

$$t_3 = t_2 + 60^\circ$$

4.2.2.3. Szlip (csúszás)

Ha az aszinkron gép tengelyét mechanikai nyomatékkal megterheljük, fordulatszáma beáll arra az értékre, amelynél a szekunder indukált feszültség által létrehozott áram nyomatéka egyensúlyt tart a terhelő nyomatékkal. Az aszinkron gép forgórésze motoros üzemállapotban a szinkron fordulatszámnál mindig kisebb fordulatszámmal forog. A forgórésznek a forgómezőhöz képesti relatív lemaradását, csúszását szlipnek nevezzük és „s”-sel jelöljük. Ha a fluxus szinkron fordulatszámát n_0 -al, a tengely fordulatszámát n -nel jelöljük, a motor szlipje:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = 1 - \frac{n}{n_0} \quad (3 \dots\dots 6 \%) \quad \text{átlagos szlip érték}$$

a fordulatszám a szlip ismeretében meghatározható:

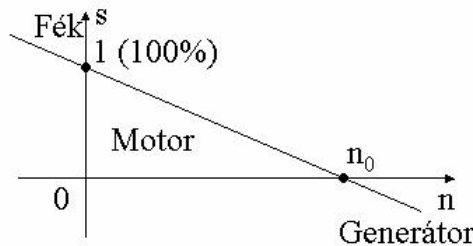
$$n = (1 - s) \cdot n_0$$

$$n_0 = \frac{f_1 \cdot 60}{p} \left[\frac{1}{\text{min}} \right] \quad \text{szinkron fordulatszám}$$

f_1 az állórészre kapcsolt áram frekvenciája [Hz]

p a póluspárok száma (É-D: egy póluspár)

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \cdot 100 \quad [\%] \quad \text{szlip (csúszás)}$$



$f_1 = 50 \text{ Hz}$

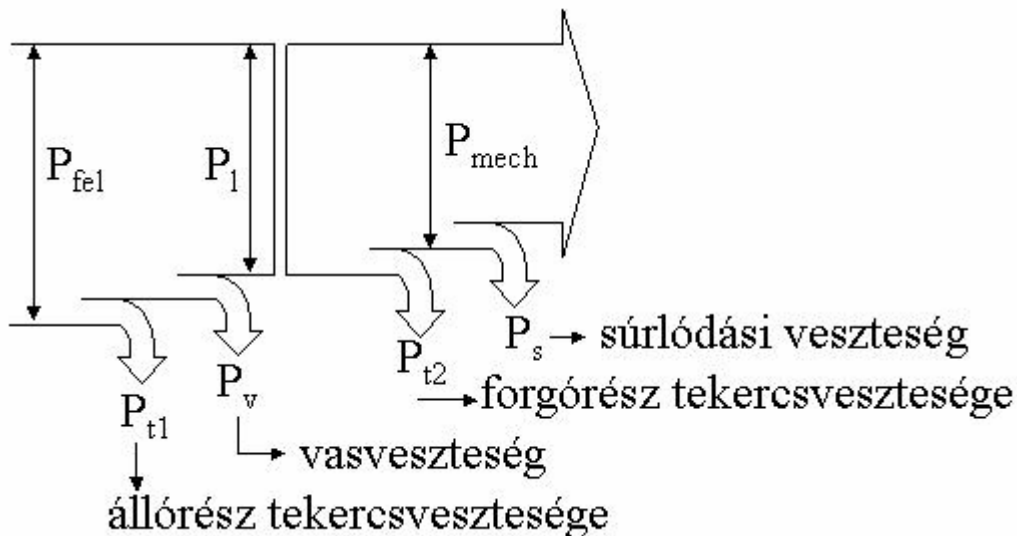
p	n_0 [min ⁻¹]	n_n [min ⁻¹]	s_n [%]
1	3000	2850	5
2	1500	1465	3
3	1000	955	4,5
4	750	720	4

Az aszinkron gép önállóan (hálózat nélkül) nem képes generátorként üzemelni.

101. ábra

4.2.2.4. Teljesítmény viszonyok

Az alábbi ábra alapján elemezhetjük az aszinkron motorban kialakuló különböző teljesítményeket:



102. ábra

Az ábrában használt jelölések:

P_{fel} : hálózathoz felvett teljesítmény

P_{v1} : állórész vasvesztése

P_1 : légrésteljesítmény

Az egyes teljesítmények közötti összefüggések:

$$P_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$$

$$P_{v1} = 3 \cdot I_1^2 \cdot R_1$$

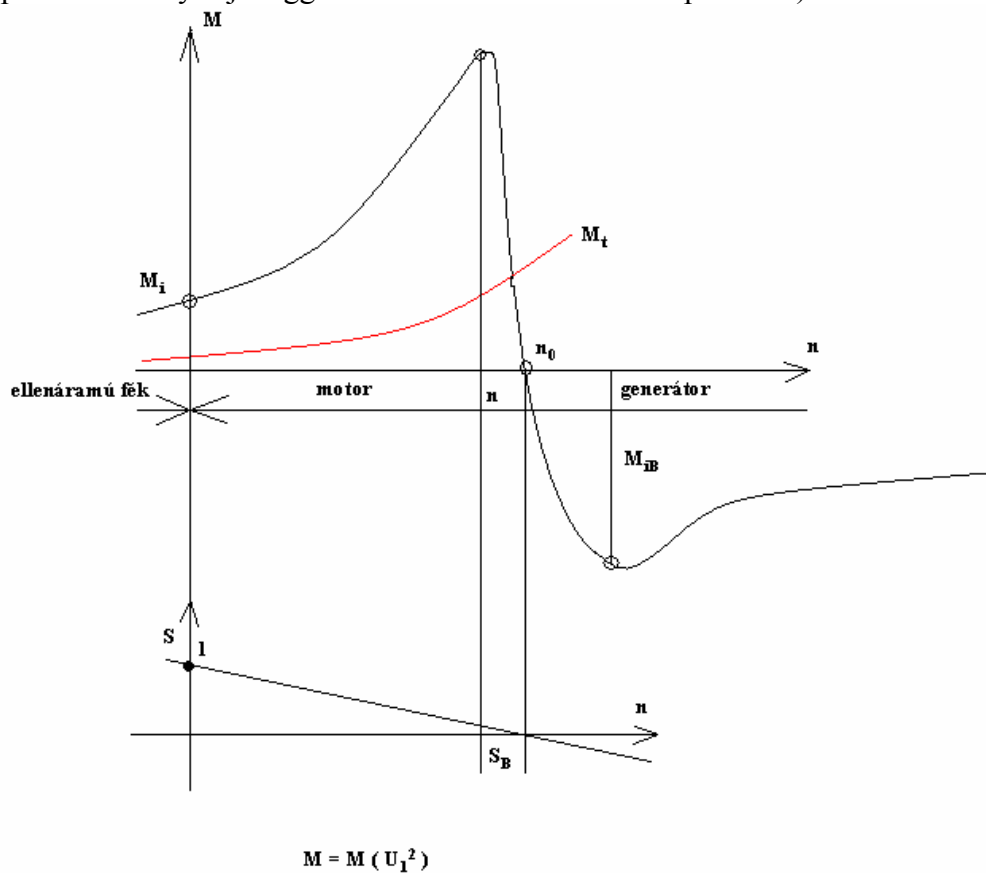
$$P_l = M \cdot \omega_0$$

$$P_{t2} = 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 (= s \cdot P_1), (P_{v2} \approx 0)$$

$$\begin{aligned}
 P_{mech} &= P_l - P_{t2} \\
 P_{mech} &= M \times \omega \\
 n &= n_0 - sn_0 \\
 \omega &= \omega_0 - s\omega_0 \\
 P_{mech} &= M\omega_0 - sM\omega_0 = P_l - sP_l \\
 P_{mech} &= (1-s)P_l \\
 P_{t2} &= sP_l \\
 P_h &= P_{mech} - P_{súrlódás} \\
 \eta &= \frac{P_h}{P_{fel}}
 \end{aligned}$$

4.2.2.5. M-n jellgörbe

Az aszinkron gép nyomaték – fordulatszám jelleggörbéje az alábbi ábrán látható (figyeljük meg a különböző üzemállapotokra érvényes jelleggörbe szakaszt és a nevezetes pontokat):



Az ábra nevezetes pontjai:

M_i : indítási nyomaték

M_b : billenő vagy maximális nyomaték

M_t : terhelő nyomaték

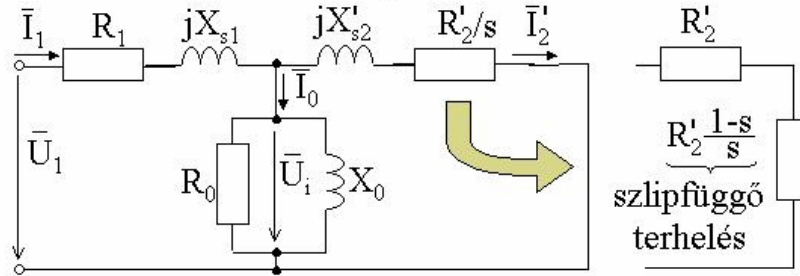
n_0 : szinkron fordulatszám

s_b : billenő szlip

103. ábra

4.2.2.6. Helyettesítő kép

Az aszinkron gép villamos helyettesítő kapcsolása alapján a gép működése jobban megérthető. Az ellenállások és reaktanciák jelentése lényegében megegyezik a transzformátornál leírtakkal (állórész ~ primer tekercs, forgórész ~ szekunder tekercs). A három fázis szimmetriája miatt elegendő egy fázisra megrajolni a kapcsolást.



104. ábra

ahol

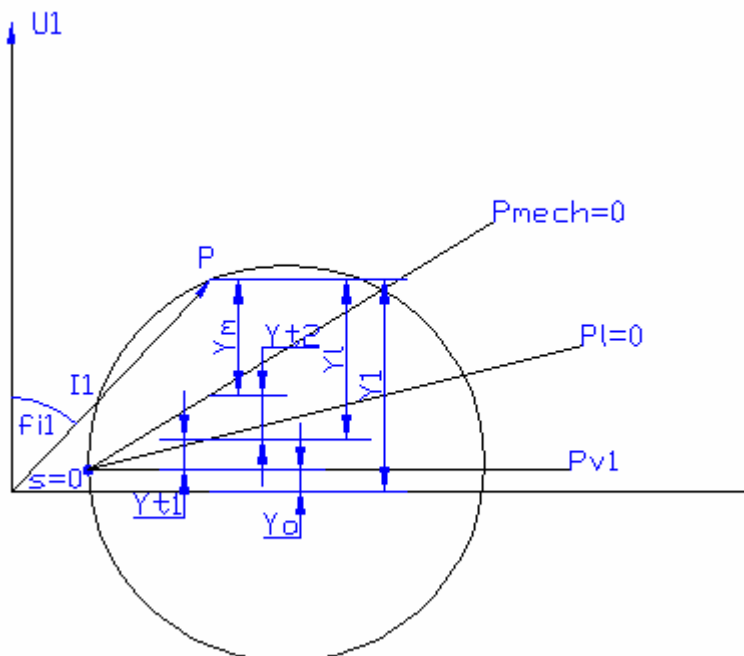
$$X_{s2}' = a^2 \cdot X_{s2}$$

$$R_2' = a^2 \cdot R_2$$

4.2.2.7. Kördiagram

A terhelés változása megváltoztatja a szlip értékét, amelynek hatására megváltozik az állórész árama. Ezt az áramvektordiagramot nevezik kördiagrammának.

105. ábra



106. ábra

4.2.2.8. Indítás

Az aszinkron motorok indításkor a névleges áramuk többszörösét veszik fel a hálózatról:

$$I_i \approx (3 \dots 9) \times I_n$$

A nagy indítási áram nagy feszültségesést okozhat a hálózatban, amelyet meg kell akadályozni. Erre több módszer is rendelkezésre áll, ezeket foglaljuk össze a következő szakaszokban.

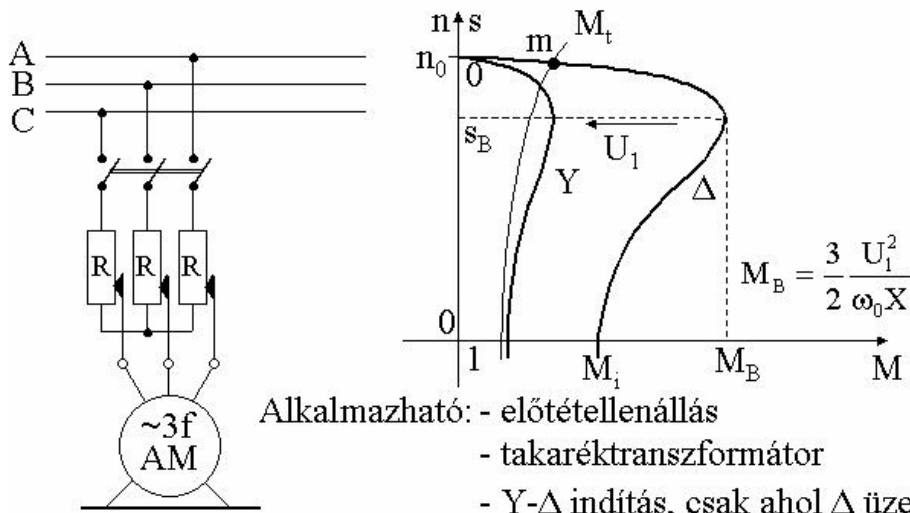
4.2.2.8.1. Kalickás motorok

– **Közvetlen indítás:**

Kiseb teljessítményű motor és „erős” hálózat esetén megengedett a közvetlen indítás. Ilyenkor a motort indításkor közvetlenül rákapcsolják a hálózatra.

A nagy indítási áram csökkentésére az alábbi módszerek használatosak:

- **kapocsfeszültség csökkentése** (Ohm törvényét kihasználva: ha kisebb a feszültség, akkor kisebb az áram is, azonos impedanciát feltételezve)
 - **ellenállással** (veszteséges)



Alkalmazható: - előtétellenállás
 - takarékttranszformátor
 - Y-Δ indítás, csak ahol Δ üzem

$$\frac{I_{\Delta}}{I_Y} = \frac{\sqrt{3}I_{f\Delta}}{I_{fY}} = \frac{\sqrt{3} \frac{U_{f\Delta}}{Z_f}}{\frac{U_{fY}}{Z_f}} = \frac{\sqrt{3}U}{\frac{U}{\sqrt{3}}} = 3 \qquad \frac{M_{\Delta}}{M_Y} = \frac{U_{f\Delta}^2}{U_{fY}^2} = \frac{U^2}{\left(\frac{U}{\sqrt{3}}\right)^2} = 3$$

107. ábra

- **reaktanciával**
- **transzformátorral**
 Veszteségmentes
- **Y/Δ indítás** → leggyakoribb (indításkor a motor állórész tekercseit csillagba, majd a forgórész felpörgése után deltába kapcsolják) Ezzel a megoldással az eredeti indítási áramot a harmadára lehet csökkenteni. (Emlékezzünk vissza a háromfázisú rendszereknél a vonali és fázis mennyiségek kapcsolatára csillag és delta kapcsolás esetén.)
- **Figyelem:** a csillagba kapcsolt motor nyomatéka is harmadára csökken!

$$U_v = \sqrt{3} \cdot U_f$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \frac{M_i}{3} \Rightarrow \frac{I_i}{3}$$

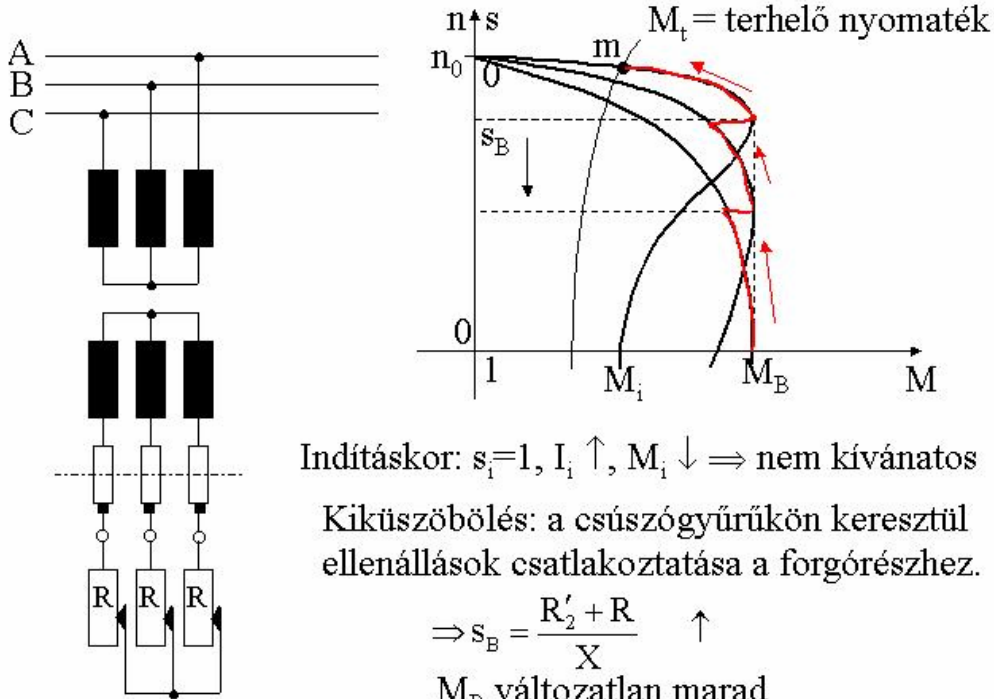
- **Elektronikus kapcsolás** alkalmazása (ún. lágyindítók alkalmazása)
 Ez a legkorszerűbb megoldás, elektronikus eszközök alkalmazásával érjük el, hogy a motorra a hálózatinál kisebb feszültség jusson. Alkalmazásával előre programozható módon beállítható a motor indítási árama, az indítási idő hossza, az indító nyomaték értéke, stb. Egyes típusok ún. lágy leállítást is lehetővé tesznek.

4.2.2.8.2. Csúszógyűrűs motorok

Csúszógyűrűs motorok esetén lehetőség van a forgórészbe külső elemeket, például ellenállásokat bekapcsolni.

o **forgórész körbe iktatott ellenállások**

Az ellenállások hatására megváltozik a motor nyomaték jelleggörbéje. Minél nagyobb a bekötött ellenállás értéke, annál „lágyabb” lesz a jelleggörbe szinkron pont közeli szakasza, miközben a maximális nyomaték értéke nem változik.



Indításkor: $s_i=1, I_i \uparrow, M_i \downarrow \Rightarrow$ nem kívánatos

Kiküszöbölés: a csúszógyűrűkön keresztül ellenállások csatlakoztatása a forgórészhez.

$$\Rightarrow s_B = \frac{R'_2 + R}{X} \quad \uparrow$$

M_B változatlan marad

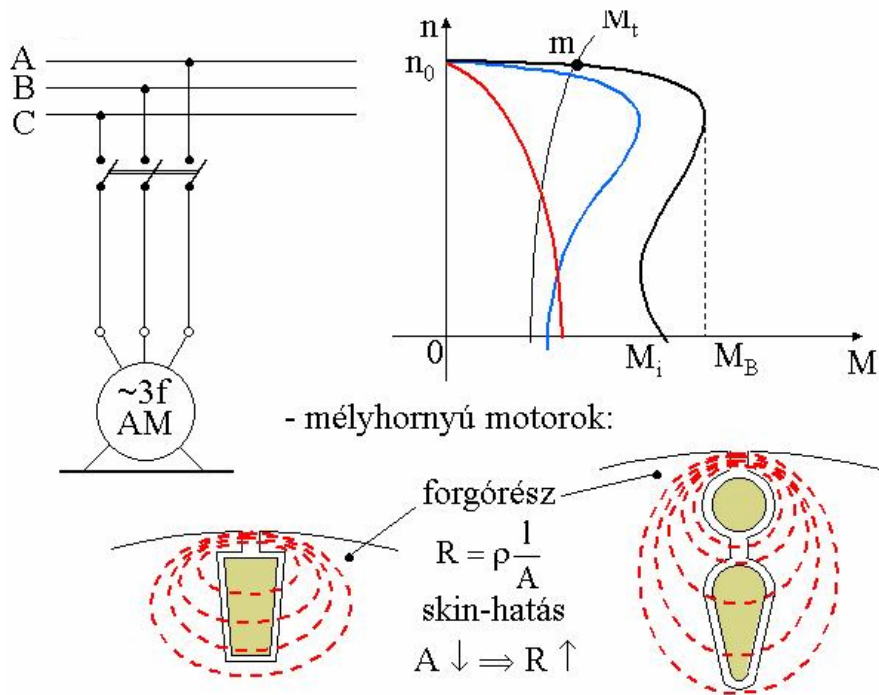
108. ábra

4.2.2.8.3. Mélyhornyú és kétkalickás motorok

A mélyhornyú és a kétkalickás motorokat kifejezetten a kedvező indítási tulajdonságok érdekében fejlesztették ki. A működés elve az áramkiszorulás jelenségét (skin=bőr hatást) használja ki, mely szerint minél nagyobb a frekvencia, annál jobban kiszorul az áram a vezető kerületére. Indításkor a forgórészben az áram frekvenciája „nagy”, az áram nem tölti ki egyenletesen a vezető keresztmetszetét, ezért az áram szempontjából a vezető ellenállása nagyobb lesz, mert

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

ugyanis a vezető „A” keresztmetszete lecsökken (mélyhornyú gép). Kétkalickás gép esetén a hornyokban lévő külső és belső kalickák fajlagos ellenállása nem azonos ($\rho_{\text{külső}} > \rho_{\text{belső}}$). Ezekkel a megoldásokkal kedvező indítási tulajdonságok (I_i kisebb, M_i nagyobb) érhető el. Előnyük, hogy a motort gyárilag készre szerelték, így a felhasználónak semmi külön tennivalója nincs a kedvező indítási tulajdonságok biztosítása érdekében és lényegében veszteségmentes a megoldás.



109. ábra: Mélyhornyú és kétkalickás forgórészek

4.2.2.9. Fordulatszám változtatás

Gyakran szükség van arra, hogy üzem közben megváltoztassuk az aszinkron motor fordulatszámát. Az alábbi összefüggés alapján látható, hogy a fordulatszámot három tényező befolyásolja: szlip, frekvencia, póluspárszám. Ha ezek közül bármelyiket megváltoztatjuk, akkor megváltozik a fordulatszám is. Ebből következően három lehetőség van a fordulatszám változtatására. A következőkben ezt tekintjük át.

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} \Rightarrow n = (1 - s) \cdot n_0$$

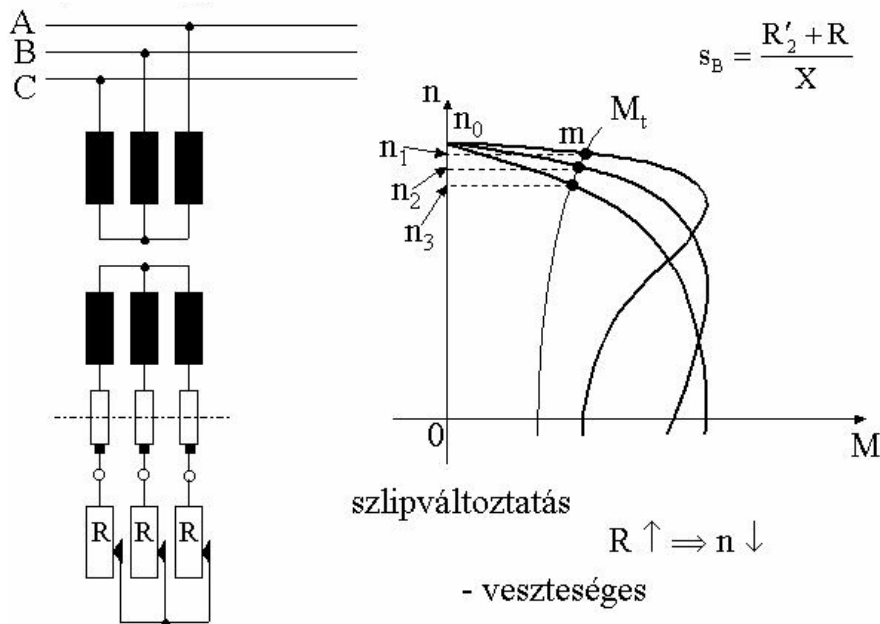
$$n_0 = \frac{f_1}{p}$$

$$n = \frac{f_1}{p} \cdot (1 - s)$$

4.2.2.9.1. Szlip változtatása

– csúszógyűrűs motornál

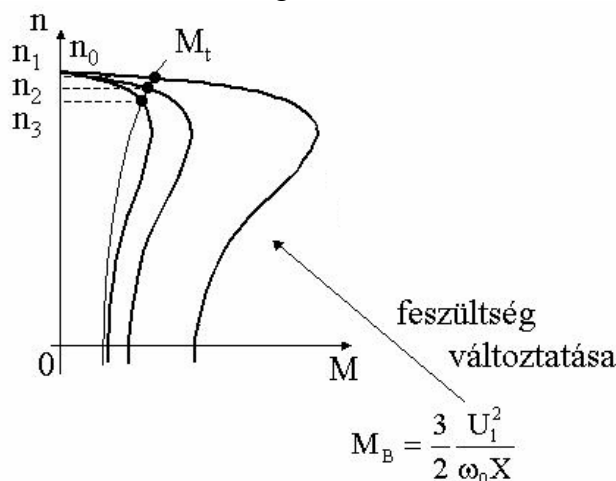
A forgórész körbe ellenállásokat kötünk be, hasonlóképpen, mint ahogy azt az indítási áram csökkentésekor láttuk. A motor nyomatéki ábrája megváltozik. Ha az ellenállás értékét folyamatosan tudjuk változtatni, akkor folyamatos fordulatszám változtatást tudunk elérni. A módszer előnye a viszonylag egyszerű kialakítás, hátránya az, hogy veszteséges, ugyanis az ellenálláson keresztül folyó áram hőt termel.



110. ábra

– **kalickás motornál**

Csak elvi lehetőség, nem használják, mert a feszültséggel négyzetes viszonyban lévő nyomaték erőteljesen lecsökkenne a feszültség csökkentés hatására.

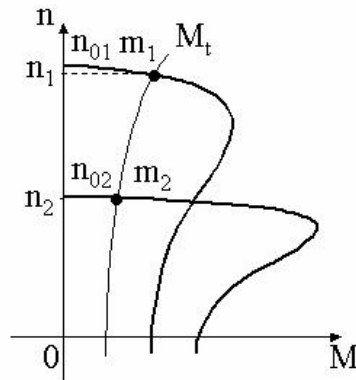


111. ábra

A feszültség csökkentésével a nyomaték is csökken (négyzetesen)!

4.2.2.9.2. Pólusszám változtatása

Az állórész tekercselés pólusszámának változtatásával több fokozatú fordulatszám változtatás érhető el, mivel minden pólusszámnak más-más szinkron fordulatszám felel meg. Gyárilag olyan tekercselést alakítanak ki, amely megfelelő átkapcsolásokkal két különböző pólusszámra használható. A legismertebb és leggyakrabban alkalmazott megoldás az ún. Dahlander féle tekercselés, amely 1:2 arányú pólusszám átkapcsolást tesz lehetővé. Az egyes fázistekercsek két félből állnak, amelyeket sorba vagy párhuzamosan lehet kötni.

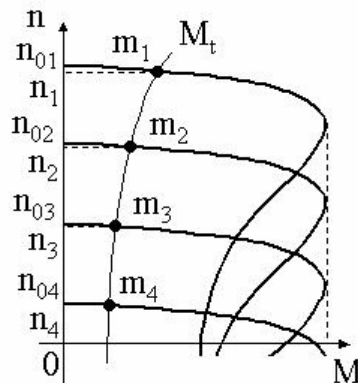


112. ábra

Ez a fordulatszám változtatási módszer veszteségmentes, viszont hátránya, hogy csak fix fordulatokra alkalmazható (pl. $n=2880, 1440, 720$ f/perc stb.). A póluspárok növelése a fordulatszám csökkenésével jár.

4.2.2.9.3. Állórész-frekvencia változtatása

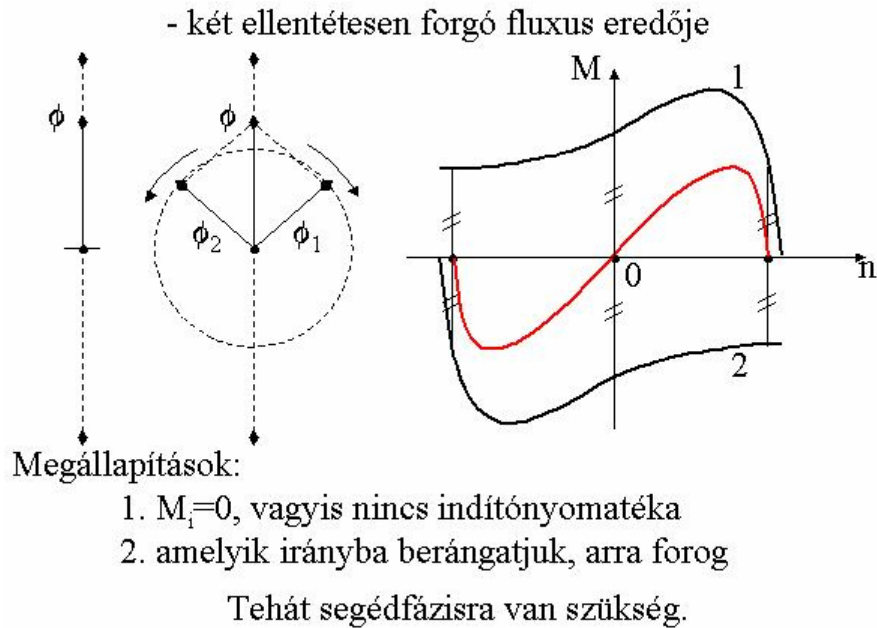
Ez a legjobb és legkorszerűbb megoldás, ugyanis folyamatos fordulatszám változtatást tesz lehetővé lényegében veszteségmentesen. Erre a célra félvezető eszközökből épített ún. frekvenciaváltókat alkalmaznak, amelyek a frekvenciával együtt a feszültséget is változtatják. Ezek segítségével akár 3000 ford./percnél nagyobb fordulatszám is elérhető. Az alábbi ábra mutatja, hogyan változik a gép jelleggörbéje, ha változik az állórészre kapcsolt feszültség frekvenciája (szinkron pont változik, billenő nyomaték értéke nem):



113. ábra

4.2.3. Egyfázisú aszinkron motorok

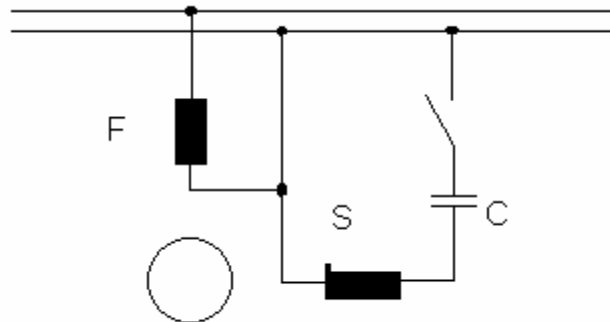
Az egyfázisú aszinkron motorokat olyan kisteljesítményű hajtásokhoz használják, ahol nem áll rendelkezésre háromfázisú hálózat (pl. kis szivattyúk, ventilátorok, kompresszorok, háztartási gépek, stb.). Az egyfázisú motorok állórészén 1F-ű tekercselés található, a forgórészük pedig kalickás kivitelű. Az állórészre kapcsolt egyfázisú feszültség hatására kialakuló lüktető mágneses tér tartja őket forgásban, azonban a megindításukhoz ún. segédfázis tekercs szükséges. Az állórész tekercselése által létrehozott lüktető mágnes tér két, egymással szemben forgó, félakkora amplitúdójú forgó fluxus eredőjének tekinthető. Mindkét összetevő forgó mágneses tere indukció útján többfázisú áramot és így nyomatékot hoz létre a forgórészben. A két nyomaték ellentétes irányú, nagyságuk egyenlő, így eredőjük zérus, azaz a gépnek nincs indítónyomatéka. Ezt ábrázolja az alábbi ábra (a piros jelleggörbe lényegében az egyfázisú aszinkron motor jelleggörbéje):



114. ábra

4.2.4. Segédfázisú motorok

A segédfázisú motorok rendelkeznek egy ún. segédfázis tekercssel, ami a forgás megindulását segíti elő. Ez a tekercs 90 fokkal van elforgatva a főfázishoz képest, de gondoskodni kell arról is, hogy ennek a tekercsnek az árama is késsen 90 fokkal a főfázishoz képest. Erre általában kondenzátort alkalmaznak, ami lehet üzemi, vagy indítókondenzátor annak megfelelően, hogy üzem közben is vagy csak az indítás során van-e szerepe. Az üzemi kondenzátor a motor teljes üzeme alatt működésben van, míg az indító csak akkor, mikor a motort indítják.



115. ábra

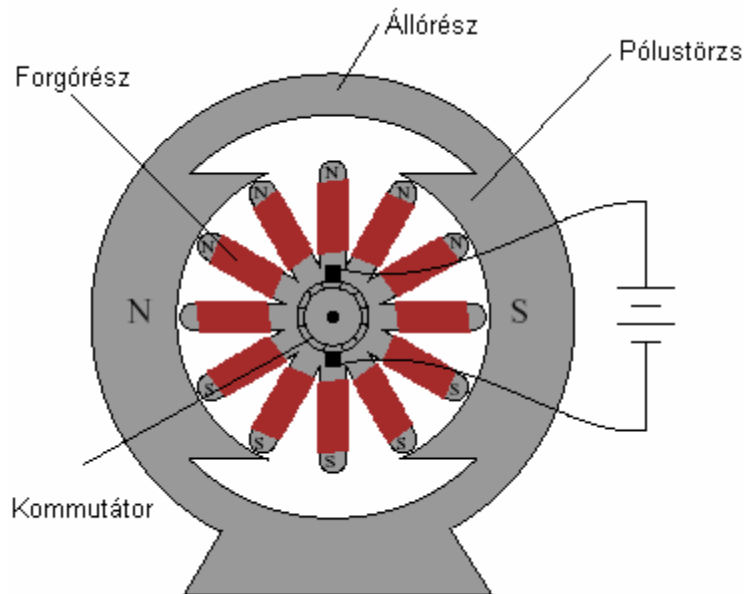
4.3. Egyenáramú gépek

A villamos gépek közül legkorábban az egyenáramú gépek terjedtek el. Később, a váltakozóáramú hálózatok elterjedésével együtt az aszinkron gépeket is egyre nagyobb számban használták. Azonban ma is vannak olyan alkalmazási területek, ahol nagy számban használnak egyenáramú gépeket elsősorban ott, ahol precíziós fordulatszám szabályozásra van szükség (pl. szerszámgépek, robotok, stb.).

4.3.1. Szerkezeti felépítés (motor, generátor)

Az egyenáramú gépekre négy alapvető szerkezeti rész jellemző:

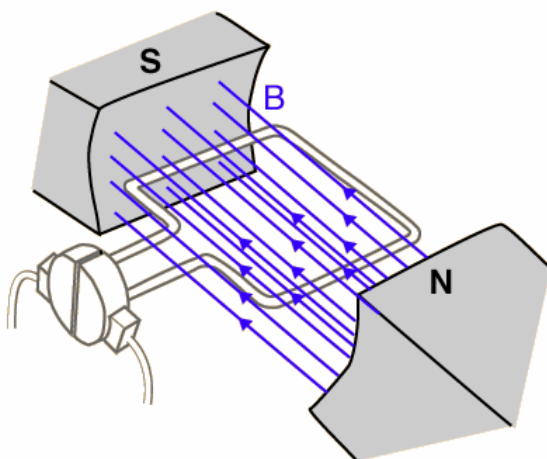
- az acélöntvényből készült henger alakú állórész, amelyre csavarokkal erősítik fel a fő- és segédpólusokat. A főpólusokon elhelyezett, és egyenárammal táplált gerjesztőtekercsek – a főpólustekercsek – gerjesztik a gép fluxusát. (kisebb teljesítményű gépeknél az állórészt állandó mágnestől készítik, így nem kell az állórészt külön gerjeszteni).
- A lemezelt, henger alakú, külső felületén hornyokkal ellátott forgórész az armatúra, amelynek tekercselésében a főfluxus hatására feszültség indukálódik.
- A kommutátor, amely az armatúra tekercselés váltakozó áramát mechanikus úton egyenirányítja.
- A kefék, amelyek az armatúra áramot a kommutátorról csúszóérintkezéssel szedik le.



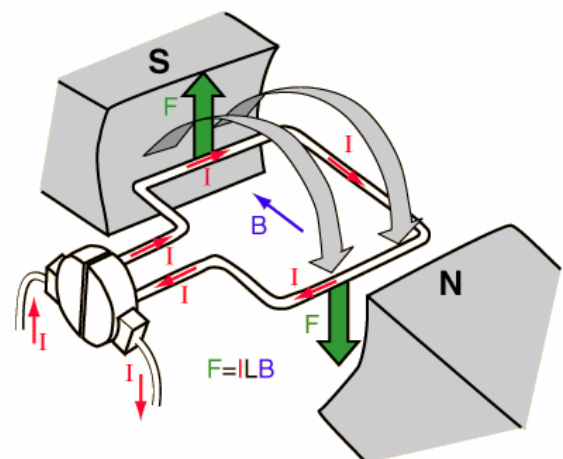
116. ábra

4.3.2. Működés

Az alábbi sematikus ábrák segítségével magyarázzuk az egyenáramú motorok működését. Az állandó mágnes mágneses terében van elhelyezve egy vezető keret (armatúra), amelyben áram folyik. Az áram hatására a vezető körül mágneses mező alakul ki, amely merőleges lesz az állandómágnes mágneses terének vektoraira. Ez a jelenség azt eredményezi, hogy a forgórész elfordul.

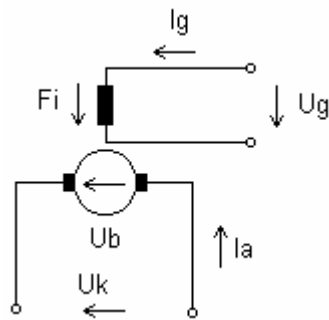


117. ábra



118. ábra

Az állórész állandó mágnes helyett gyakran alkalmaznak itt is tekercset, amit egyenárammal gerjesztenek. Az egyszerűsített villamos helyettesítő kép az alábbi ábrán látható:



119. ábra

Az ábrában használt jelölések magyarázata:

U_g : gerjesztő feszültség

I_g : gerjesztő áram

$\Phi = F_i$: főfluxus

U_k : armatúra kapocsfeszültsége

I_a : armatúra áram

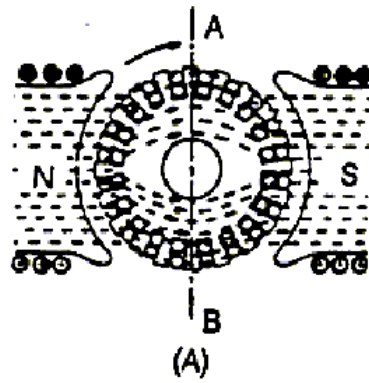
U_b : armatúra belső indukált feszültsége

4.3.3. Armatúrareakció

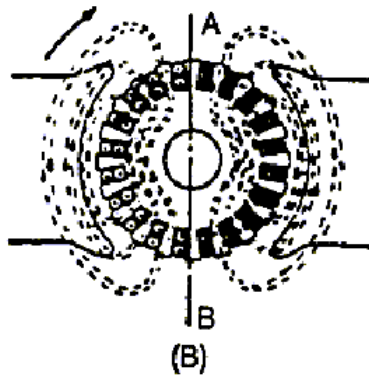
A működés pontosabb megértéséhez szükséges megismerni az armatúra visszahatás vagyis az armatúrareakció jelenségét. Az armatúraáram maga is mágneses fluxust hoz létre, amely hozzáadódik a pólusok által létesített fluxushoz. Ez a jelenség eltorzítja az indukció-eloszlást az armatúra kerülete mentén. Mint ahogy azt az ábra is mutatja, ennek az lesz a következménye, hogy a gép fluxusa csökken, és az ún. semleges vonal eltolódik. Ezért tehát ennek megfelelően el kell tolni a keféket is.

Az armatúrareakció hatásainak megszüntetése:

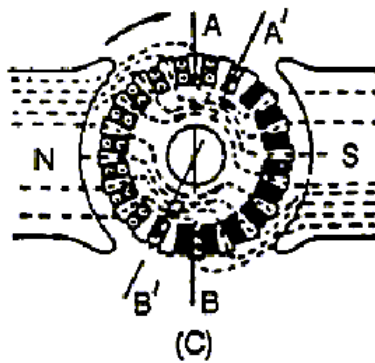
- légrés növelése (nagyobb gerjesztés szükséges)
- segédpólus alkalmazása az üresjárású semleges vonalban az armatúraárammal gerjesztve
- megfelelő kommutálási késleltetés (siettetés)
- kompenzálótekercs alkalmazása a pólussarukban az armatúraárammal gerjesztve



Mágneses mező fluxusa



Forgórész fluxus



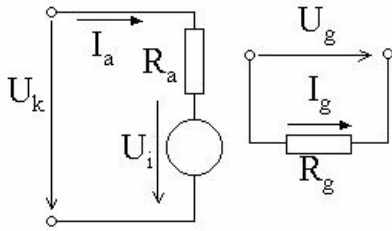
Eredő fluxus

120. ábra

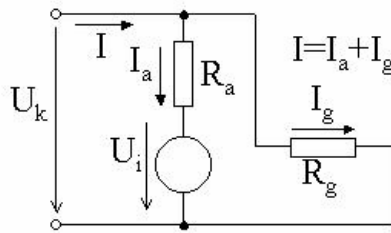
4.3.4. Egyenáramú gépek osztályozása

Az egyenáramú gépeket a gerjesztés módja szerint négy csoportba osztjuk. Ezek láthatók az alábbi ábrán:

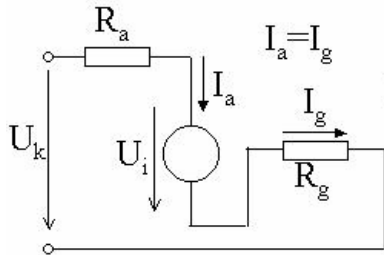
Külső gerjesztésű



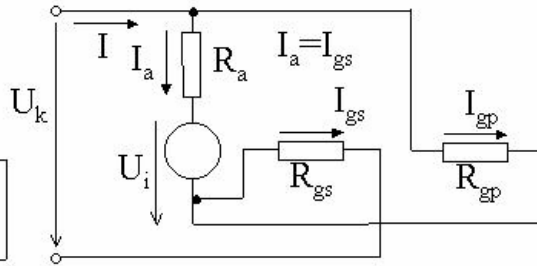
**Párhuzamos gerjesztésű
(vagy sönt gerjesztésű)**



Soros gerjesztésű



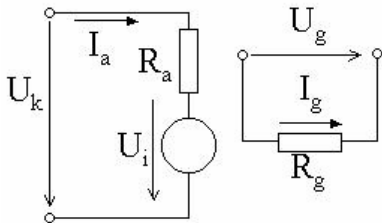
Vegyes gerjesztésű



121. ábra

4.3.4.1. Külső gerjesztésű motor (párhuzamos is)

A külső gerjesztésű motornak két pár független kivezetése van. Egyikre kapcsoljuk a gerjesztő feszültséget, a másikra pedig az armatúra feszültséget. A működést leíró összefüggések az alábbiakban láthatók:



122. ábra

$$\phi = \text{áll.}$$

$$U_k = U_b + I_a \cdot R_a$$

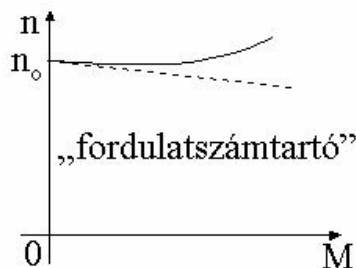
$$U_i = U_b = k \cdot \phi \cdot \omega$$

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a$$

$$U_b \times I_a = M\omega$$

$$\omega = \frac{U_b}{k \cdot \phi} = -\frac{R_a I_a}{k \cdot \phi} + \frac{U_k}{k \cdot \phi} \Rightarrow y = mx + b$$

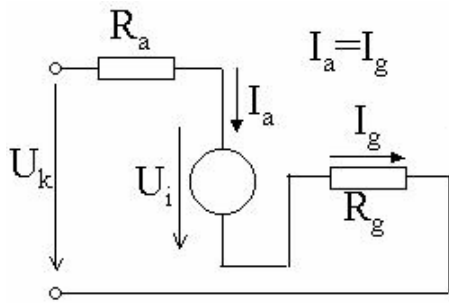
A motor egyik legfontosabb tulajdonsága a fordulatszám-tartás, azaz növekvő nyomaték mellett (mint ahogy az ábrán is látható) nem változik meg lényegesen a fordulatszám.



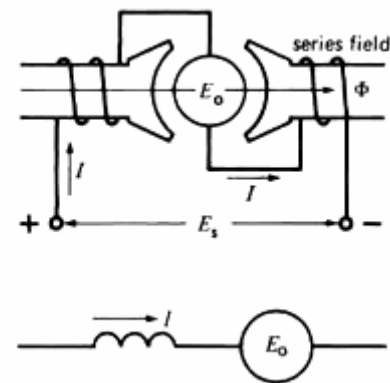
123. ábra

4.3.4.2. Soros gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe az alábbi ábrán látható:



124. ábra



125. ábra

Az armatúra sorosan van kapcsolva a gerjesztőtekerccsel, ezért a gerjesztőáram azonos az armatúraárammal.

$$I_g = I_a$$

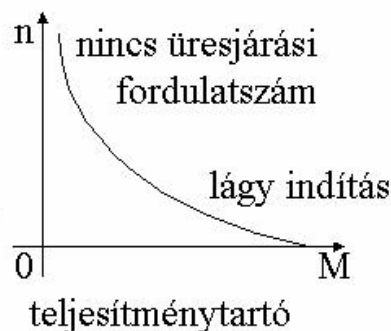
emiat:

$$\phi = f(I_a)$$

és:

$$\omega = \frac{U_k}{k \cdot \phi} - \frac{I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi} = \frac{U_k}{k \cdot k' \cdot I_a} - \frac{R_a}{k \cdot k'}$$

ennek megfelelően a fordulatszám az armatúraáram függvényében hiperbola (fordítottan arányos) függvényt ad.



126. ábra

Az ábráról leolvasható, hogy a soros gerjesztésű motornak nincs üresjárás fordulat száma (terhelés nélkül indítani tilos).

A motor indulásakor, amikor az armatúraáram nagy és a fordulatszám még kicsi, akkor adja le a legnagyobb nyomatékot, majd a fordulatszám növelésével csökken a nyomaték és az áramfelvétel is. Ezt a viselkedést járműveknél (troli, villamos, metro, vasút) és különböző kéziszerszámoknál ideálisan ki lehet használni, hiszen ezeknek a gépeknek induláskor van szükségük nagy nyomatékra, az elért fordulatszámot már kisebb nyomatékkal is fenn lehet tartani.

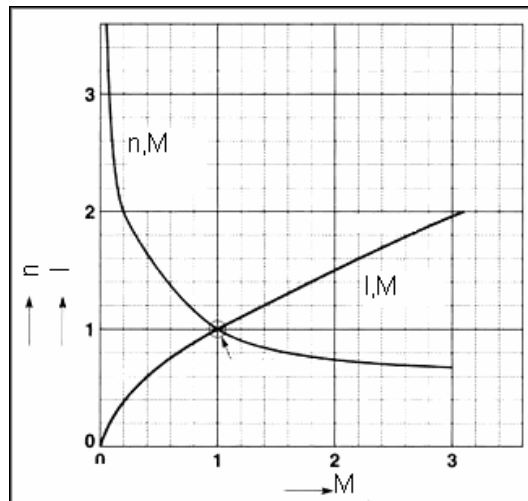
A fordulatszám erősen függ a terheléstől

$$M = k \cdot \phi \cdot I_a = k' \cdot I_a^2$$

a nyomaték az armatúraáram négyzetével arányos

$$M \cdot n \approx \text{áll.} = P$$

tehát a motor teljesítménytartó.

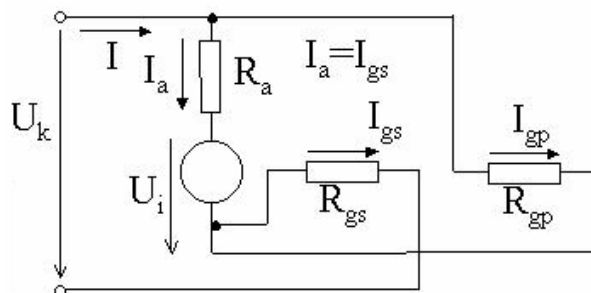


127. ábra

A soros gerjesztésű motor sajátos tulajdonsága, hogy egyaránt működik váltakozó-, illetve egyenáramú táplálásról is, ezért univerzális gépnek nevezzük. A motor forgásirányának változtatása csak a gerjesztő tekercs kapcsainak felcserélésével lehetséges. Fontos azonban, hogy egy 230V váltakozófeszültségre tervezett gépet, nem lehet 230V egyenfeszültségről táplálni, ilyenkor ugyanis a tekercs reaktanciája megszűnik, így kisebb lesz a terhelés és az áram nagyon megnő.

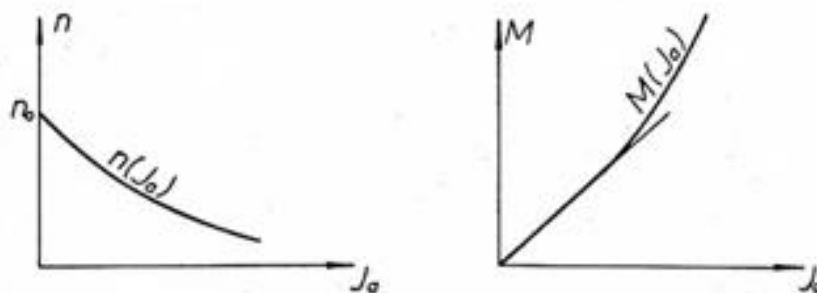
4.3.4.3. Vegyes gerjesztésű motor

Villamos helyettesítő képe az alábbi ábrán látható:



128. ábra

A fordulatszám illetve a nyomaték az armatúraáram függvényében:



129. ábra

A jelleggörbékben felismerhető a soros és a párhuzamos gerjesztés hatása is, ugyanis nem lineáris a fordulatszám jelleggörbe, azonban van üresjárás fordulatszám.

Összefoglalva a jellemzői:

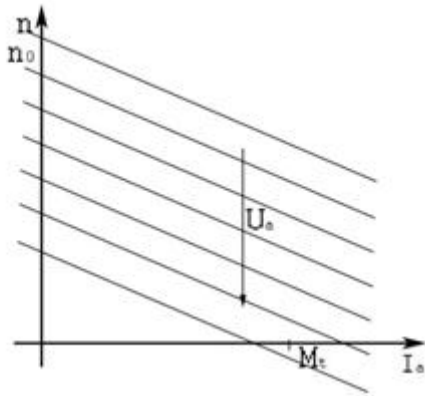
- Ritkán használják,
- Nem fordulattartó,
- Van soros és párhuzamos gerjesztése is.

4.3.5. Fordulatszám változtatás

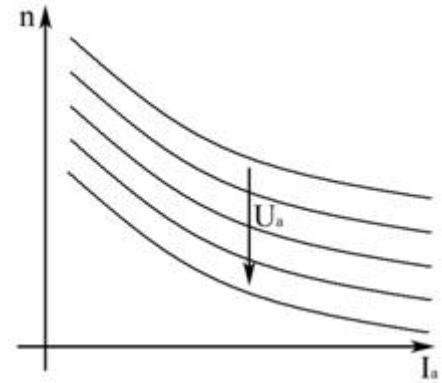
Az $\omega = \frac{U_k - I_a \cdot R_a}{k \cdot \phi}$ összefüggés alapján 3 lehetőség van az egyenáramú motorok szögsebesség és ezáltal a fordulatszám befolyásolására.

1. U_a (armatúra kapocsfeszültség) változtatása

- veszteségmentes
- ez a leggyakoribb és legjobb módszer (az ábrákon a baloldalon a külső, a jobboldalon a soros gerjesztésű motor jelleggörbéi láthatók)

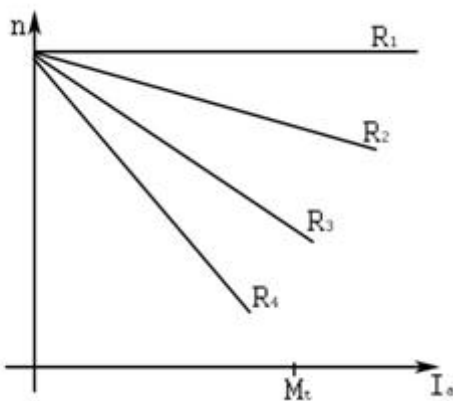


130. ábra

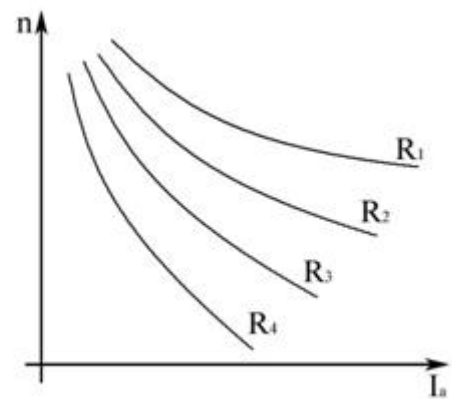


131. ábra

2. R_a (főáramkörü ellenállás) változtatásával



132. ábra



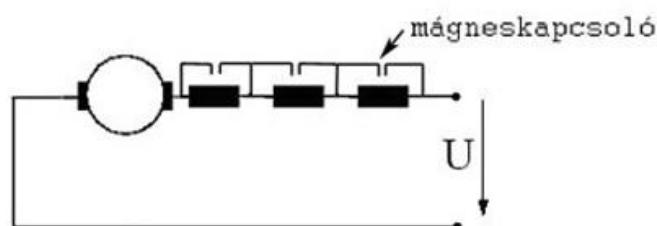
133. ábra

$$R_1 < R_2 < R_3 < R_4$$

A módszer jellemzői:

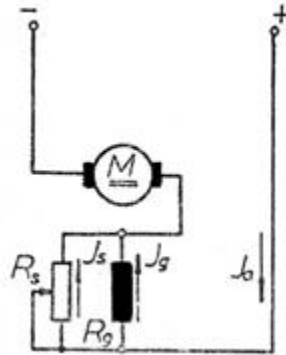
- az üresjárási pont nem változik (külső gerjesztésűnél), a sorosnál nincs üresjárási fordulatszám
- veszteséges, hőenergiát termel ($P = I^2 \cdot R$)

A gyakorlatban az ellenállásokat a velük párhuzamosan kapcsolt mágneskapcsolókkal kapcsolják be és ki ahogy az alábbi ábrán látható:

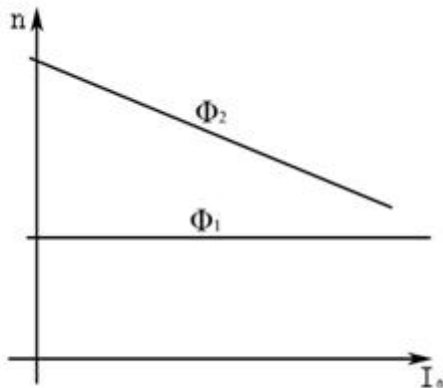


134. ábra

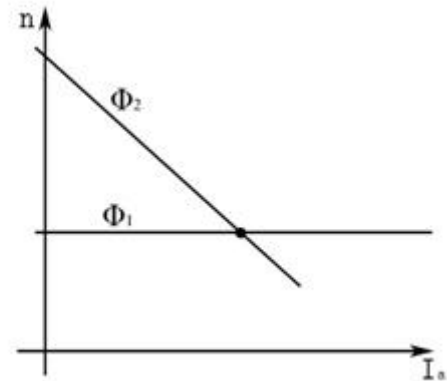
3. Φ (fluxus) változtatásával



135. ábra



136. ábra



137. ábra

$$\Phi_1 > \Phi_2$$

A módszer egyik hátrányát a jobboldali ábra mutatja: a metszéspontban a fluxus változtatásának nincs hatása a fordulatszámra. Előre tudni kell a terhelés tartományát, hogy elkerüljük a metszéspontot. A metszésponttól balra és jobbra a fluxus változtatásának a hatása ellentétes: a fluxus csökkentése a fordulatszám növekedését okozza a metszésponttól balra, míg jobbra éppen ellentétes a hatás.

4.3.6. Indítás

Emlékeztetőül néhány fontos összefüggés:

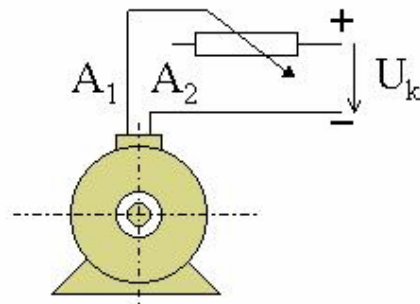
$$U_k = U_b + I_a \cdot R_a \Rightarrow I_a = \frac{U_k - U_b}{R_a}, \text{ ahol}$$

$$U_b = k \cdot \phi \cdot \omega$$

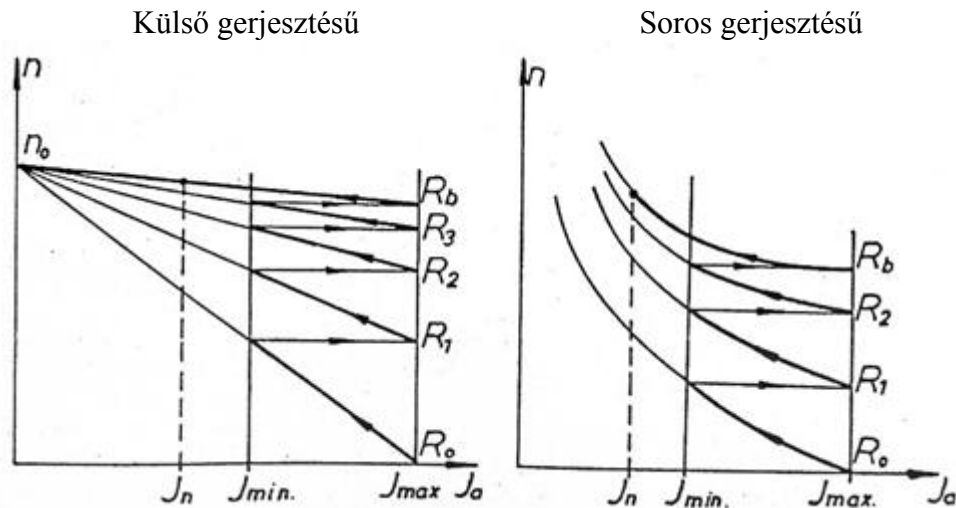
Indításkor ($\omega=0$), ezért nem indukálódik feszültség az armatúrában: $U_b=0$, ezért $I_a = \frac{U_k}{R_a}$ 10-30szorososa is

lehet a névleges áramnak: $I_i \approx (10 \dots 30) \times I_n$. Ez a nagy armatúra áram nemcsak a hálózatra nézve káros, hanem a motorra nézve is, ugyanis nagy teljesítményű motornál olyan nagy áram adódik, amely tönkretetheti a kommutátort és a szénkeféket is. Ezért az indítási áramot mindenképpen csökkenteni kell.

I_a -t csökkenthetjük például az armatúrával sorba kötött ellenállások bekapcsolásával (a tört nevezője nő)



138. ábra



139. ábra

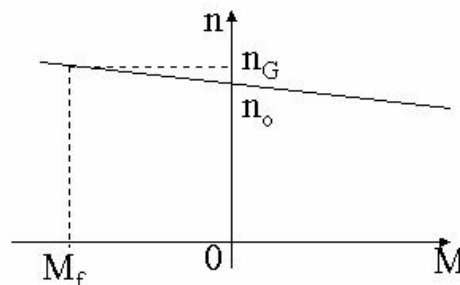
Ennél a módszernél kihasználjuk, hogy a motor rövid ideig elviseli a névlegesnél kissé nagyobb armatúraáramot. (Az ellenállások használata miatt ez is veszteséges megoldás.)

4.3.7. Fékezés

Az alábbiakban néhány eljárást mutatunk az egyenáramú motorok villamos úton történő fékezésére.

1. Visszatápláló (generátoros) fékezés

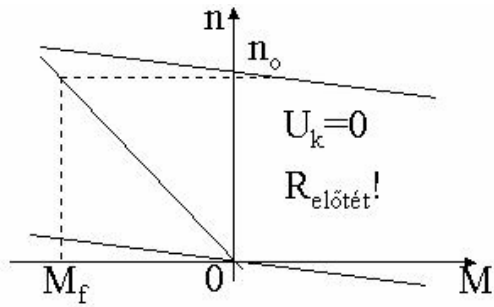
Ez a módszer csak az üresjárási fordulaton felett használható, azaz generátoros üzemmód esetén. Generátoros fékezés esetén a motort, mint generátort üzemeltetik, és a motor által termelt energiát a hálózatba visszatáplálják. Ez a fajta fékezési mód a soros motornál nem alkalmazható. Hátrány, hogy a motort nem lehet teljesen megállítani.



140. ábra

2. Ellenállásos (dinamikus) fékezés

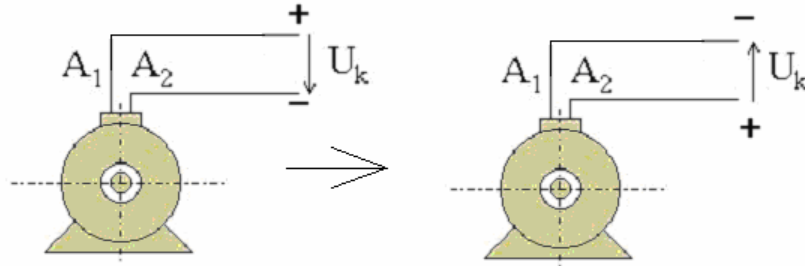
Ebben az esetben az armatúra táplálását megszüntetik és az armatúrával sorkapcsolt ellenállással fékezik a motort. Az ellenálláson átfolyó áram veszteséget okoz. Ezzel a módszerrel sem lehet megállásig fékezni hasonlóan, mint az előzőnél.



$$\omega = \frac{U_i}{k \cdot \phi} = -\frac{I \cdot R}{k \cdot \phi} = -M \cdot \frac{R}{k^2 \cdot \phi^2}$$

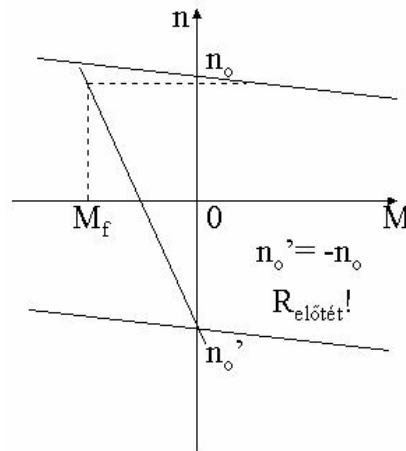
141. ábra

3. Ellenáramú (irányváltásos) fékezés



142. ábra

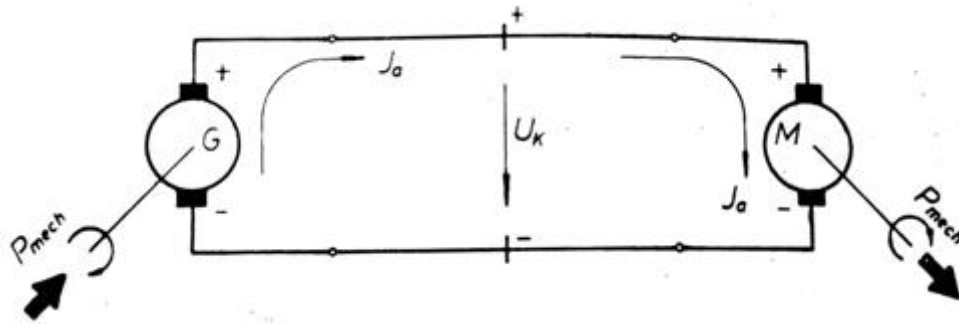
Ebben az esetben, mint ahogy az ábrán is látszik, a motor armatúra kapocsfeszültségének a polaritását megcserélik, ezáltal a motorban folyó áram ellenkező iránya miatt a motor a másik irányba akarna forogni, ez azonban csak úgy lehetséges, ha a motor először megáll. Tehát ezzel a módszerrel meg lehet teljesen állítani a motor forgását, de ez nagy veszteségekkel jár (névleges mechanikai, névleges villamos teljesítmény).



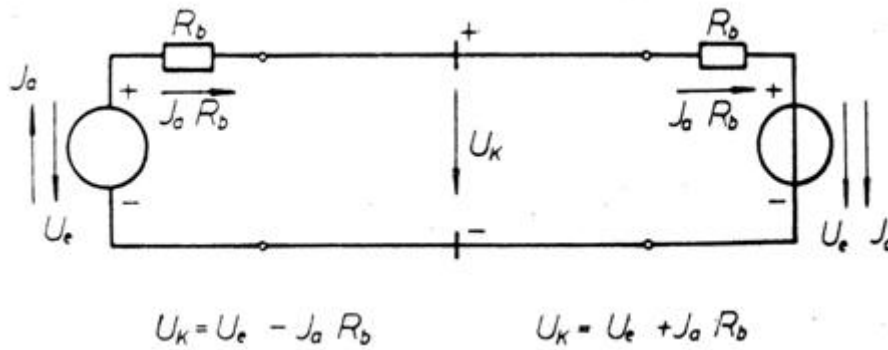
143. ábra

4.3.7 Egyenáramú generátorok

Az egyenáramú generátorokat az egyenáramú energia előállítására használják. Az alábbi ábrák mutatják az egyenáramú gépek teljesítmény viszonyait különböző üzemmódok esetén.



144. ábra

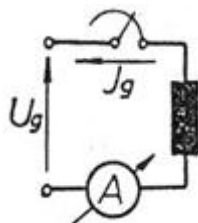


145. ábra

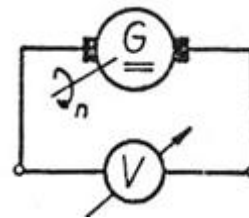
Motoros üzemállapot: Villamos-energia befektetésével a motor tengelyén mechanikai energiát kapunk.
 Generátoros üzemállapot: A tengelyen befektetett mechanikai energiából kapunk villamos energiát.

4.3.7.1 Külső gerjesztésű generátor

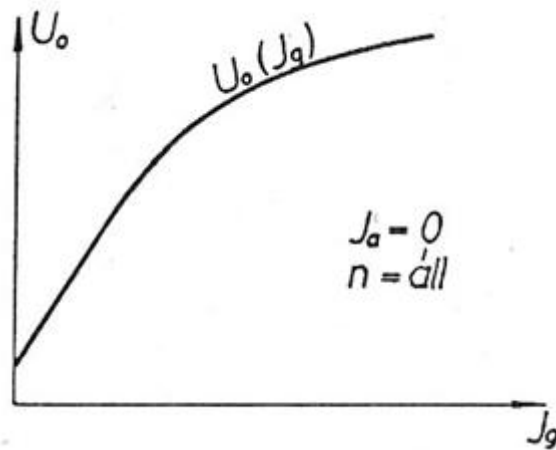
A gép állórészét külső gerjesztő hálózatra kapcsolják és a forgórészt egy hajtógép segítségével állandó fordulatszámmal forgatják. Az armatúra kapcsain mérve az indukált feszültséget az ún. üresjárási jelleggörbét kapjuk.



146. ábra



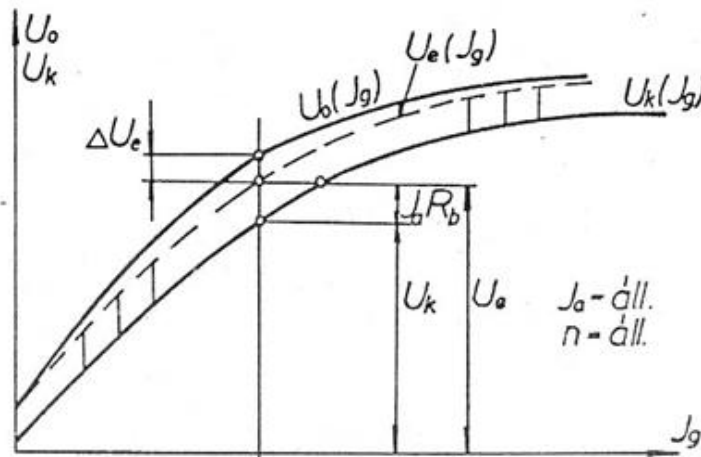
147. ábra



148. ábra

A görbe érdekessége, hogy nem az origóból indul zérus gerjesztő áram esetén sem. Ennek oka: a ferromágneses anyagokban van visszamaradott mágnesesség a korábbi működés miatt (remanencia). A ferromágneses anyag telítődése miatt nem lineáris a görbe menete.

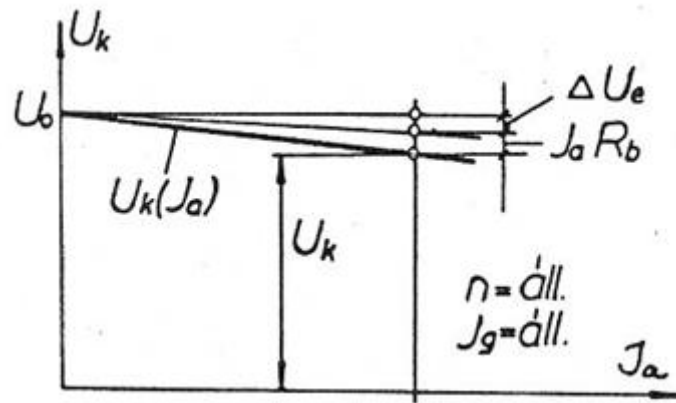
- Az üresjárási és a terhelési jelleggörbe látható az alábbi ábrán:



149. ábra

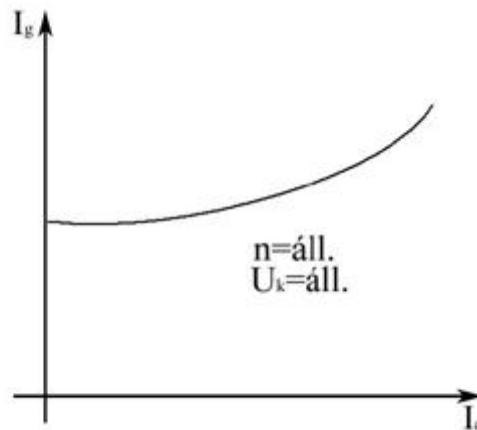
A kapocsfeszültség terheléskor kisebb, mint üresjárásban. A feszültségesés nagyobb az ohmos belső feszültségesésnél, mert az armatúravisszahatás csökkenti a gép főfluxusát és ez az indukált feszültség csökkenését eredményezi. A kapocsfeszültséghez az ohmos feszültségesést hozzáadva nyerjük a gép indukált feszültségét. (szaggatott vonal)

- Az armatúra kapocsfeszültségét az áram függvényében ábrázolva kapjuk az ún. külső jelleggörbét (valós feszültséggenerátor jelleggörbe):



150. ábra

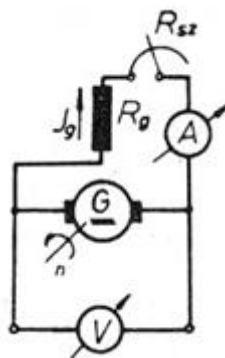
Előnye: a feszültség tág határok között stabilan beállítható
 Amennyiben közel ideális feszültséggenerátor jelleggörbét kívánunk, akkor az alábbi szabályozási jelleggörbe szerint kell a terhelés függvényében a gerjesztő áramot változtatni:



151. ábra

4.3.7.2 Párhuzamos gerjesztésű generátor (Jedlik Ányos: öngerjesztés elve)

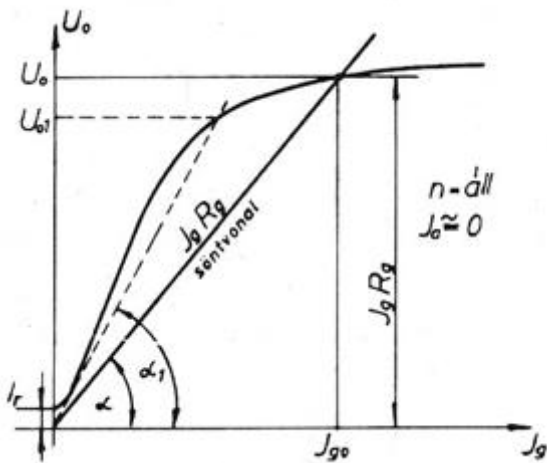
Ebben az esetben az állórészt párhuzamosan kapcsolják a forgórészsel és állandó fordulatszámmal forgatják a forgórészt.



152. ábra

Az előzőekkel ellentétben ez a generátorfajta villamos energia befektetése nélkül csak mechanikai energia segítségével állít elő villamos energiát.

- Az üresjárási jelleggörbe az alábbi ábrán látható:



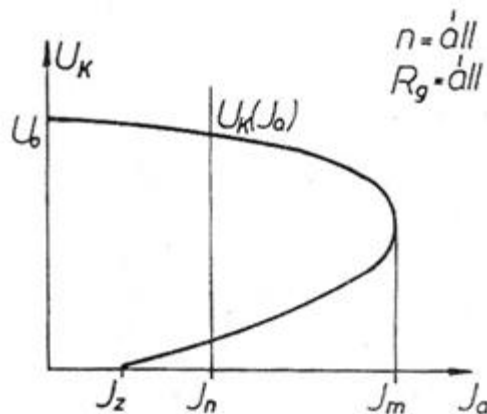
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{U_0}{I_g} = R_g + R_{sz}$$

R_g : gerjesztő tekercs ellenállása
 R_{sz} : szabályozó ellenállás a gerjesztő körben
 Az ún. söntvonal határozza meg azt a pontot, ahova a gép felgerjed (munkapont).

153. ábra

Ha a feszültség nulláról indulna, akkor nem tudna a generátor felgerjedni. A forgórész forgatásával a visszamaradó mágnesesség miatt azonnal indukálódik feszültség, ennek hatására lesz áram áram és fluxus, ezért nagyobb lesz az indukció tehát a generátor felgerjed.

- Az ún. külső jelleggörbe az alábbi ábrán látható:



154. ábra

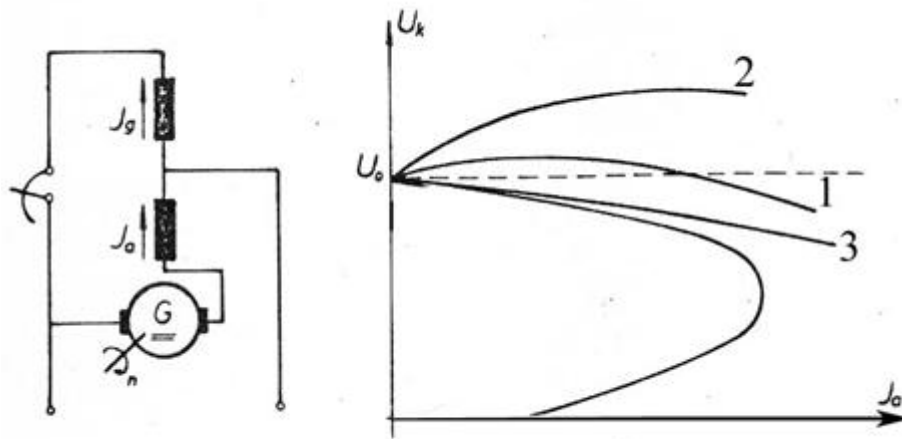
Ha a generátor terhelése nagy és meghaladja az I_m értékét, akkor a gép „legerjed” csak újraindítással állítható be a normál, üzemi munkapont.

A generátor felgerjedésének feltételei:

- remanens (visszamaradott) fluxus kell
- $R_g + R_{sz}$ megfelelően kicsi legyen (stabil munkapont)
- gerjesztő tekercs polaritása megfelelő legyen
- terhelő ellenállás megfelelően nagy legyen (ne lépjük túl az I_m értékét).

4.3.7.3 Vegyes gerjesztésű generátor

A vegyes gerjesztésű generátornak van sorba és párhuzamosan kötött gerjesztő tekercse is.



155. ábra

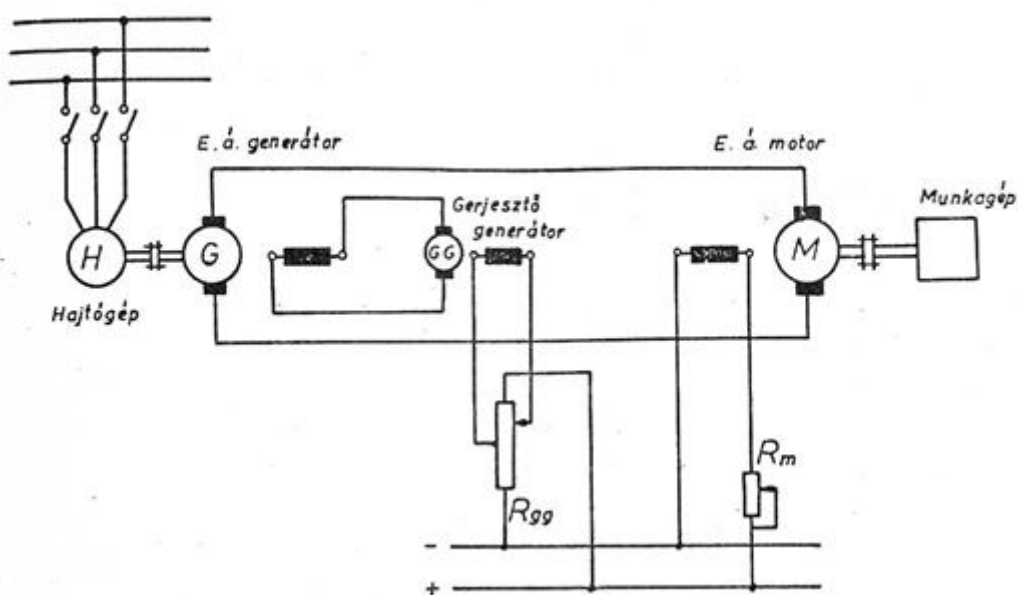
A két tekercs egymáshoz képesti viszonya alapján lehet:

- 1: kompaundált
- 2: túlkompaundált
- 3: alulkompaundált a gép.

Az egyes esetek jellemző karakterisztikái a fenti ábrán láthatók.

4.3.7.4 Ward-Leonard hajtás

Az egyenáramú gépek egy jellegzetes gépösszeállítása látható az alábbi ábrán, amelyet Ward-Leonard hajtásnak is szokás nevezni. Alkalmazásával a munkagépet hajtó „M” egyenáramú motor fordulatszámát lehet folyamatosan változtatni vagy forgásirányt lehet váltani. A „H” hajtógép lehet diesel motor (ha nincs villamos hálózat), vagy egy háromfázisú aszinkron motor az ábra szerint. A „G” külső gerjesztésű egyenáramú generátorral közös tengelyen helyezkedik el a „GG” gerjesztő generátor, amely az M külső gerjesztésű egyenáramú motor számára állítja elő a gerjesztő feszültséget. Jelen gépösszeállítás üzemeltetéséhez egyenáramú energiaforrásra (pl. akkumulátor) van szükség, amely a „G” és „GG” egyenáramú generátorok üzemeltetéséhez szükséges. Amennyiben a „G” generátor párhuzamos gerjesztésű (öngerjesztésű) egyenáramú generátor, akkor nincs szükség az előbb említett külső villamos energiaforrásra (pl. akkumulátorra).



156. ábra

-Sok hegyi sífelvonónál, vasúti diesel mozdonynál ezt a gép-összeállítást használják.

4.4. Szinkrongépek

A szinkron gép legfontosabb jellemzője, hogy csak egy kitüntetett fordulatszámon, az ún. szinkron fordulaton képes tartósan üzemelni. A gép fordulatszáma és frekvenciája között ugyanis merev kapcsolat van:

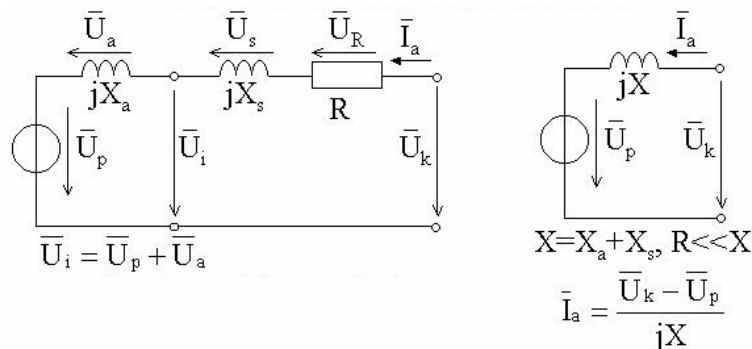
$$f = p n,$$

ahol p a gép póluspárjainak a száma. Működhet generátorként és motorként is, ahogy a legtöbb villamos forgógép. Túlnyomórészt azonban generátorként használják, a háromfázisú villamos energiatermelés legfontosabb gépe az erőművekben.

Szerkezeti felépítését tekintve két fő egységből áll: az állórészből (armatúrából) és a forgórészből. Legfontosabb jellemzői:

- -3 fázisú tekercselés az állórészen (armatúra)
- -lemezelt állórész (az örvényáram csökkentése miatt),
- -tömör, vastestű forgórész (hengeres vagy kiálló pólusú) egyfázisú tekercseléssel, a tekercsvégek csúszógyűrűkhöz csatlakoznak, ahova szénkeféken keresztül vezetjük a gerjesztőáramot (egyenáram)
- -motor:
 - állórész: a rákapcsolt 3 fázisú feszültség hozza létre a forgó mágneses teret, amelynek fordulatszámát a frekvencia és a pólusok száma határozza meg (nincs indítónyomatéka)
 - forgórész: egyenáramú gerjesztés
 - (abszolút fordulattartó)
- -generátor:
 - forgórész: egyenáramú gerjesztés
 - forgórészt állandó fordulatszámmal forgatják (gőz-, víz-, gázturbina, diesel motor)
 - állórész: indukált feszültség.

4.4.1. Áramköri modell



157. ábra

Az ábrában használt jelölések:

U_i : indukált feszültség
 U_a : armatúra feszültség
 U_p : pólusfeszültség
 U_k : kapocsfeszültség
 I_a : armatúra áram

X : szinkron reaktancia

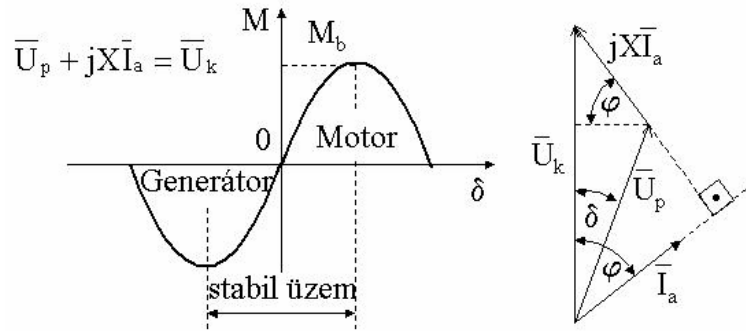
A szinkrongép nyomatéka:

$$M = \frac{3}{\omega_0} \cdot \frac{U_k \cdot U_p}{X_d} \cdot \sin \delta$$

M : nyomaték (kapocsfeszültségtől függ)

δ : terhelési szög (U_p és U_k közötti szög)

Hengeres forgórészű gép nyomatéka a terhelési szög függvényében:



158. ábra

Mind a szinkronmotor, mind a szinkrongenerátor lehet ún. alul- vagy felülgerjesztett állapotban annak megfelelően, hogy az armatúra áramvektora milyen fázishelyzetű a kapocsfeszültséghez képest. Másképpen fogalmazva ez azt jelenti, hogy a gép fojtótekeresként vagy kondenzátorként viselkedik-e, azaz induktív meddőteljesítményt felvesz a hálózatról vagy lead a hálózatba (előbbi esetben alul-, utóbbiban túlgerjesztett esetről beszélünk).

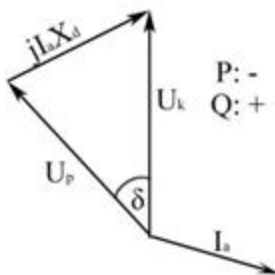
4.4.2. Generátor

Az előbbieket szerint a generátoros üzemmódra vonatkozó vektorábrák az alábbiakban láthatók:

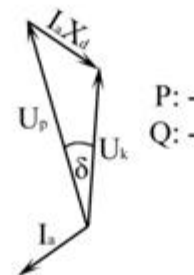
Megjegyzés: a pozitív teljesítmény fogyasztót, a negatív pedig termelőt jelent.

alulgerjesztett

túlgerjesztett



159. ábra



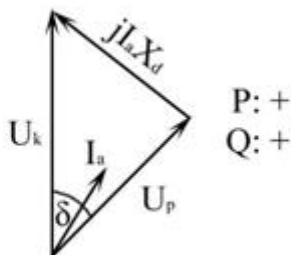
160. ábra

4.4.3. Motor

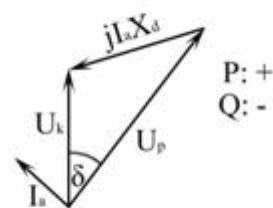
A motoros üzemállapotra érvényes vektorábrák:

alulgerjesztett

túlgerjesztett



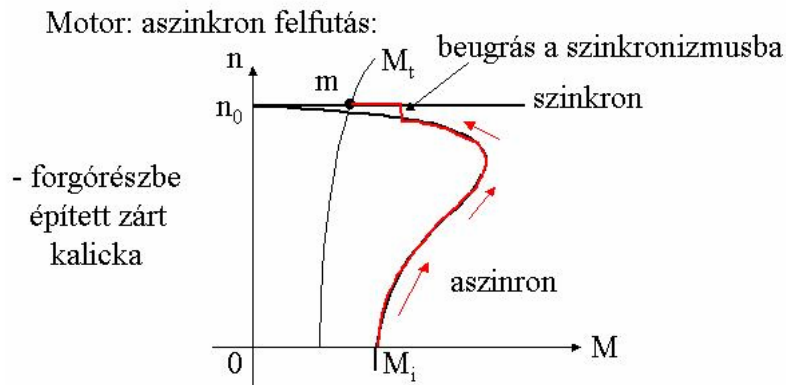
161. ábra



162. ábra

4.4.4. Indítás (motorként)

A szinkronmotornak nincs indító nyomatéka. A forgórészen elhelyezett néhány rövidrezárt menet segítségével az aszinkron motornál megismert elv alapján kezd el forogni a forgórész, majd a szinkron fordulatszám közelében hirtelen „beugrik” a szinkron fordulatszámra és ettől kezdve csak ezen a fordulatszámon képes tartósan üzemelni. Ez utóbbi tulajdonsága miatt nevezik abszolút fordulattartó gépnek.



163. ábra

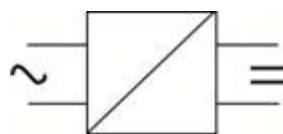
5. Áramirányítók

Napjainkban a megtermelt villamos energia a legtöbb esetben valamilyen átalakítás után jut el a fogyasztóhoz. Gyakori eset, hogy a rendelkezésre álló villamos energia valamelyik paramétere vagy akár több is, nem megfelelő egy adott fogyasztó számára. Néha a feszültség nagysága vagy frekvenciája vagy esetleg fázisszáma, néha pedig az áramneme nem megfelelő. Ezért különleges átalakító berendezéseket szokás használni. Amennyiben ezen átalakító berendezéseket úgynevezett félvezető elemekből készítik, akkor statikus áramirányítókról beszélünk.

Az alábbiakban a leggyakrabban előforduló eseteket mutatjuk be.

Az egyik leggyakrabban jelentkező igény, hogy a rendelkezésre álló váltakozóáramú (AC) energiát egyenáramúvá (DC) kell alakítani. Az ilyen berendezést egyenirányítónak nevezzük. Pl. a legtöbb elektronikai eszköz DC táplálást igényel. Ha nem áll rendelkezésre egyenáramú áramforrás, akkor a váltakozóáramú energiát kell egyenirányítani (másik gyakori alkalmazás az akkumulátortöltés).

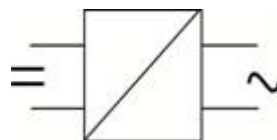
Egyenirányító



164. ábra

Ennek a fordított esete, amikor egyenáramból készítünk váltakozóáramot, az ilyen eszközt váltóirányító-nak vagy inverternek nevezzük:

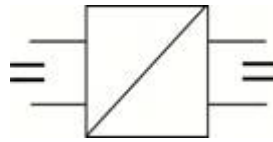
Inverter



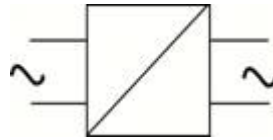
165. ábra

Néha nem megfelelő a rendelkezésre álló feszültségforrás feszültsége, ilyenkor a feszültség nagyságát kell megváltoztatni, átalakítani, ezeket az eszközöket nevezzük konverternek. Az ún. DC/DC konverterek az egyenáramot alakítják át egyenárammá, miközben a feszültség szintjét megváltoztatják. Például karóra DC/DC konvertere. Az AC/AC konverterek váltakozófeszültséget alakítanak váltakozófeszültséggé, miközben ennek nagyságát is megváltoztatják.

DC/DC és AC/AC konverterek

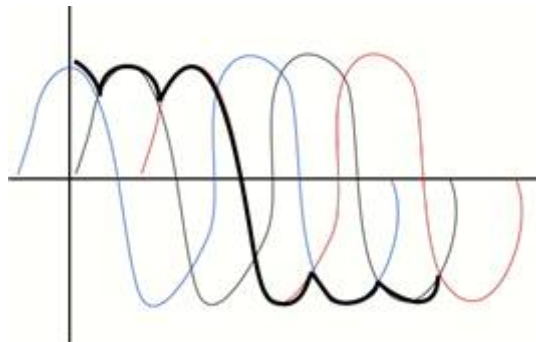


166. ábra



167. ábra

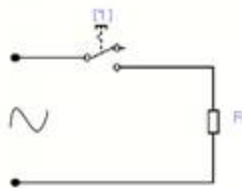
Az ún. **ciklokonverterek** szintén váltakozófeszültséget alakítanak át váltakozófeszültséggé, azonban közben megváltozik a fázisszám és a frekvencia is. Az alábbi ábra mutatja vázlatosan a ciklokonverter bemenő és kimenő jelét. (A vastag vonallal rajzolt jel a kimenőjel.) Az egyfázisú kimenő jel frekvenciája az eredeti háromfázisú jel frekvenciájának az egyharmada lesz ($f = 50/3$ Hz). Ezt az átalakítást pl. az osztrák és német vasutaknál használják, ezért nem használhatóak az osztrák és német mozdonyok Magyarországon és viszont, mivel eltérő feszültséget és frekvenciát használnak. (Megjegyzés: a legújabb gyártású villanymozdonyok már képesek átlépni az országhatárt, mert vegyes táplálásra tervezték azokat.)



168. ábra

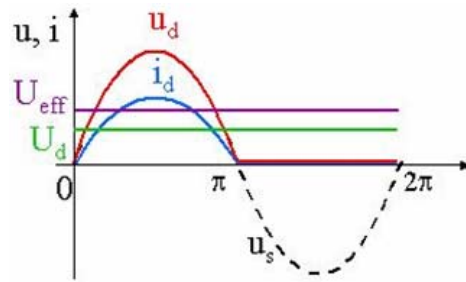
5.1. Egyenirányítók

A váltakozófeszültséget úgy is egyenirányíthatjuk, hogy egy kapcsolót alkalmazunk a táplálás és a fogyasztó között, amit a szinuszhullám fél periódusa alatt nyitva, majd a másik fél periódus alatt zárva tartunk.



169. ábra

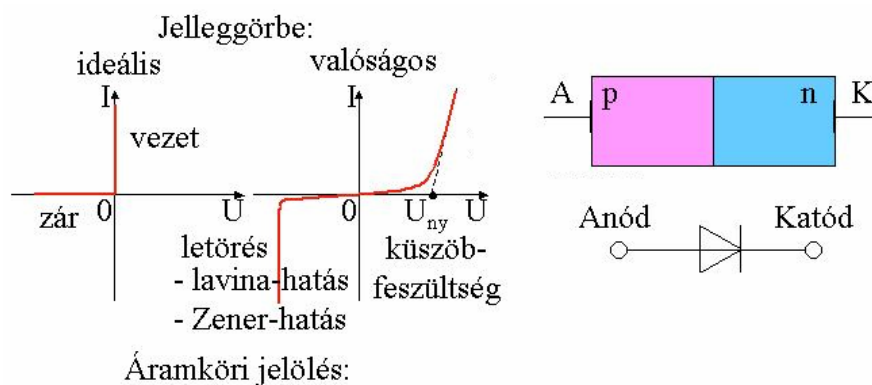
Az egyenirányított szinuszos feszültség és áram alakja az alábbi ábrán látható az idő függvényében.



170. ábra

Természetesen a gyakorlatban nem egy mechanikus kapcsolót, hanem egy olyan félvezető eszközt használnak, amelynek viselkedése, áram-feszültség jelleggörbéje jól közelíti az ideális kapcsolót. Erre a célra félvezető diódát szokás használni. Ez egy olyan germán vagy szilícium alapú félvezető eszköz, amelynek kivezetései: anód és katód.

Az ideális kapcsoló jelleggörbéje, feszültség-áram karakterisztikája és a dióda tényleges jelleggörbéje az alábbi ábrán látható.



171. ábra

Tehát ha a kapcsoló zárt állapotában van, akkor a feszültség nulla és áram folyik.

Nyitott kapcsoló állásnál szakadás van, nem folyik áram, de feszültség esik.

A dióda az ún. könyökponttól vezet. Jellegzetes dióda paraméterek:

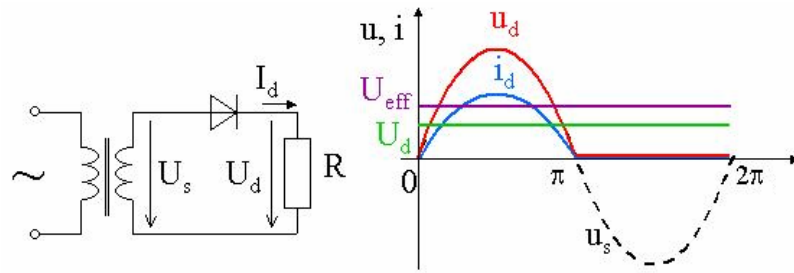
Záró irány: Szilíciumnál: 10^{-19} A Germánium: 10^{-6} A	A dióda nyit: Szilícium $U=0.6$ V Germánium $U=0.3$ V esetén
---	--

A hagyományos diódák a zárotartomány letörési szakaszában nem használhatók, ugyanis ekkor tönkremennek. Az ún. ZENER diódák azonban a jelleggörbe letörési szakaszában is képesek tartósan működni, általában feszültség stabilizálásra használják.

A legegyszerűbb egyenirányító kapcsolás egy diódát tartalmaz, ez látja el a kapcsoló feladatát. A dióda a szinuszhullám pozitív részénél nyit (rövid zár) és ezt a feszültséget rákapcsolja a terhelésre. A negatív félhullám esetén lezár, a terhelésre nem jut feszültség.

5.1.1. 1F1U1Ü – 1 fázisú 1 utas 1 ütemű kapcsolás

A szinuszos feszültség nullaátmenete után a dióda zár és megszakítja az áram folyását.



172. ábra

Hány utas egy kapcsolás? – valójában az áramirányító transzformátor szekunder tekercsében folyó áram lehetséges irányának a száma. A szekunder tekercsben egy vagy két irányban tud áram folyni.

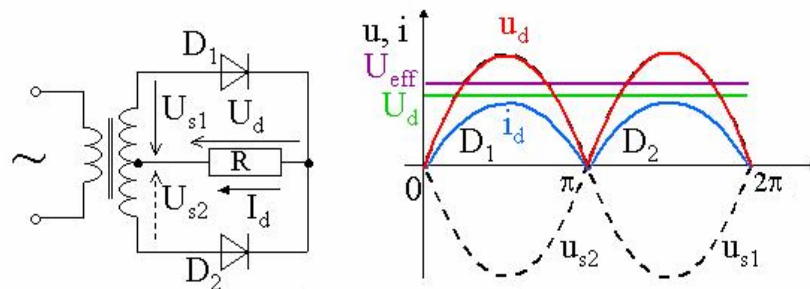
Hány ütemű a kapcsolás? Ahány pozitív szinusz sapkát látunk az eredeti szinuszos jel egy periódusideje alatt.

Ez a kapcsolás a kihasználtság szempontjából rossz, mert fél periódusig nulla a feszültség a terhelésen, másképpen fogalmazva nagy az egyenirányított jel hullámossága. Az egyenirányított jel ún. egyszerű középértéke az alábbiak szerint határozható meg:

$$U_e = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} u(\omega \cdot t) \cdot \omega \cdot t = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\pi} U_m \cdot \sin \omega t \cdot d\omega t = \frac{U_m}{2\pi} [-\cos \omega t]_0^{\pi} = \frac{U_m}{2\pi} [1 + 1] = \frac{U_m}{\pi} = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \cdot U \cong \underline{\underline{0,45U}}$$

5.1.2. 1F1U2Ü (1 fázisú, 1 utas, 2 ütemű) egyenirányító

Az egyenirányított feszültség hullámossága jelentősen csökkenthető, ha a hálózat egy periódusát tekintve mindkét félperiódusban történik egyenirányítás. A 2 diódás egyenirányító kapcsolást és a terhelésen lévő feszültség és áram időfüggvényét mutatja az alábbi ábra:



173. ábra

A szinuszhullám pozitív félperiódusában a felső dióda van nyitott állásban, az alsó zárva van, ekkor a terhelésen jobbról balra folyik az áram. A következő félperiódusban a felső dióda lezár és az alsó nyit, a terhelésen most is jobbról balra folyik az áram. A kétszeres kihasználás miatt az egyenirányított feszültség középértéke az előző érték kétszerese lesz:

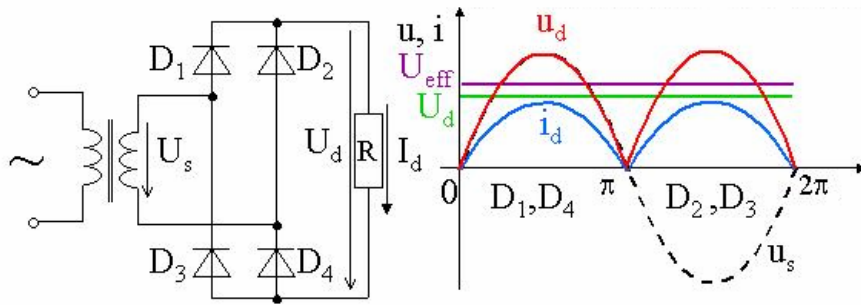
$$U_e = 0.9U$$

5.1.3. 1F2U2Ü (1 fázisú, 2 utas, 2 ütemű) egyenirányító

2 utas : mert az áramirányító transzformátor szekunder tekercsében 2 irányban folyhat az áram, természetesen egyidőben csak egy irányban

2 ütem : 2 db pozitív szinusz sapka látható egy periódus alatt

A kapcsolás 4 diódát tartalmaz. Ezt az egyenirányító kapcsolást szokás hídkapcsolásnak, vagy Graetz egyenirányítónak nevezni. A kapcsolást és a terhelés feszültség, áram időfüggvényét az alábbi ábra mutatja:



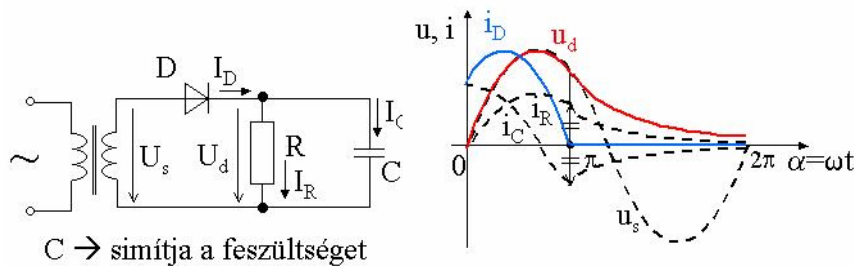
174. ábra

Az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke:

$$U_e = 0.9U$$

Az egyenirányított jel hullámossága különböző szűrőkapcsolásokkal javítható.

Szűrés: egydiódás egyenirányító esetén



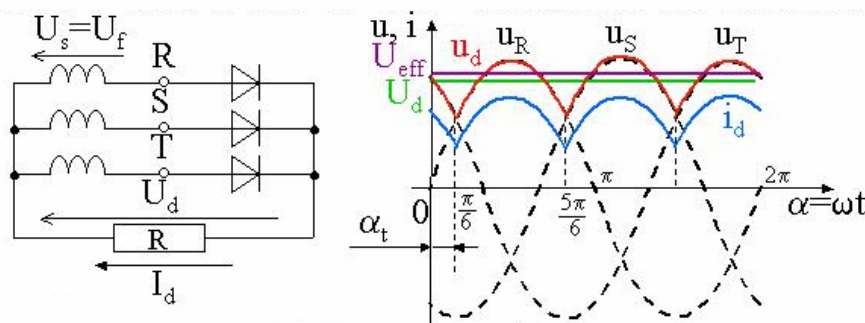
$C \rightarrow$ simítja a feszültséget

175. ábra

A legegyszerűbb szűrő a terheléssel párhuzamosan kapcsolt puffer vagy tároló kondenzátor. A kondenzátor a transzformátor szekunder feszültség csúcsértékére töltődik fel, ettől kezdve feszültsége a terhelés nagyságától függő mértékben csökken, ugyanis töltése a fogyasztón átfolyó áram következtében csökken. Természetesen léteznek más, bonyolultabb szűrőkapcsolások is, amelyekkel a hullámosság tovább javítható.

5.1.4. 3F1U3Ü (3 fázisú, 1 utas, 3 ütemű) egyenirányító

Az egyenirányított feszültség hullámossága tovább csökkenthető, ha az egyenirányító elemek számát tovább növeljük (3, 6, 12-re) és ennek megfelelően 3, 6, 12 fázisú egyenirányító kapcsolást alkalmazunk. Az alábbi ábra egy háromfázisú, egy utas, 3 ütemű kapcsolást és a hozzá tartozó terhelés feszültség, áram időfüggvényeket ábrázolja.



176. ábra

A kapcsolásból következően mindig az a dióda vezet és kapcsolja a tápfeszültséget az R ellenállásra, amelyeknek a pillanatnyi fázisfeszültsége a közös katódhoz képest a legpozitívabb. A másik két dióda zárt állapotban van, ugyanis egyszerre csak egy dióda vezet.

A kapcsolás működési vizsgálatánál azt kell figyelemmel követni, hogy egy adott időpillanatban melyik dióda vezet. Az egyenirányított feszültség nem csökken le nullára, csak a szinuszok metszéspontjáig. Ezt

hívjuk kommutációs pontnak. Ilyenkor az egyik dióda átadja a vezetést a másik diódának. Egy dióda $2\pi/3=120^\circ$ -nyi ideig vezet. Az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke általában véve:

$$U_e = \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{P\omega}{P\omega}}^{\frac{\pi}{P\omega}} U_m \cos \omega t \cdot d\omega t = \sqrt{2} \cdot U \frac{P}{\pi} \sin \frac{\pi}{P}, \text{ azaz}$$

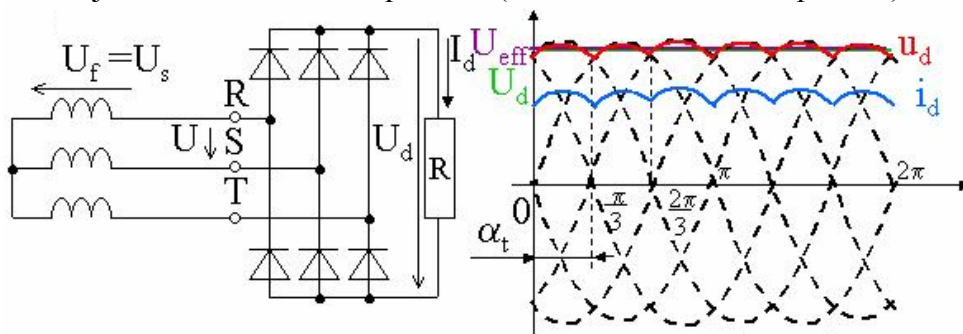
$$U_e = \sqrt{2} \cdot U \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi}{P}$$

ahol, p jelenti az ütemszámot. Jelen kapcsolásban

$$U_e=1,17U$$

5.1.5. 3F2UÜ 3 fázisú hídkapcsolás (GRAETZ)

Az alábbi ábra mutatja a háromfázisú hídkapcsolást (háromfázisú Graetz kapcsolás).



177. ábra

Vizsgáljuk az ábra jobboldalán látható időfüggvényeket. Jelöljük a fázisokat 1,2,3-mal, illetve A és B oldali diódákat említve, beszélhetünk pl. 1A vagy 2B diódáról, azaz az 1-es fázishoz csatlakozó A oldali, vagy a 2-es fázishoz csatlakozó B oldali diódáról. 60° -os időosztásokat vizsgálva, az alábbi táblázat mutatja, hogy egy adott időszakaszban, melyik két dióda vezet. (Egy dióda 120° -nyi ideig vezet.)

60°	120°	180°	240°	300°	360°
1A	1A	2A	2A	3A	3A
2B	3B	3B	1B	1B	2B

Az ábrában a piros görbe mutatja az egyenirányított feszültség alakját. Jól látható, hogy a hullámosság lényegesen jobb, mint az előző kapcsolások esetén, hiszen a feszültség már nem csökken nullára és jóval kisebb az ingadozás is. Ezt fejezi ki az egyenirányított feszültség egyszerű középértéke is, ugyanis:

$$U_e=1,35U$$

Természetesen szűrőkapcsolás (pl. puffer kondenzátor) alkalmazásával az egyenfeszültség tovább simítható.

5.1.6. Terhelések

Vizsgáljuk meg az egyenirányító kapcsolásokat különböző, nem csak R ellenállást tartalmazó terhelés esetén is. Az alábbi terhelések fordulnak elő a leggyakrabban:

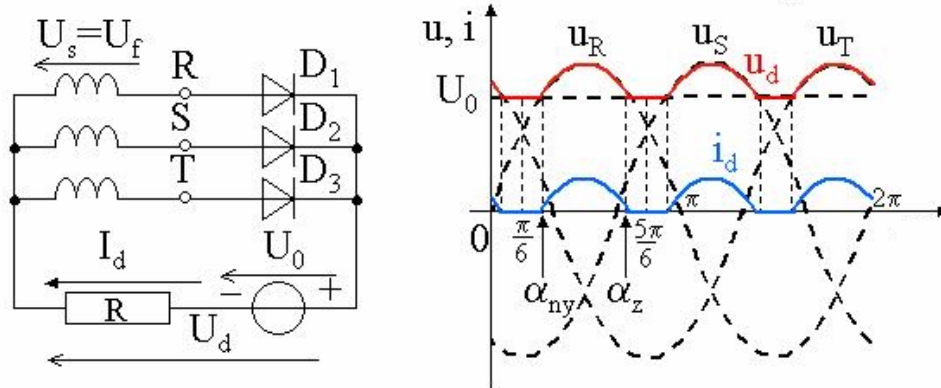
- akkumulátor
- ohmos-induktív jellegű fogyasztók
- egyenáramú motorok armatúraköre

5.1.6.1. Akkumulátor típusú terhelés

Kapcsoljunk egy akkumulátort mint terhelést az egyenirányító kapcsolásra. Az akkumulátort egy ideális feszültséggenerátorral és egy vele sorosan kapcsolt ellenállással lehet helyettesíteni az áramkörben:

Akkumulátor= ideális telep+ belső ellenállás

3 ábrát készíthetünk attól függően, hogy mennyire van az akkumulátor lemerülve. Erősen lemerült akkumulátor esetén a töltés megkezdésekor az akkumulátor feszültsége alacsony, ezért U_0 feszültség kicsi. Ahogy az akkumulátor töltődik és az U_0 feszültség növekszik a diódák egyre rövidebb ideig lesznek nyitva és a rajtuk folyó áram szakaszos lesz, mint azt az alábbi ábra is mutatja.

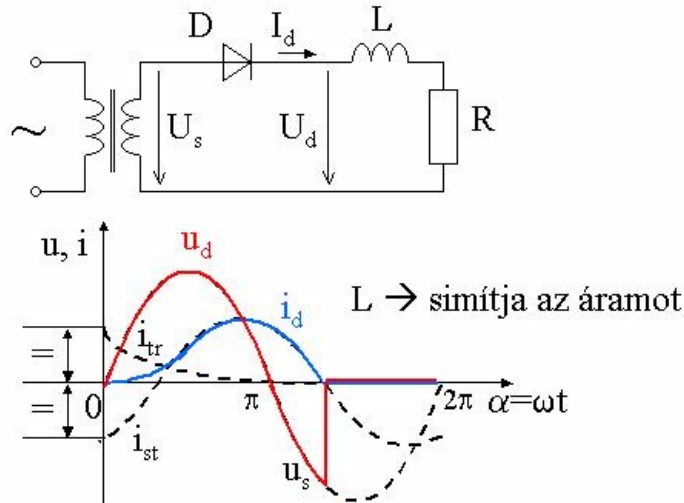


178. ábra

Akku állapota	Erősen lemerült állapot	Töltés alatt	Majdnem feltöltött állapot
Vezetés	folyamatos	Folyamatos vezetés határa	szaggatott

5.1.6.2. Ohmos-induktív terhelés

Legyen a terhelés most egy ohmos-induktív áramköri elem. Mint ismeretes, az induktivitás az áramváltozás ellen hat, az áram időbeni lüktetését fékezi, tehát simítja az áramot.



179. ábra

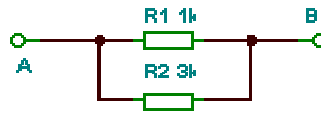
A dióda vezetése alatt az alábbi differenciálegyenlet írható fel:

$$L \frac{di}{dt} + Ri = U_m \sin \omega t = \sqrt{2} U \sin \omega t$$

A kialakuló áramot a differenciálegyenlet megoldása adja (az ábrában i_{tr} és i_{st} eredőjeként i_d).

6. Tesztsor a középiskolában tanultak felelevenítésére

1. Mekkora az eredő ellenállás?



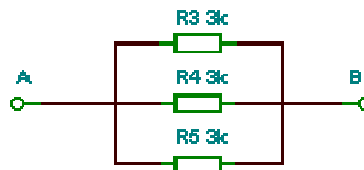
180. ábra

Válasz: Az ábra egy párhuzamos kapcsolást mutat, így

$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2},$$

innen az eredő, $R_e = 0,75k\Omega$.

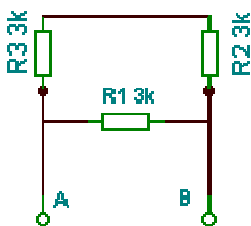
2. Mekkora az eredő ellenállás?



181. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy párhuzamos kapcsolást mutat (az 1. feladathoz hasonlóan), az eredő ellenállás, $R_e = 1k\Omega$.

3. Mekkora az eredő ellenállás?



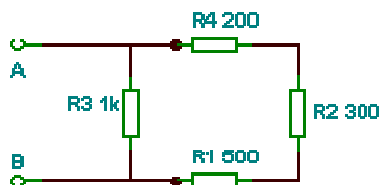
$$R_e = R_1 \times (R_2 + R_3) = \frac{R_1 \cdot (R_2 + R_3)}{R_1 + (R_2 + R_3)}$$

$R_e = 2 \text{ kOhm}$

182. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy vegyes kapcsolást mutat, melynek eredője $2k\Omega$.

4. Mekkora az eredő ellenállás?

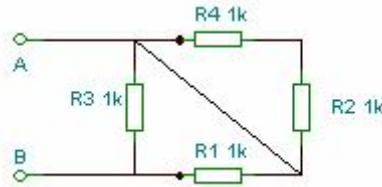


$$R_e = R_3 \times (R_1 + R_2 + R_4) = \frac{R_3 \cdot (R_1 + R_2 + R_4)}{R_3 + (R_1 + R_2 + R_4)}$$

183. ábra

Válasz: Az ábra ismét egy vegyes kapcsolást mutat, melynek eredője $0,5k\Omega$.

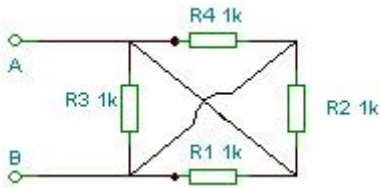
5. Mekkora az eredő ellenállás?



184. ábra

Válasz: Az ábra egy párhuzamos kapcsolást mutat, mivel a keresztirányú átkötés miatt az R4 és R2 jelű ellenállások kiesnek, így az eredő: $R1 \times R3 = 500\Omega$.

6. Mekkora az eredő ellenállás?

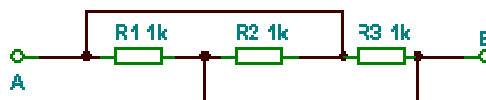


185. ábra

$$R_e = R_1 \times R_2 \times R_3 \times R_4$$

Válasz: Az ábrán egy tisztán párhuzamos kapcsolásokat látunk, ha átrendezzük a rajzot, így az eredő ellenállás $0,25k\Omega$.

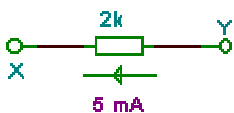
7. Mekkora az eredő ellenállás?



186. ábra

Válasz: A kapcsolás eredője: $1/3k\Omega$, mivel mindhárom ellenállás párhuzamosan kapcsolódik össze.

8. Mekkora feszültség esik az ellenálláson, ha $I = 5mA$?



Válasz: $U_{xy} = 10V$ feszültség esik, Ohm törvénye alapján.

9. Ha $U_1=10VDC$ és $U_2=20VDC$, akkor mekkora az U_1+U_2 ?

Válasz: A két feszültség eredője lehet 30, 10 és $-10V$, attól függően, hogy sorba, párhuzamosan illetve milyen polaritással kötjük be őket.

10. Ha $U_1=10VAC$ és $U_2=10VAC$ (eff., szinuszos), akkor mekkora az U_1+U_2 ?

Válasz: A két feszültség eredője bármilyen 20 és $-20 V$ közötti értéket felvehet, a fázisviszonyoktól függően.